

斜交波の水粒子速度に関する研究
Study on Velocity Field of Crossing Waves

富田 孝史*・姜 閔 求**・岩田好一朗***・倉田 克彦****
Takashi Tomita, Yoon-Koo Kang, Koichiro Iwata and Katsuhiko Kurata

This paper is aimed to investigate the pertinent characteristics of velocity field of nonlinear crossing waves in finite water depth, based on the laboratory experiments and the 3rd-order crossing wave theory. The 3rd-order crossing wave theory is shown to estimate well the experimental results. In case that the directions of two wave trains are different, the velocity direction of crossing waves is different in water surface and bottom. In addition, the skewness of water particles of crossing waves is fairly affected by each wavelength of two wave trains and crossing angle.

Keywords : (crossing waves, nonlinearity, particle velocity)

1. はじめに

異なる方向から伝播してくる二つの波による斜交波の波動場は、斜交波を構成する二つの波（以下、これらを基本波と称する）の非線形性に加えて、基本波が交差する角度(交差角)の影響を受けるため非常に複雑になる。しかし、斜交波の特性を明らかにすることは、多方向不規則波における個々の波の干渉を明確にする上で重要なことである。本研究は、これまで十分に検討されていない斜交波の水粒子速度場を取り上げ、その特性を水理実験と斜交波の3次近似理論（Kang,et.al., 1994）の両面から検討することを目的とする。そのために、まず、水位および水粒子速度の時間波形において実験と理論を比較して、理論の妥当性を検討した。その後、斜交波の水粒子速度の時間波形、最大値やその方向および非線形性を基本波の非線形性や交差角と関連づけて考察する。

2. 水理実験

水理実験で使用した水槽は、東洋建設（株）総合研究所鳴尾研究所の多方向不規則波造波装置を有する平面水槽(幅21m, 長さ30m, 深さ1.5m)である。実験では、静水深(h)を50cmに固定し、表-1に示すように、斜交波を構成する一つの基本波(Wave

表-1 実験条件

Case No.	Wave A		Wave B		θ (deg.)
	T_A (s)	H_A (cm)	T_B (s)	H_B (cm)	
TC01	1.1	6.5	2.0	12.0	0
TC02			1.3	8.0	
TC03			2.0	12.0	30
TC04			1.3	8.0	
TC05			2.0	12.0	60
TC06			1.3	8.0	
TC07			2.0	9.0	0
TC08			1.3	5.0	
TC09			2.0	9.0	30
TC10			1.3	5.0	
TC11			2.0	9.0	60
TC12			1.3	5.0	
TC13	8.4	8.4	2.0	9.0	0
TC14			1.3	5.0	
TC15			2.0	9.0	30
TC16			1.3	5.0	
TC17			2.0	9.0	60
TC18			1.3	5.0	

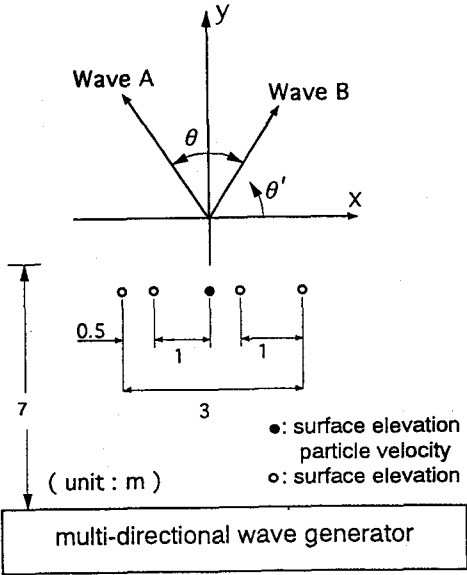


図-1 水位計および流速計の設置位置

* 正会員 名古屋大学助手 工学部土木工学科 (〒406-01名古屋市中区不老町)
** 学生員 名古屋大学大学院工学研究科
*** 正会員 名古屋大学教授 工学部土木工学科
**** 正会員 鳴尾研究所所長 東洋建設（株）総合研究所

A)の周期(T_A)を1.1秒, その波形勾配(H_A/L_A)を0.0363, 0.0469の2種類とした. もう一方の基本波(WaveB)では, 周期(T_B)を2.0秒と1.3秒の2種類とし, 波形勾配(H_B/L_B)をそれぞれの周期に対して0.0296と0.0222の2種類および0.0346と0.0216の2種類とした. ここで, H_A と L_A はWave Aの波高と微小振幅波理論に基づく波長であり, 同様に, H_B と L_B はWave Bの波高と波長である. 二つの基本波の交差角(θ)は 0° , 30° および 60° の3種類である. なお, TC01~TC06の実験ケースにおける H_B と, TC13~TC18の実験ケースにおける H_A はWave AとWaveBによる斜交波が碎波に近いが碎波しない状態になるように決められたものである. 計測は, 造波板から7m離れた5地点の水位と, 造波装置の中心線上, 造波板から7m離れた位置における静水面下12.5cm, 25.0cmおよび37.5cmの深さの水平面上の直角2方向のxとy方向水粒子速度をそれぞれ電気容量式水位計および超音波式流速計を使用して行った(図-1参照). 解析対象とした計測データは, 多重反射波が混入する前の約30秒間のものである.

3. 斜交波の3次近似理論における未定パラメータの決定

斜交波の3次近似理論は摂動展開法を使用して, 一定水深域で周波数変化を考慮して誘導したものである. 水位(η), 速度ポテンシャル(ϕ), 二つの基本波, Wave AとWave Bの角周波数(σ_A , σ_B)とおよびベルヌー一定数(R)の摂動展開は以下のようなものである. ここに, $\alpha(=ak_A)$ と $\beta(=bk_B)$ は未定量となる微小量であり, a と b はそれぞれWave AとWaveBにおける1次の振幅であり, k_A と k_B はそれぞれWave AとWaveBの波数である.

$$\begin{aligned}\phi &= \alpha\phi_{10} + \beta\phi_{01} + \alpha^2\phi_{20} + \alpha\beta\phi_{11} + \beta^2\phi_{02} + \alpha^3\phi_{30} + \alpha^2\beta\phi_{21} + \alpha\beta^2\phi_{12} + \beta^3\phi_{03} \\ \eta &= \alpha\eta_{10} + \beta\eta_{01} + \alpha^2\eta_{20} + \alpha\beta\eta_{11} + \beta^2\eta_{02} + \alpha^3\eta_{30} + \alpha^2\beta\eta_{21} + \alpha\beta^2\eta_{12} + \beta^3\eta_{03} \\ \sigma_A &= \sigma_{A00} + \alpha^2\sigma_{A20} + \beta^2\sigma_{A02} \\ \sigma_B &= \sigma_{B00} + \alpha^2\sigma_{B20} + \beta^2\sigma_{B02} \\ R &= \alpha^2R_{20} + \beta^2R_{02}\end{aligned}\quad (1)$$

なお, 理論では, α と β の他に, Wave AとWaveBの初期位相角, δ_A と δ_B も未定量となるので, これらの4つの未知量を実験結果から定める必要がある. これらの未知量を定める際, 次式で定義される γ_{a1} , γ_{a2} , γ_{a3} , γ_p が最小になるようにした.

$$\left. \begin{aligned}\gamma_{a1} &= \sum_f (S_t(f)^2 - S_e(f)^2)^2 \\ \gamma_{a2} &= \sigma_A - \frac{2\pi}{T_A} \\ \gamma_{a3} &= \sigma_B - \frac{2\pi}{T_B}\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$\gamma_p = \sum_f \left[S_e(f)^2 \left\{ \delta_t(f)^2 - \delta_e(f)^2 \right\}^2 \right] \quad (3)$$

ここで, $S(f)$ と $\delta(f)$ は水位の水面波形における周波数 f の成分の振幅と初期位相角であり, 下付添字 e と t は実験値と理論値を示している.

4. 結果とその考察

4.1 水粒子速度の時間波形

斜交波の3次近似理論の妥当性の検討するために, 式(4)に定義する斜交波の1波群間の無次元誤差 E_{rms} および水位(η)や水粒子速度ベクトル($\mathbf{V}_1$, $\mathbf{V}_2$, $\mathbf{V}_3$; それぞれ静水面下12.5cm, 25.0cm, 37.5cmの深さにおける水粒子速度ベクトル)の最大値に関する計算値と実験値の比(C_{max}/E_{max} ; C_{max} は計算値の最大値, E_{max} は実験値の最大値)により, 全実験ケースに対して理論値と実験値を比較し, その結果を表-2に示す.

$$E_{rms} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{f=1}^N (f_{cal} - f_{exp})^2}}{f_{exp}^{max}} \quad (4)$$

表-2 理論値と実験値の比較結果 (E_{rms} と C_{max}/E_{max})

profile	E_{rms}				C_{max}/E_{max}			
	range		mean		range		mean	
	1st-order	3rd-order	1st-order	3rd-order	1st-order	3rd-order	1st-order	3rd-order
η	0.096-0.163	0.070-0.145	0.127	0.105	0.072-0.970	0.805-1.129	0.808	0.993
V_1	0.118-0.177	0.094-0.158	0.145	0.125	0.863-1.126	0.928-1.129	0.949	1.017
V_2	0.108-0.172	0.079-0.164	0.133	0.113	0.918-1.134	1.002-1.132	0.968	1.029
V_3	0.073-0.155	0.074-0.143	0.114	0.094	0.841-0.120	0.920-1.127	0.965	1.014

ここで、 N は斜交波の1波群中のデータ数、 f_{exp} は水位あるいは水粒子速度ベクトルの実験値、 f_{cal} は f_{exp} に対応する計算値、 f_{exp}^{max} は実験値の最大値である。表-2より、3次近似解を使用した場合の水位や水粒子速度の E_{rms} の平均は0.1程度であるが、この値は1次近似解を使用した場合に比べて小さく、さらに最大値においては計算値が実験値より平均的に1~2%ぐらい大きく評価される程度である。このような結果は、実験条件が碎波に近い斜交波になるように決められたことを考慮すると、3次近似解の妥当性が指摘できる。図-2に一例として、実験ケースTC04の水位(η)および静水面下12.5cmにおける水粒子速度(u, v)の実験で得られた時間波形とそれに対応する計算波形を示す。図中の付添字 c_{max} は実験波形における絶対値の最大値を示しており、 $\bar{T}$ は平均周期である。

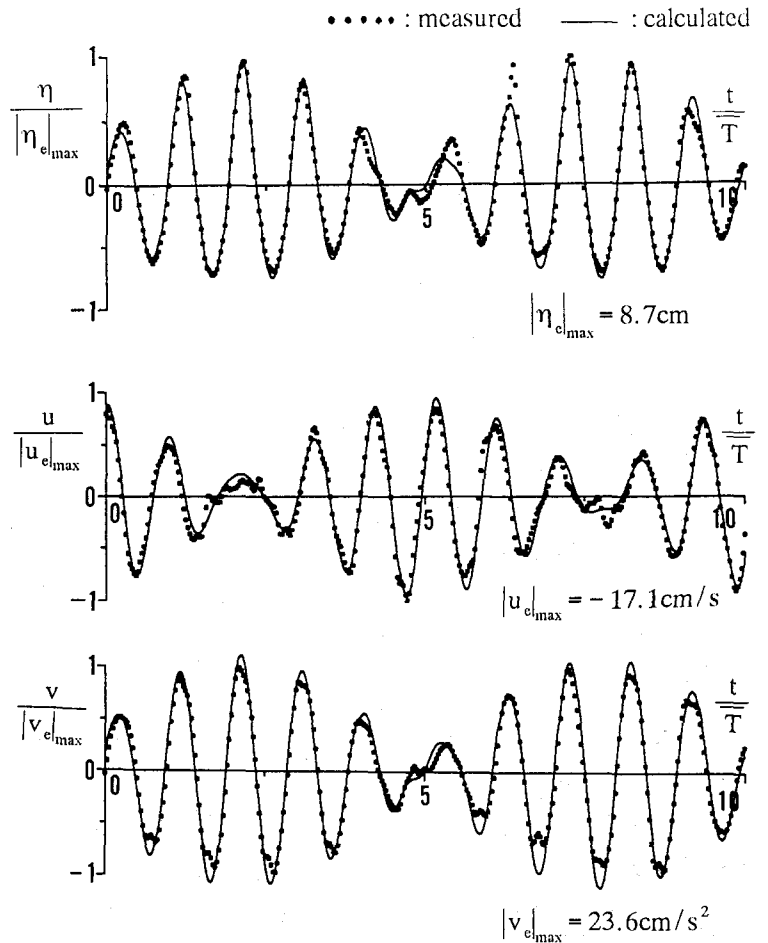


図-2 η, u, v の時間波形($T_A=1.1s, H_A=6.5cm$ の、 $T_B=1.3s, H_B=8.0cm, \theta=30^\circ$)

4.2 斜交波の波数

波の非線形干渉により、完全重複波の場合には水深波長比が0.17以上のときに波長が短くなり、単一進行波の場合には水深波長比によらず波長が長くなる

ことが知られている(Goda and Abe, 1968)。表-3は、実験ケースTC01~TC12に対して非線形性による基本波Wave AとWave Bの波数の変化を示している。この表より、1次のオーダーから求められる波数 $k_A^{(1)}$ と $k_B^{(1)}$ に対する $k_A^{(3)}$ と $k_B^{(3)}$ の変化率において、アーセル数($Ur=\eta_{rms}L_p^2/h^3$; η_{rms} は斜交波の1波群間の水位変動の自乗平均根、 L_p はゼロアップクロス法による最大周期の波別解析波の波長)の大きいWave Bの波数 $k_B^{(3)}$ の変化率の方がアーセル数の小さいWave Aの波数 $k_A^{(3)}$ の変化率よりも大きくなり、Wave Bの周期2.0sの波数 $k_B^{(3)}$ の変化率が1.3sの波数 $k_B^{(3)}$ の変化率より大きくなっている。しかし、その変化率の大きさは本実験の範囲では5%未満と小さく、さらに交差角による波数の変化は大きくない。

しかしながら、この波数の変化は、斜交波を構成する各成分波の位相速度の変化をもたらし、その結果、水粒子速度ベクトルの振幅やその方向が変化することが考えられる。図-3は、周期 $T_A=1.1s$ 、波高 $H_A=6.5cm$ のWave Aと、 $T_B=2.0s, H_B=12.0cm$ のWave Bが交差角度 $\theta=60^\circ$ で斜交した場合において、波長の変化が生じる3次近似理論とその変化が生じない1次近似理論を使用して、y-軸上(図-1参照)で計算した η, u, v の空間波形を示している。この図より、3次近似理論と1次近似理論に基づく波数の差が5%未満であっても、それにとまなうわずかな位相速度の変化が、大きな空間波形の変化をもたらししている。さらに、

表-3 非線形性による斜交波の波数の変化

(Wave Aのアーセル数=0.7)

Case No.	Ursell no.		$(k_A^{(3)} - k_A^{(1)})$	$(k_B^{(3)} - k_B^{(1)})$
	Wave B	crossing wave	$k_A^{(1)}$ (%)	$k_B^{(1)}$ (%)
TC01	5.6	7.1	-2.0	-3.9
TC02	1.3	3.1	-2.0	-2.2
TC03	5.7	7.2	-2.5	-3.9
TC04	1.3	1.4	-2.3	-2.2
TC05	5.7	7.3	-1.7	-3.9
TC06	1.4	1.5	-2.0	-2.6
TC07	4.3	6.0	-2.0	-3.2
TC08	0.8	1.1	-1.4	-1.8
TC09	4.5	6.2	-2.0	-3.2
TC10	0.8	1.1	-1.7	-1.8
TC11	4.5	6.4	-1.4	-3.9
TC12	0.9	1.0	-1.1	-1.8

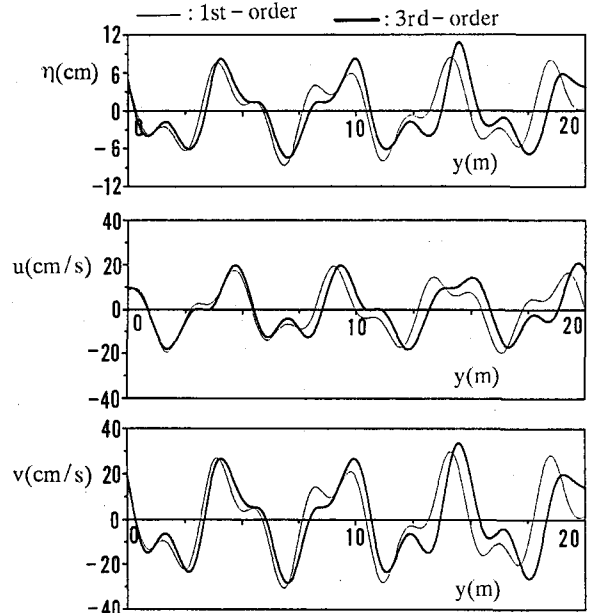


図-3 $k_A^{(3)}$, $k_B^{(3)}$ と $k_A^{(1)}$, $k_B^{(1)}$ を用いて計算した η , u , v の空間波形
($T_A=1.1$ s, $H_A=6.5$ cm, $T_B=2.0$ s, $H_B=12.0$ cm, $\theta=60^\circ$)

計算した地点から離れた地点における水位や水粒子速度の時間波形の変化をもたらすことが指摘できる。

4.3 水粒子速度の鉛直分布および最大値

図-4は、Wave Aが周期 $T_A=1.1$ s、波高 $H_A=6.5$ cm、Wave Bが $T_B=2.0$ s, $H_B=12.0$ cmで交差角 $\theta=0^\circ$ および 60° の場合における斜交波の1波群中の各波峰と波谷における水粒子速度ベクトルの最大値とその方向(θ' :図-1参照)を示している。この図より、一つの波群中において大きさが最大とるの水粒子速度ベクトルの方向は、底面では水粒子速度ベクトルの大きな基本波の水粒子速度ベクトル方向に近いが、表面に近づくほどもう一方の基本波の水粒子速度ベクトルの影響を受け、斜交波の水粒子速度ベクトルの向きは二つの基本波の水粒子速度ベクトルの間になることが認められる。さらに、このよう

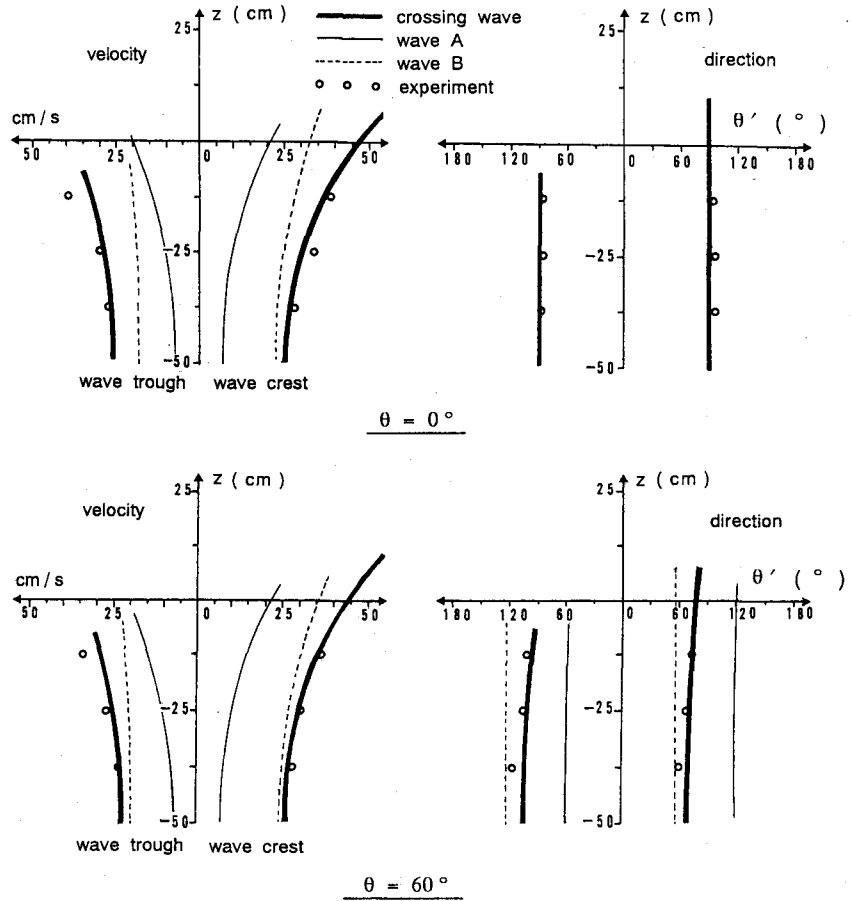
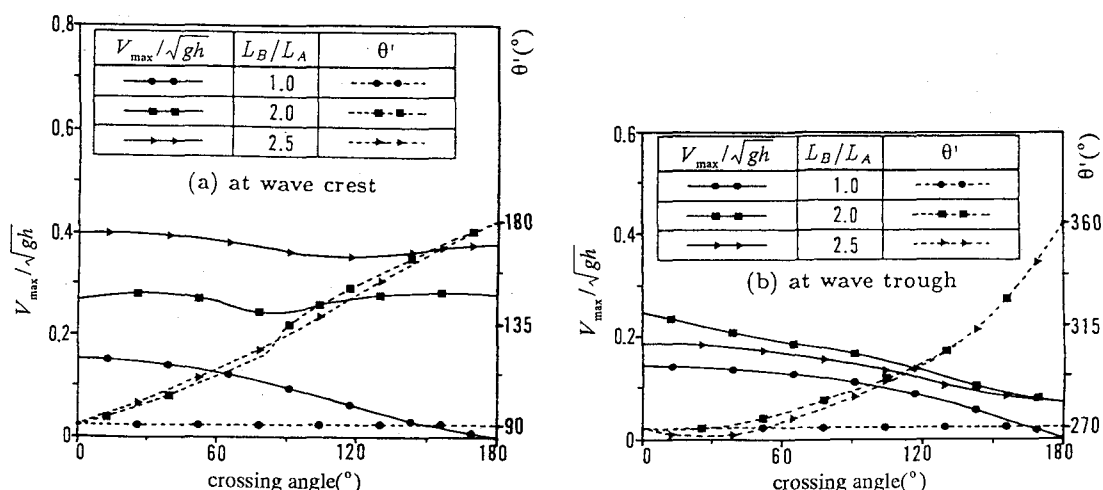


図-4 波峰と波谷における水粒子速度ベクトルの大きさとその方向
($T_A=1.1$ s, $H_A=6.5$ cm, $T_B=2.0$ s, $H_B=12.0$ cm)



図－5 交差角や波長比の変化による最大水粒子速度とその方向

な水粒子速度ベクトルの偏向は交差角が大きいほど偏向性が大きくなる。

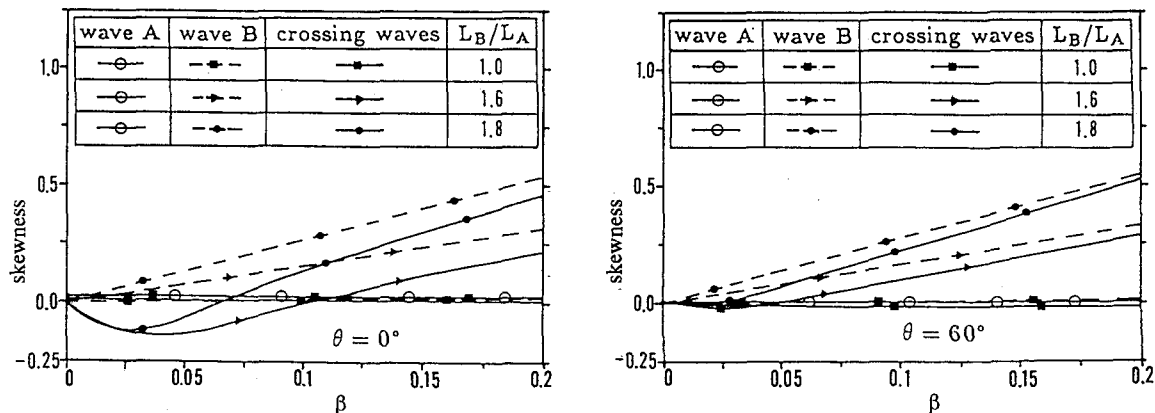
つぎに、最大水粒子速度に及ぼす交差角の影響を斜交波の3次近似解に基づいて検討した。図－5は、二つの基本波の波形勾配が等しいときの、斜交波の1波群中の各波峰や波谷における水粒子速度ベクトルの最大値とその方向(θ')を交差角や二つの基本波の波長比と関連づけて示したものである。ここで、水粒子速度は静水面下 $h/2$ (h : 静水深)の位置で計算したものである。交差角の変化による最大値の変化は、波峰の位相においては、波長比の大きい場合に交差角の変化によらず大きな変化はないが、波長比が1.0の場合には大きな変化が現れる。波谷の位相においては、交差角ともなって変化する。また、最大水粒子速度の方向は、波峰や波谷の位相によらず、二つの基本波の波長比が1.0の場合は基本波の交差角によらず変化しないが、波長比が異なる場合には交差角にもなって変化する。

4.4 水粒子速度のSkewness

波の非線形性による水粒子速度の時間波形の上下非対称性を理論計算結果より、式(5)で定義される歪度(skewness)を用いて検討する。

$$\text{skewness} = \frac{1}{q_{\text{rms}}^3} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q_i - \bar{q})^3 \quad (5)$$

ここで、 q は時間波形のデータ、 N は斜交波の1波群中のデータ数、 $\bar{q}$ は q の1波群間における平均値である。図－6は、二つ基本波の波長比や交差角と y 方向(図－1参照)の水粒子速度の時間波形の上下非対称性を表



図－6 水粒子速度(v)の時間波形の歪度

す歪度(skewness)の関係を示したものである。斜交波(図中, crossing wave)の歪度は二つの基本波の交差角や波長比によらず歪度の大きい基本波の歪度より小さい。交差角が 60° の場合には、斜交波の歪度は、歪度の大きい基本波の歪度の値にかなり近くなり、交差角が 0° の場合よりも大きくなる。さらに、二つの基本波の波長比が大きくなるほど、斜交波の歪度に及ぼす二つの基本波の波形勾配や交差角の影響が大きくなる傾向が認められる。また、交差角が 0° で、二つの基本波の波長が異なる場合には、斜交波(合成波)の歪度が負の値になるところが認められる。これは、斜交波の進行方向の水粒子速度より逆方向の水粒子速度が大きくなることを表わしている。

5. 主要な結論

本研究は、水理実験と斜交波の3次近似理論に基づいて、斜交波の水粒子速度の特性を検討した。以下に、本研究で得られた主要な結論をとりまとめる。

- 1) 水面および水粒子速度(u , v)の時間波形における水理実験と斜交波の3次理論の比較から、理論の妥当性を明らかにした。
- 2) 斜交波の一つの波群中において大きさが最大の水粒子速度ベクトルの方向は、底面では水粒子速度ベクトルの大きな基本波の水粒子速度ベクトルの方向に近いが、表面に近づくほどもう一方の基本波の影響が現れ、斜交波の水粒子速度ベクトルの方向は二つの基本波の水粒子速度ベクトルの間にくる。
- 3) 斜交波の水粒子速度(u , v)の時間波形の歪度は、基本波の交差角が 60° と大きな場合には、歪度の大きな基本波の水粒子速度の歪度にかかなり近くなり、交差角が 0° の場合よりも大きくなる。また、二つの基本波の波長比が大きな場合ほど斜交波の水粒子速度の歪度に及ぼす二つの波の波形勾配や交差角の影響が大きくなる。
- 4) 斜交波の一つの波群中の各波峰と波谷の位相において、大きさが最大となる水粒子速度ベクトルの大きさとその方向に及ぼす交差角の効果は、波谷の位相における水粒子速度ベクトルに対して大きく現れる。

参考文献

- Kang, Y.K, T.Tomita, K. Kurata and K. Iwata(1994) : *Wave Kinematics of Nonlinear Crossing Waves*, Proc., 4th Int'l. Offshore and Polar Eng. Conf., Vol.3, pp.91-98.
- Goda, Y and Y. Abe(1968) : *Apparent Coefficient of Partial Reflection of Finite Amplitude Waves*, Rep. Port and Harbour Res. Inst., Vol.7, No.3, pp.3-58.