

係留部の摩擦を考慮した杭係留式浮体の線型動揺解析

Analysis of Wave Transformation Properties and Motion of a Pile-Supported
Floating Breakwater Considering Friction with Piles

金 憲泰*・榎木 亨**・青木伸一***

Heon-Tae. KIM, Toru. SAWARAGI, Shin-ichi. AOKI

Abstract

A numerical model is proposed for the estimation of wave transformation characteristics and motions of a pile-supported floating breakwater. The model takes account of friction force between rollers and piles, where nonlinear Coulomb friction is linearized by using equivalent damping coefficients. Experimental results are compared with the calculation results, which shows significant wave energy dissipation and attenuation of floating body motion because of the friction effect.

Keywords: pile-supported breakwater, Coulomb friction, equivalent damping

1. はじめに

著者らは先に浮防波堤を対象に、その本来の目的である波浪制御効果を維持し、かつその動揺を抑えることによって一つの海上空間として利用が可能である杭係留式浮防波堤の実験結果について報告を行っている¹⁾。この係留方式は浮体の周りに4本の杭を設置し、杭と浮体の間にはローラーを用いることにより浮体の特定の方向成分の運動を抑制する方法であり、実験結果によると、浮防波堤としての消波効果は十分有しており、特に杭と浮体の間の初期反力の大きさを調節することによって消波効果に影響することなく浮体の動揺を抑制することが可能であることなど、非常に興味深い結果が得られている。しかし、それらは限られた実験だけによるもので、杭係留式浮防波堤の諸特性を明らかにするのは不十分であり、数値計算による検討が必要であることは言うまでもない。

本研究は、以上のような杭係留式浮防波堤に関する数値計算方法を構築し、実験結果との比較によりその妥当性を明らかにしたものである。さらに実験結果だけでは不十分であった杭係留式浮防波堤による消波効果、浮体の動揺などの諸特性に関する数値的検討を行ったものである。

2. 摩擦による減衰力の線型化

2. 1 基本的な考え方

図-1に示したような、杭係留された浮防波堤の係留部で生じる摩擦（クーロン摩擦）による減衰力は、ローラーの運動速度 v に対して図-2(a)のようなstep状の非線型関数系である。この減衰力をそのまま浮体の運動方程式に考慮し非線型動揺解析を行えばいいが、この方法では大きな計算時間を必要とするだけでなく、波動場の解析も直接求められない。

そこで本研究では、以下に示すように摩擦力の線型近似を行い、計算の実用化とともに波動場をも同時に解析できるようにした。すなわち、図-2(a)に示した摩擦力の代わりに、図-2(b)に示したような等価線型減衰係数 c をもつdash-potが浮体の上（下）部に付けられていると仮定する。したがって、ローラーの運動速度 v が正弦的に時間変化するものに対して近似モデルの減衰力も正弦的になることがわかる。

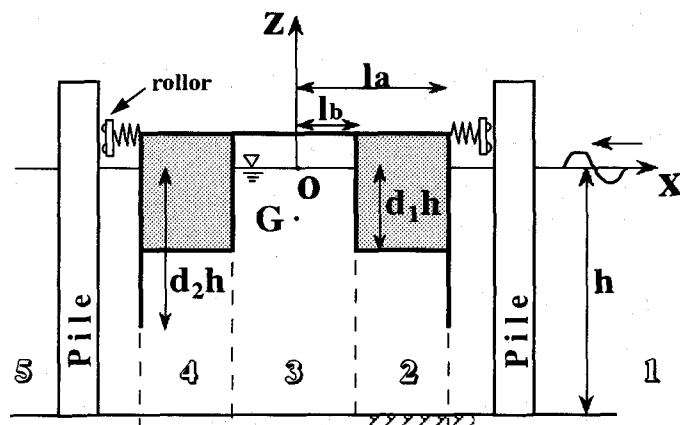


図-1 杭係留された浮体の座標と流体領域

*学生員 大阪大学大学院工学研究科土木工学専攻（〒565 大阪府吹田市山田丘2-1）
 **正会員 大阪大学工学部土木工学科
 ***正会員 豊橋技術科学大学建設工学系

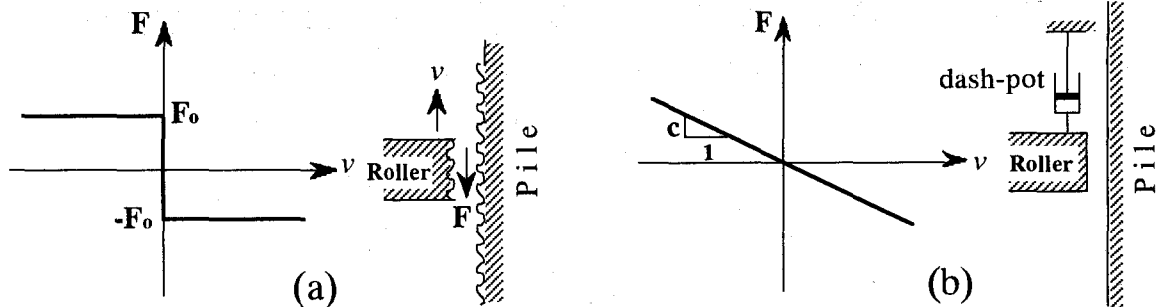


図-2 ローラーの運動と摩擦力の関係

2. 2 等価減衰係数 c について

前述したように摩擦力を線型近似することにより、ローラー部の正弦的な運動変化に対して摩擦力 F ($= -cv_0$) も同じ正弦的な変化を示すことになる。そこで、一周期間に摩擦によって失われるエネルギーと、dash-potによって失われるエネルギー量を等しくすることによって等価減衰係数 c は求められる。ただし、ここでは変動する摩擦力を一定値 F_0 であると仮定する。つまり、摩擦力による損失エネルギー E_f は、

$$E_f = \int_0^T F v dt = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F_0 v_0}{\omega} \cos \theta d\theta = \frac{4F_0 v_0}{\omega} \quad (1)$$

である。一方、dash-potによる損失エネルギー E_d は

$$E_d = \int_0^T F v dt = \frac{cv_0^2}{\omega} \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta = \frac{cv_0^2 \pi}{\omega} \quad (2)$$

であるから、 $E_f = E_d$ とおくことによって、次式のように等価減衰係数 c が定められる。

$$\frac{4F_0 v_0}{\omega} = \frac{cv_0^2 \pi}{\omega}, \quad \therefore c = \frac{4F_0}{v_0 \pi} \quad (3)$$

従って、等価減衰係数 c はローラーの運動振幅 v_0 の関数になっており、 v_0 が求まれば c は決まる。しかし、 v_0 も c が確定できなければ定められないため、実際の計算においては、どちらかに初期値を任意に与え反復収束計算によって両者を決定する方法を用いる。ただし、ローラーの運動速度 v (or v_0) は浮体の岸・沖側によって値が異なるため、減衰係数 c についても岸・沖側別々に求めなければならない。

2. 3 線型近似減衰力を考慮した運動方程式

ここでは、前節で求めた線型等価減衰係数 c を利用し、杭係留された浮体の運動方程式を構築する。図-1に示したように、静水面上の O 点を原点とする $O X Z$ の座標を持つ一定水深 h の2次元流体場に単一浮体を考える。また $X Z$ 軸方向の浮体の並進運動および重心 G 回りの回転運動モードを、それぞれ Sway、Heave、Roll とし、対応する変位量を x , z , θ で表す。浮体の質量、慣性モーメントをそれぞれ M, I と表し、以下に各運動方程式を示す。

$$\text{Sway} \quad M \frac{d^2 x}{dt^2} = \int p_x - 2k(x - h_s \theta) \quad (4)$$

$$\text{Heave} \quad M \frac{d^2 z}{dt^2} = \int p_z - fk \{V_1(s - h_s \theta + x) + V_2(s + h_s \theta - x)\} \quad (5)$$

$$\text{Roll} \quad I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \int p_T + k(B's \theta - 2h_s^2 \theta + 2h_s x) - 0.5fkB' \{V_1(s - h_s \theta + x) - V_2(s + h_s \theta - x)\} \quad (6)$$

ここで、 f は摩擦係数、 h_s は浮体の重心 G からローラー部までの鉛直距離を、 B' は両杭間の水平距離を表している。また k は線型バネ定数で、初期係留状態で $F_0 = k s$ (s はバネの初期変位量) なる初期反力が浮体

に作用しているものとしている。ただし、ここではローラーが杭から離れない程度に初期反力を与えられていると仮定する。V1、V2は、ローラーの鉛直方向速度の符号を表す係数で、次式で与えられる。ただし、添字1は沖側、2は岸側を表す。

$$V_1 = \text{sign} \left[\frac{dz}{dt} + \frac{B'}{2} \frac{d\theta}{dt} \right], \quad V_2 = \text{sign} \left[\frac{dz}{dt} - \frac{B'}{2} \frac{d\theta}{dt} \right] \quad (7)$$

上式(4)の右辺第2項と式(6)の右辺第2項は係留バネによる反力成分を、式(5)の右辺第2項と式(6)の右辺第3項は摩擦による減衰力を表している。これら減衰力項は、前節で行った等価減衰係数cを用いた線型近似によりそれぞれ次式のようになる。

$$-fk \{V_1(s - h_s \theta + x) + V_2(s + h_s \theta - x)\} = -c_1 \left(\frac{dz}{dt} + \frac{B'}{2} \frac{d\theta}{dt} \right) - c_2 \left(\frac{dz}{dt} - \frac{B'}{2} \frac{d\theta}{dt} \right) \quad (8)$$

$$-0.5fkB' \{V_1(s - h_s \theta + x) - V_2(s + h_s \theta - x)\} = -c_1 \frac{B'}{2} \left(\frac{dz}{dt} + \frac{B'}{2} \frac{d\theta}{dt} \right) - c_2 \frac{B'}{2} \left(\frac{dz}{dt} - \frac{B'}{2} \frac{d\theta}{dt} \right) \quad (9)$$

ここで、 $b_{22} = c_1 + c_2$ 、 $b_{23} = 0.5B'(c_1 - c_2)$ 、 $b_{32} = 0.5B'(c_1 + c_2)$ 、 $b_{33} = 0.25B'^2(c_1 - c_2)$ 、のパラメータを用いると摩擦力を考慮した運動方程式(5)、(6)は次式のように簡単に書き直すことができる。

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + b_{22} \frac{dz}{dt} + b_{23} \frac{d\theta}{dt} = \int p_z \quad (10)$$

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + b_{33} \frac{d\theta}{dt} + b_{32} \frac{dz}{dt} - k(B's\theta - 2h_s^2\theta + 2h_s x) = \int p_T \quad (11)$$

2. 4 摩擦力Fについて

前節までは変動する摩擦力を一定値 F_0 と仮定し数式の展開を行った。しかし、初期反力によって縮むバネの長さsに比べて $h_s\theta$ 、xが小さい場合、つまり初期の拘束力が変動力に比べて十分大きいときには、摩擦力を $F_0 = fks$ と一定にしても良いが、初期拘束力が小さい場合には検討を行う必要がある。そこで、摩擦力が変動する場合について考える。いま変動する摩擦力Fを

$$F = F_0 + F' \cos(\omega t + \varepsilon) \quad (12)$$

とおく。ただし、 $F_0 \geq F'$ という条件が成り立つものとする。

この摩擦力によって失われるエネルギー E_f は

$$\begin{aligned} E_f &= \int_0^T F v dt = \int_0^T \{F_0 + F' \cos(\omega t + \varepsilon)\} v_0 \cos \omega t dt \\ &+ \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} -\{F_0 + F' \cos(\omega t + \varepsilon)\} v_0 \cos \omega t dt + \int_{\frac{3T}{4}}^T \{F_0 + F' \cos(\omega t + \varepsilon)\} v_0 \cos \omega t dt \\ &= \frac{4F_0 v_0}{\omega} + \frac{F' v_0}{2} \left[\int_0^{\frac{T}{4}} \{\cos(2\omega t + \varepsilon) + \cos \varepsilon\} dt \right. \\ &\quad \left. - \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} \{\cos(2\omega t + \varepsilon) + \cos \varepsilon\} dt + \int_{\frac{3T}{4}}^T \{\cos(2\omega t + \varepsilon) + \cos \varepsilon\} dt \right] \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、右辺第二項の各積分値はそれぞれ、

$$\int_0^{\frac{T}{4}} \cos(2\omega t + \varepsilon) dt = -\frac{1}{\omega} \sin \varepsilon, \quad \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} \cos(2\omega t + \varepsilon) dt = 0, \quad \int_{\frac{3T}{4}}^T \cos(2\omega t + \varepsilon) dt = \frac{1}{\omega} \sin \varepsilon \quad (14)$$

$$\text{となり、} E_f = \frac{4F_0 v_0}{\omega}$$

(15)

である。すなわち、摩擦力が変動する場合においても初期反力がゼロにならない限り、つまりローラーが杭から離れない限り、摩擦によって失われるエネルギーは、摩擦力を一定とする場合と等しいことがわかる。

3. 数値計算結果および考察

3.1 解の妥当性について

(1) 計算点の大きさと解の安定性

2.3節で行った、等価線形摩擦係数を用いて構築した浮体の運動方程式を解く計算手法はどんな方法を用いても差し支えない。本研究では計算の簡単化のため、図-1に示したように、流体場をいくつかの領域に分け、各領域の速度ポテンシャルを未知定数係数を含む級数展開を行ったあと各境界上の条件を用いて未知係数を求める、いわゆるポテンシャル接続法(選点解法)を用いた。数式の展開については吉田ら²⁾によって詳しく説明されているのでここでは省略する。ただし、この選点解法において、境界要素の大きさは水深の1/10~1/20であれば線形量を求める際には問題がないなどの十分な検証がされているが、本研究の計算においては摩擦力が考慮されていることや、反復収束計算を行うため境界要素の大きさが本計算結果に与える影響について確かめる必要がある。これはあとで述べる反復計算の収束精度と共に、正しい解析結果を得ることや計算時間の効率化を図る重要なことである。以下その結果を簡単に示す。

図-3と4は簡単な矩形浮体(B/h=0.7,d/h=0.2、浮体幅B、喫水d、水深h)を対象に、選点数Ngに対する本計算手法で得られた透過率KtおよびSway運動量(運動振幅に波高の振幅で除した無次元量)をB/L=0.23、0.26、0.29、0.32(波長L)のそれぞれの場合についてプロットしたものである。ただし、係留部のバネ定数kを28.4Kgf/cmとし、14.2Kgf(バネの初期変位量s=0.5cm)の初期反力を与えた場合である。図からわかるように、Sway運動量の場合は選点数Ngが10個程度で解が安定していると言えるが(本稿では示していないが、

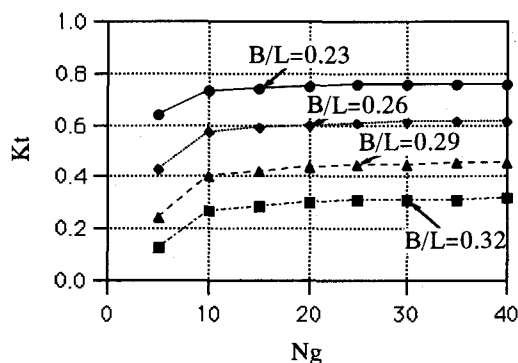


図-3 選点数Ngと透過率の関係 (k=28.4Kgf/cm,s=0.5)

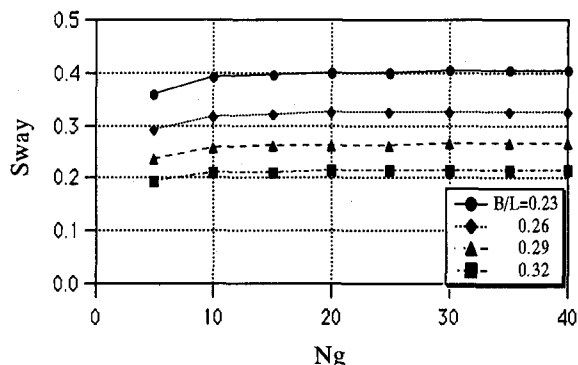


図-4 選点数NgとSway動揺量の関係

Heave、Roll量の結果も同様)、透過率の場合は、Ngが20個以下では解が安定しているとはいえない。すなわち、運動方程式に摩擦による減衰項を考慮することによって、選点解法における計算点の間隔は、減衰項がないときよりもっと細かく取る必要があることを示し、本研究では水深の1/20にして計算を行った。

(2) 収束精度と解の安定性

前述したように、本計算方法では等価線形減衰係数cに関する b_{ij} ($i,j=2,3$)を求める際、反復収束計算を行うため、収束精度が諸解へ及ぼす影響について調べる必要がある。図-5~7は反復計算回数Nrに対して、それぞれ ε , Kt, Kr, Eと浮体の無次元動揺量の収束状況を示した図である。ここで、Eは摩擦力によるエネルギー逸散率、 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ はそれぞれ b_{12}, b_{13} について(i+1)回目の値にi回目の値を引いたものである。図-6と7からわかるようにKt、動揺量共に反復回数が4回以内に解が安定している。このとき図-5の ε は 10^0 以上になっていることがわかる。このように本計算における反復計算の収束精度は非常に良く、解に何ら問題がないことがわかる。またこれらの図から、1回目の各諸量の値が摩擦力の無いときの値であることを考えると、摩擦力を考慮することによって現れるエネルギー減衰や動揺量の低減効果が確認できる。

(3) 非線型動揺解析との比較

ここでは、本計算手法の妥当性を検証する方法として、摩擦力を等価近似することなく、そのまま運動方程式に考慮し計算した非線型動揺解析による結果と比較を行った。その一例で、Heave量に関し比較し

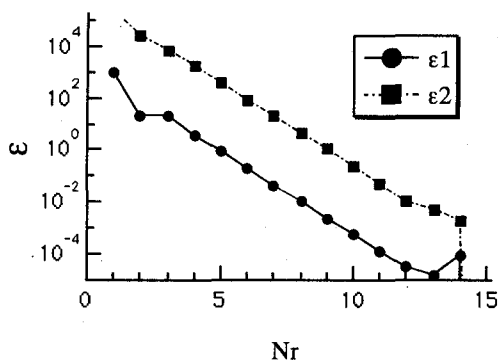


図-5 反復回数Nrと ε の関係

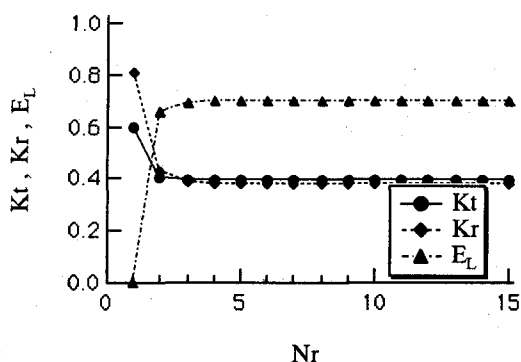


図-6 反復回数Nrと K_t, K_r, E_L の関係

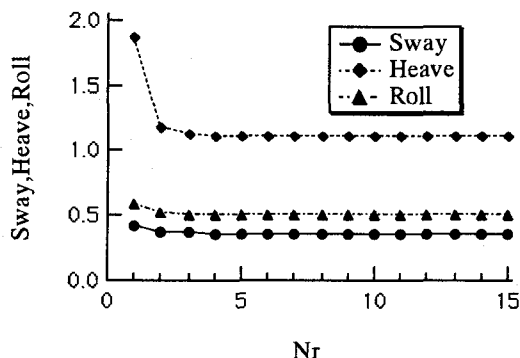


図-7 反復回数Nrと動揺量の関係

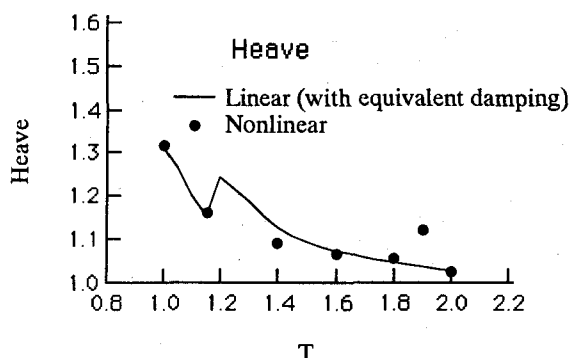


図-8 非線型解析との比較図

たのが図-8である。対象浮体は上記した矩形浮体で、 $k=10\text{Kgf/cm}$ 、摩擦係数 $f=0.2$ 、初期反力は 0.5Kgf を用いた。図中実線は等価近似によるもの、黒丸は非線型解析による計算結果であるが、両者は非常に良く一致していることがわかる。ここでは示さないが、Sway、Rollに関しても同様の結果を得ている。

(4) 実験値との比較

図-9~11は B/L に対する透過率、Heave、Roll量を、本近似計算による結果と実験値を比較したものである。浮体は図-1に示したスカート有するサイドフロートの形状($B/h=0.7$ 、 $l_b/h=0.15$ 、 $d_1=0.15$ 、 $d_2=0.35$)で、初期反力は 3.5Kgf を与えた。まず図-9の透過率の場合、計算値は、HeaveとRollのピーク値が現れる $B/L=0.08$ 、 0.2 付近で、実験値では見られないピーク値が存在するほかは実験値と良く一致している。またHeaveとRollの場合も同様ピーク値以外の部分では実験値をほぼ再現している。

3. 2 初期反力による動揺低減効果に関する考察

図-12,13は初期反力によって縮むバネの変位量 s を変化させることによる透過率、反射率、エネルギー減衰およびHeave、Roll動揺量を示した図である。浮体は図-1のもので、 $B/L=0.15$ の場合である。図-12における透過率は初期反力の変化に対してほぼ一定値を保ち、変化が見られない。これは実験値においても確認されている。一方、反射率は初期反力の増加にしたがって大きく減少しており、このときエネルギー減衰は当然ながら大きく現れる。また図-13の浮体動揺においては、Heave、Roll共に初期反力が大きくなるに従って緩やかに小さくなっていることがわかる。このような結果は B/L によって若干の差はあるが、ほぼ同様の傾向であり、実験の結果と良く一致するものである。一方、図-14は $B/L=0.1$ 、 0.15 、 0.25 の場合において、浮体が受ける水平波力 F_x を初期反力の変化に対して示したものである。この図からわかるように、 B/L のいずれのケースも最低値を示す曲線になっており、その値は $B/L=0.1$ の場合、 $s=0.34$ で F_x の最低値 0.13 また $B/L=0.15$ の場合には $s=0.29$ で F_x の最低値が 0.11 、そして $B/L=0.25$ の場合においては、 $s=0.22$ の時に F_x の最低値が 0.08 のような結果を示している。また s が 0.3 以上の値であれば F_x は若干増加しておりこれは B/L の値によらず一定値を示す。すなわち、杭係留された浮体が受ける水平波力 F_x は B/L の値に関係なく初期反力が大きくなるにしたがって減少しながらある最低値を示した後再び増加する傾向を示しており、その最低値を示す初期反力(図ではバネの初期縮み量 s)は B/L によって異なっており、 B/L の値が大きくなればなるほど水平波力 F_x の最低値を示す初期反力は小さくなることが確認できる。

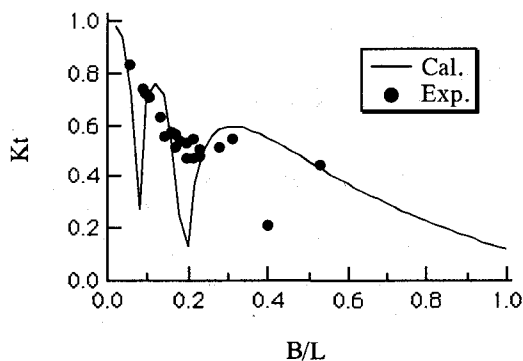


図-9 実験値との比較図 (Kt)

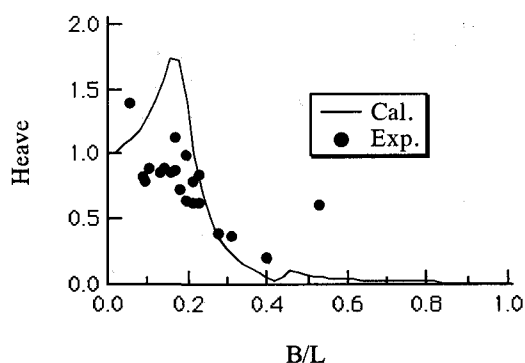


図-10 実験値との比較図 (Heave)

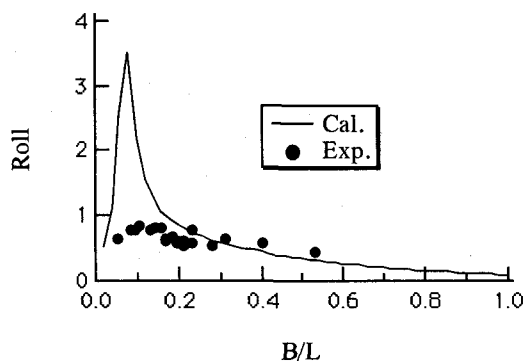


図-11 実験値との比較図 (Roll)

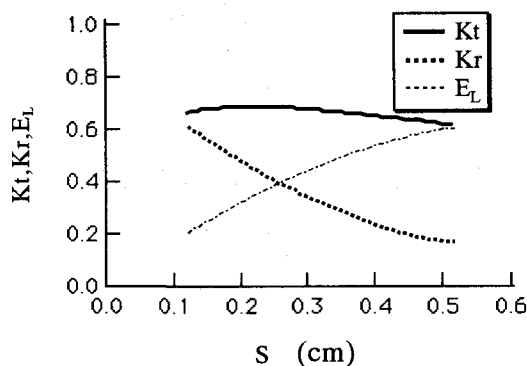


図-12 初期反力の変化に対する Kt, Kr, EL

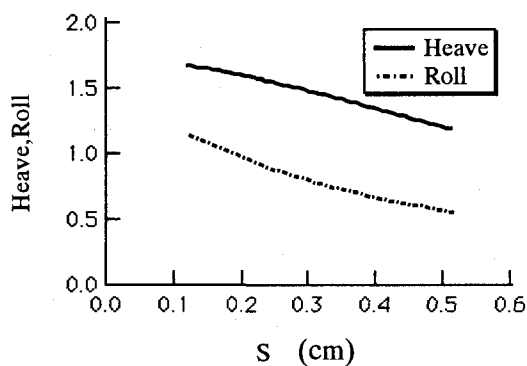


図-14 初期反力の変化に対する水平波力

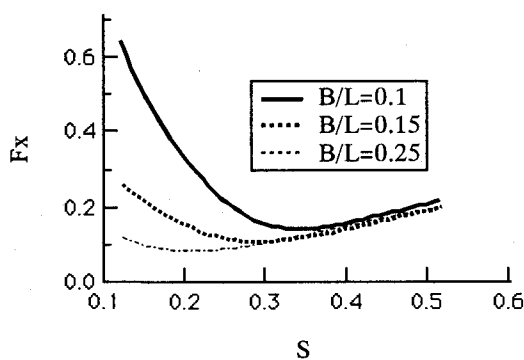


図-13 初期反力の変化に対する動揺量

4. おわりに

以上本研究では、杭係留式浮防波堤に関する実験によって示された、初期反力を変えることによって消波効果には影響することなく浮体の動揺を抑制することが可能などの諸特性を数値的に検証しようとした。すなわち、係留部の杭とローラーの間で生じる摩擦力を浮体の運動方程式に考慮する際、計算の能率化のため近似モデル化を構築でき、検証を行った。その結果、実験値と定性的に良く一致することがわかった。今後は定量的な検討を行うつもりである。

参考文献： 1)金 憲泰・榎木 亨・青木伸一 (1993)：杭係留式浮体による波浪制御に関する実験的研究，第40回海岸工学講演会論文集，pp. 901-905. 2)吉田明徳・小島治幸・鶴本良博 (1990)：波動境界値問題におけるポテンシャル接続法の選点解法，土木学会論文報告集，第417号，pp. 265-274.