

航走波による係留浮体の共振応答に関する一考察

Resonant Oscillation of a Moored Floating Body due to Ship-Generated Waves

青木 伸一*・榎木 亨**

Shin-ichi Aoki and Toru Sawaragi

Two kinds of resonant oscillation due to transient ship-generated waves are studied from the viewpoint of dynamic response of the mooring system, where ship-generated waves are idealized as a wave packet. Short periodic resonance with the same period as ship-generated waves is discussed compared with steady-state response due to monochromatic waves. Long periodic resonance due to slowly-varying wave drift force associated with grouped waves is also investigated including transient free oscillation of the system.

Keywords: (ship-generated waves, floating body, resonance, mooring)

1. まえがき

近年数多く建設されているマリーナにおいては、漁船やパワーボートなどによる航走波によって、係留中のヨットのマストが絡みあったり、人が転落するなどの事故が報告されている。浮体の動揺を考慮して港内の静穏度を評価する場合でも、通常は規則波による定常応答のみを対象とする場合が多く、航走波のような過渡的な波については検討されることが少ない。航走波に関する研究は、造船分野で数多くなされているが（例えばSorensen, 1969）、航走波による係留浮体の動揺については論じられた例が少ない（倉田, 1983）。波の周波数が浮体動揺の共振周波数に近い場合には、共振状態に達するまでにある程度のなじみ時間が必要であるため、継続時間の短い航走波では、規則波の場合と共振応答が異なることが予想される。本研究ではこのような点に着目し、航走波の卓越周期が係留浮体の横揺れなど短周期運動の固有周期に近い場合、および航走波の波群周期が左右揺れなど長周期運動の固有周期に近い場合の2種類の共振応答について、システムの応答特性という観点から検討を加えた。ただし、係留系などにみられる非線型性については無視しており、過渡的な波による線形系の共振応答が、規則波による定常状態での共振応答とどのように異なるかに焦点を絞っている。

2. 浮体の運動方程式および外力

(1) 運動方程式

本論文では、簡単のために運動モード間の連成を無視した1自由度の運動方程式を取り扱う。すなわち、

$$M\ddot{x} + N\dot{x} + cx = f(t) \quad (1)$$

ここに、 x は運動変位、 M は付加質量を含めた浮体の質量あるいは慣性モーメント、 N は減衰係数、 c は復元力係数である。また $f(t)$ は以下に述べる波浪外力を表している。

(2) 航走波の波形および外力の表現

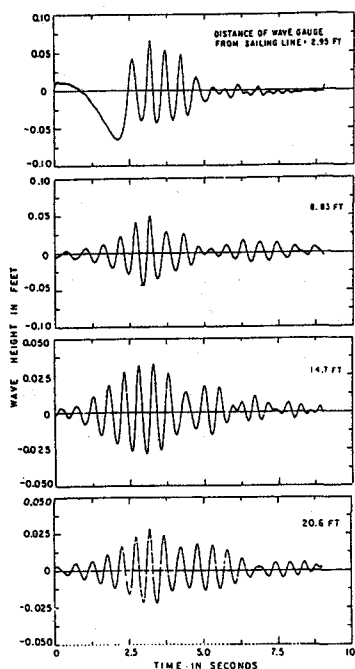
図-1は、Das(1969)の論文から転載したものであるが、1/16のクルーザーモデルを用いた実験による航走波の波形を示している。図にはフルード数の異なる2つのケース(a), (b)に対して、sailing lineからの距離の異なる4点（下方の図ほど距離が離れている）で測定した波形が示されている。これより、sailing lineからある程度離れると、航走波は波群を単位として表現できることがわかる。そこで本研究では、航走波を図-2に示すような諸元を持つ波群としてモデル化することにする。波群の継続時間 T_p の間に、周期 T_w の波の波高が緩やかに変動しているものとする、水位変動 $\eta(t)$ は次式で与えられる。

$$\eta(t) = a \sin(\Delta\omega t) \sin(\omega t + \varepsilon) \quad ; \quad 0 \leq t \leq T_p \quad (2)$$

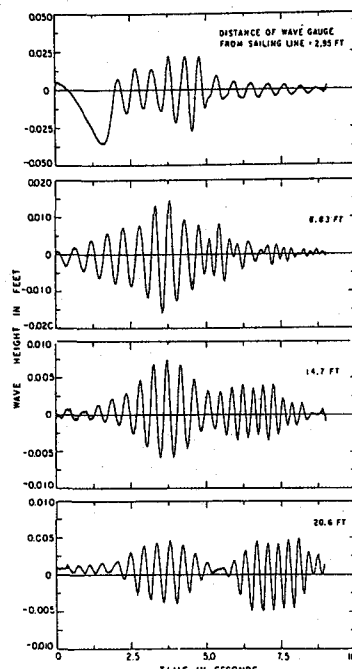
ここに a は波群の最大振幅、 $\omega = 2\pi/T_w$ 、 $\Delta\omega = \pi/T_p$ である。

* 正会員 豊橋技術科学大学建設工学系（〒441 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1）

** 正会員 大阪大学工学部土木工学科



(a) Fr = 0.78



(b) Fr = 0.81

図-1 航走波の波形 (Das, 1969)

この水位変動に対応する波強制力 $f_E(t)$ は、

次のように表すことができる。

$$f_E(t) = F(\omega) \sin(\Delta\omega t) \sin(\omega t + \delta) \quad : \quad 0 \leq t \leq T_p \quad (3)$$

ここに $F(\omega)$ は波力係数、 δ は初期位相である。また、波群に伴う 2 次の変動波漂流力 $f_D(t)$ を次式で与える。

$$f_D(t) = \lambda F(\omega) \sin(\Delta\omega t) \quad : \quad 0 \leq t \leq T_p \quad (4)$$

ここに λ は波強制力の最大振幅に対する波漂流力の振幅の比率を表す係数である。

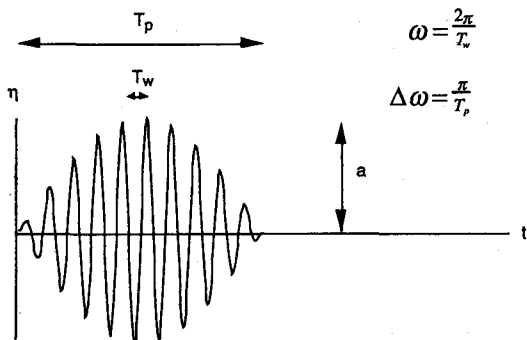


図-2 航走波の波形のモデル化

3. 短周期の共振応答について

ここでは、航走波の卓越周波数と固有周波数が近い場合

を考えるので、変動波漂流力の影響は無視できる。浮体の動揺は、(1) 式の $f(t)$ に (3) 式の $f_E(t)$ を代入して解くことによって求められるが、浮体動揺に及ぼす無次元パラメーターを明らかにするため、運動方程式を無次元表示する。まず動揺の固有周波数 $\omega_n = \sqrt{c/M}$ を用いて、次のような無次元量を定義する。

$$X = \frac{x}{F/c} \quad : \quad \text{無次元変位 (動変位/静的変位)}, \quad \zeta = \frac{N}{2M\omega_n} \quad : \quad \text{減衰比 } (\zeta < 1 \text{ と仮定})$$

$$\alpha = \frac{\omega}{\omega_n} \quad : \quad \text{周波数パラメーター}, \quad \beta = \frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{T_w}{2T_p} \quad : \quad \text{波群長パラメーター}, \quad \tau = \omega t \quad : \quad \text{無次元時間}$$

これらを用いると、無次元化された運動方程式として次式を得る。ただし波力の位相差 δ は 0 としている。

$$\ddot{X} + \frac{2\zeta}{\alpha} \dot{X} + \frac{1}{\alpha^2} X = \frac{1}{\alpha^2} \sin(\beta\tau) \sin(\tau) \quad ; \quad 0 \leq \tau \leq \pi/\beta \quad (5)$$

$$= 0 \quad ; \quad \pi/\beta < \tau$$

この解は、インパルス応答関数を用いると、 $X(0) = \dot{X}(0) = 0$ の条件のもとに次式のように与えられる。

$$X(\tau) = \frac{1}{\alpha\sqrt{1-\zeta^2}} \int_0^\tau e^{-\frac{\zeta}{\alpha}(\tau-u)} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\alpha}(\tau-u)\right) \sin(\beta u) \sin(u) du \quad ; \quad 0 \leq \tau \leq \frac{\pi}{\beta} \quad (6)$$

ただし、 $\pi/\beta < \tau$ では積分範囲の上限を π/β にすればよい。

以下では、次式で表されるパラメーター R_X 、すなわち航走波による応答の最大値 $X_{\max}(\text{transient})$ と規則波による定常振動の最大値 $X_{\max}(\text{steady})$ との比を指標として、先に示した無次元パラメーターのうち、 α, ζ, β についてそれらの R_X に対する影響を調べる。

$$R_X = X_{\max}(\text{transient}) / X_{\max}(\text{steady}) \quad (7)$$

図-3は、航走波による強制波力 F および応答 X の時系列の一例を示したものである。ただし、用いたパラメーターの値は図中に示すとおりである。これより、浮体動揺のピークは波力のピークより若干遅れて現れ、波力が0になった後も揺れ残りがあることがわかる。図-4は、航走波による応答の最大値の周波数パラメーターによる変化（白丸および黒丸）を規則波による定常応答の周波数応答曲線と比較して示したものである。航走波では共振周波数での応答値が小さくなっており、その傾向は波群長の短い（ β の大きい）ものほど顕著であることがわかる。

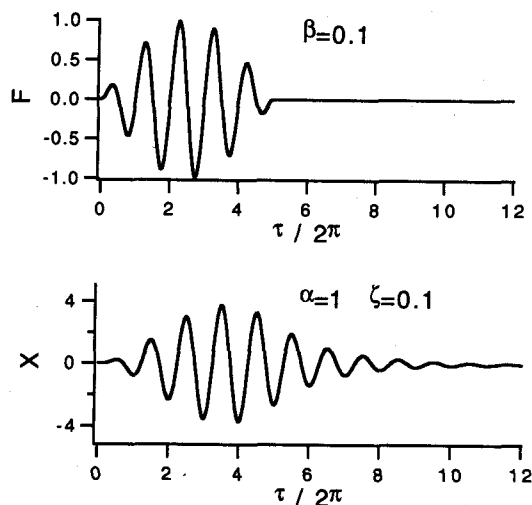


図-3 応答の計算例

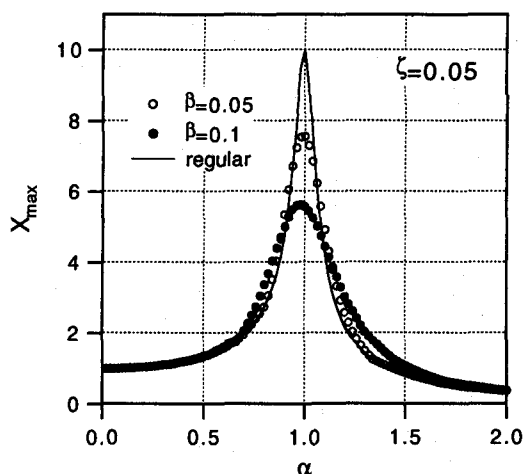


図-4 応答の最大値の周波数パラメーターによる変化

図-5は、式（7）の R_X を周波数パラメーター α に対してプロットしたもので、図中には波群長パラメーター β の異なる3つのケースが示されている。これより、波群長が短くなるほど航走波による応答の最大値は規則波による定常応答値と異なった値を示しており、固有周波数 $\alpha=1$ 近傍では航走波による過渡応答の方が小さく、その周辺では逆に過渡応答の方が大きく現れることがわかる。

図-6はこの原因を考察するために、 $\tau=0$ から規則的な波力が作用した場合の $\alpha=1$ および $\alpha=1.2$ での応答の時系列を比較したものである。 $\alpha=1$ では共振状態に達するまでに応答値が漸増していくのに対して、 $\alpha=1.2$ では、一旦応答値が定常状態の値よりも大きくなったあと定常値に漸減していく、うなり現象がみられる。これと同様のことが、航走波による応答にも現れているものと推察される。図-7は、 $\alpha=1$ の場合の R_X を、減衰比 ζ に対してプロットしたものであるが、 ζ が小さくなるに伴って定常応答との差異は急激に大きくなることがわかる。また図-8は、定常応答よりも大きな応答値を示す $\alpha=1.2$ での

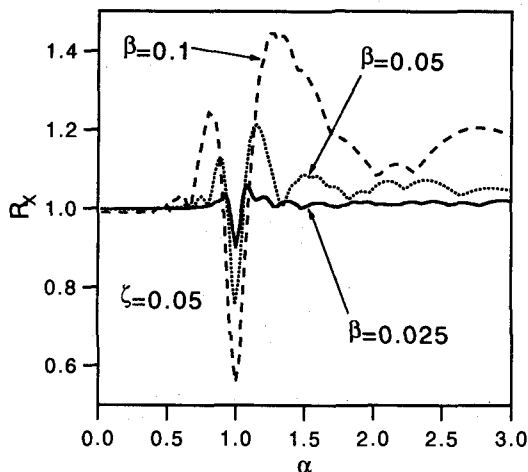


図-5 R_X の周波数パラメーターによる変化

R_X を波群長パラメータ β についてプロットしたものである。これより $\beta=0.1$ (波群に含まれる波数が5) 付近にピークを有することがわかる。

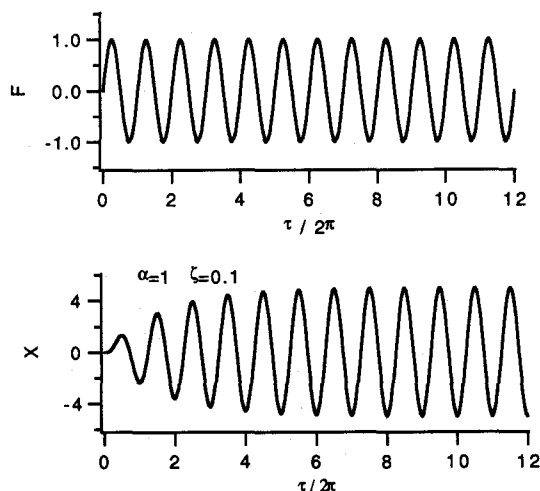


図-6 共振周波数 ($\alpha=1$) とその近傍 ($\alpha=1.2$) での規則波による応答の比較

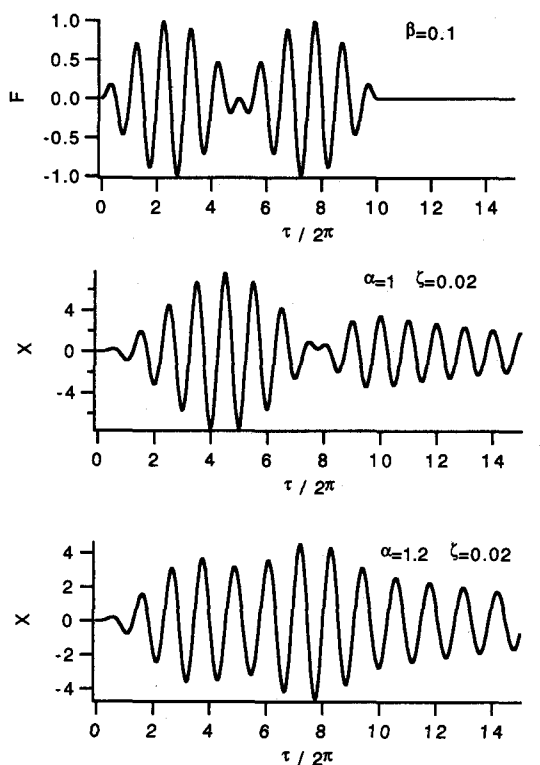


図-9 2つの波群による応答の時系列

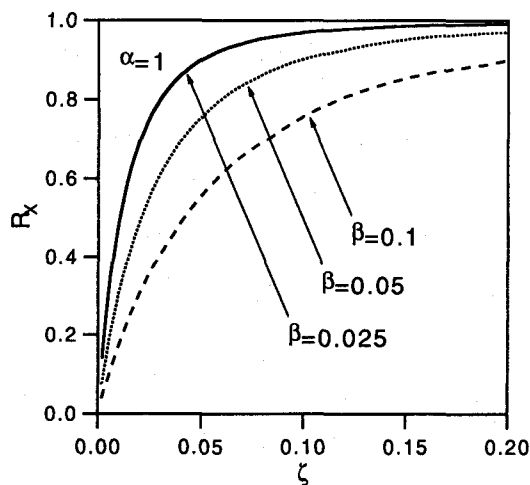


図-7 R_X に及ぼす減衰係数の影響

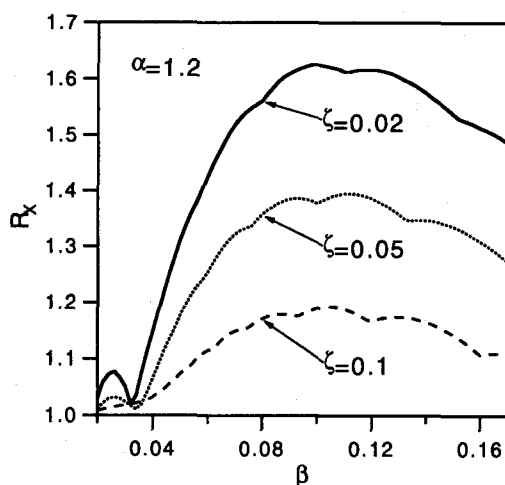


図-8 R_X に及ぼす波群長パラメータの影響

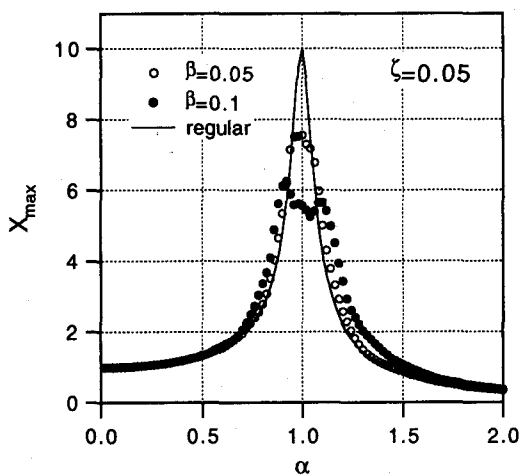


図-10 2つの波群による周波数応答

次に、図-1(b)に示したような、2つの波群からなる航走波に対する応答について考える。ただし、2つの波群の大きさは等しいものとする。図-9は、 $\alpha=1$ と $\alpha=1.2$ に対する応答の時系列を示したものである

が、 $\alpha=1$ の場合には第2の波群による応答は第1の波群による応答に比べてかなり小さくなっているのに対し、 $\alpha=1.2$ では逆に増幅されていることがわかる。図-10は図-4と同様の周波数応答を示したものである。 $\beta=0.1$ の場合に、固有周波数と同じ周波数を有する外力 ($\alpha=1$) よりも、それより若干小さいか大きい周波数の励振によって大きな応答が現れることがわかる。

4. 長周期の共振応答について

ここでは、航走波の波群周波数 $\Delta\omega$ が固有周波数 ω_n に近い場合に注目する。そこで、前節で用いた周波数パラメーターを次のように変更する。

$$\alpha' = \frac{\Delta\omega}{\omega_n}$$

したがって、 $\alpha=\alpha\beta$ の関係がある。長周期の応答には、波強制力による過渡振動の成分と、変動波漂流力による強制振動の成分とが存在するので、ここでは両者を考慮する。したがって、式 (5) および (6) に対する式として次式を得る。

$$\ddot{X} + \frac{2\beta\zeta}{\alpha'} \dot{X} + \frac{\beta^2}{\alpha'^2} X = \frac{\beta^2}{\alpha'^2} \sin(\beta\tau) \sin(\tau) + \frac{\beta^2\lambda}{\alpha'^2} \sin(\beta\tau) \quad ; \quad 0 \leq \tau \leq \pi/\beta$$

$$= 0 \quad ; \quad \pi/\beta < \tau$$

$$X(\tau) = \frac{\beta}{\alpha'\sqrt{1-\zeta^2}} \int_0^\tau e^{-\frac{\beta\zeta}{\alpha'}(\tau-u)} \sin\left(\frac{\beta\sqrt{1-\zeta^2}}{\alpha'}(\tau-u)\right) \left\{ \sin(\beta u) \sin(u) + \lambda \sin(\beta u) \right\} du \quad ; \quad 0 \leq \tau \leq \frac{\pi}{\beta} \quad (9)$$

図-11は、 $\lambda=0.1$ の場合について、式 (9) による応答の最大値 (実線) を、上で定義した第2の周波数パラメーター α' に対してプロットしたものである。図中には波強制力 $f_E(t)$ および波漂流力 $f_D(t)$ によるそれぞれの応答 (点線および破線) についても分離して示してある。これより、波漂流力による長周期の外力 (半周期のみ) による応答については、固有周波数 ($\alpha'=1$) ではなく、 $\alpha'=0.6$ 付近に応答のピークが現れているが、これについては、すでに衝撃スペクトルとして知られている (例えば、中川ら、1976)。また波強制力による応答については、 α' が小さくなると $\alpha=\alpha'\beta$ が1に近づくため応答が増大するが、長周期側では、自由振動成分を含めても、強制振動に比べて小さいことがわかる。図-12は $\alpha'=0.6$ での波力および応答の時系列の一例であるが、波漂流力 $f_D(t)$ は波強制力 $f_E(t)$ の10%にすぎないが、長周期応答はほとんど波漂流力のみによって決定されていることがわかる。図-13は、減衰比 ζ による最大応答値の変化を示したものである。減衰比の増大に伴う応答の低減は、通常の規則波による共振周期での定常応答に比べると著しく小さいことがわかる。図-14は、波群長パラメーター β による応答の変化であるが、 β が大きくなるほど結果的に $\alpha=\alpha'\beta$ が1に近づくため波強制力による応答が増大するが、波群として認識できる程度の航走波については、波漂流力による強制振動が支配的である。

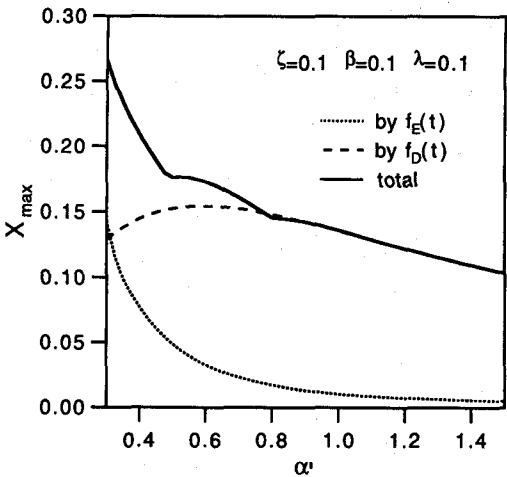


図-11 応答の最大値と周波数パラメーターの関係

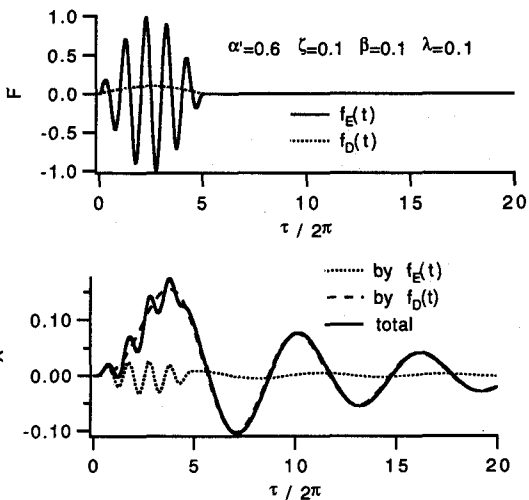


図-12 長周期の共振応答の時系列の例

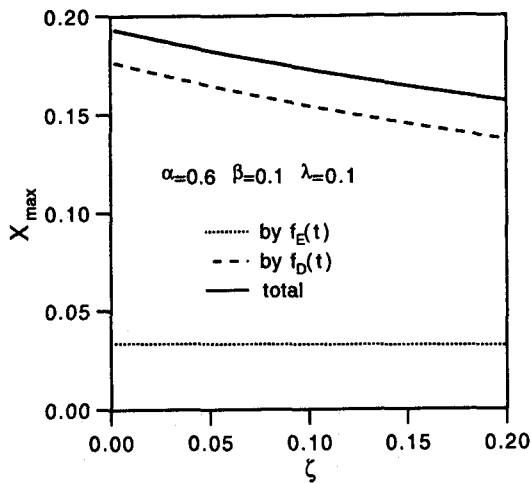


図-13 応答の最大値と減衰比の関係

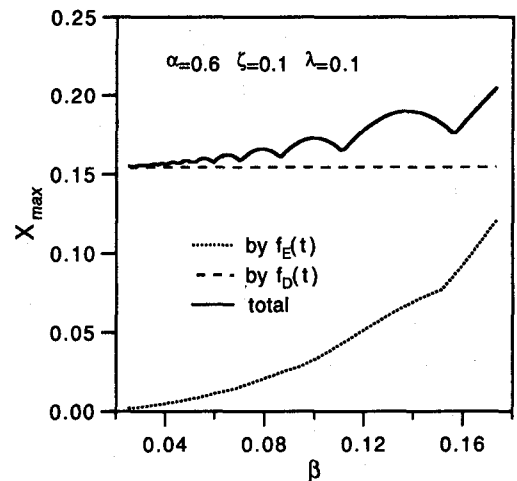


図-14 応答の最大値と波群長パラメータの関係

5. あとがき

本研究では、航走波を波群としてモデル化し、このような過渡的な波による短周期および長周期での共振応答について、規則波による定常応答と比較することによりその応答特性を明らかにした。得られた主要な結論は以下の通りである。

- (1) 短周期の過渡応答の最大値は、共振周波数近傍では定常応答よりも小さくなるが、その周辺の周波数では逆に過渡応答の方が大きな応答を示す。
- (2) 過渡応答と定常応答との差異は、一般に減衰比が小さいほど、また波群長が短いほど顕著である。ただし、定常応答よりも大きくなる周波数については、応答を最大にする波群長が存在する。
- (3) 2つの波群からなる航走波に対する応答では、共振周波数よりもその近傍の周波数の方が大きな応答値を与える場合がある。
- (4) 波群周期に対応する長周期の共振応答については、波群に伴う波漂流力による強制振動の方が、波強制力による自由振動成分よりも支配的である。

今後は、本研究の知見をもとに、航走波のシミュレーションと波力の時系列の予測を行って実際の浮体動揺のシミュレーションに発展させたいと考えている。また、実際には係留系の非線型性を無視できない場合も多く、これについても検討する必要があるだろう。将来的には、マリーナ内の速度制限や航走波の影響を考慮したバース配置などに応用していきたい。

最後に、本研究を行うに当たりご協力いただいた東洋建設（株）の諸氏に感謝の意を表します。

参考文献

倉田克彦・小田一紀・平井住夫(1983): 浅海水路中の航走波の特性および繫留船舶に及ぼすその影響, 第30回海岸工学講演会論文集, pp.598-602.

中川憲治・室津義定・岩壺卓三: 工業振動学, 森北出版, pp.66-67.

Das, M.M.(1969): Relative Effect of Waves Generated by Large Ship and Small Boats in Restricted Waterways, Hydraulic Eng. Laboratory, College of Engineering, Univ. of California, Berkley, Report No. HEL-12-9.

Sorensen, R.M.(1969): Waves Generated by Model Ship Hull, Jour. of the Waterways and Harbor Division, Proc. of ASCE, pp.513-538.