

密度成層中のBubble Plumeの連行特性

Fundamental study on entrainment properties of round bubble plumes in linearly stratified environments

池田裕一^{*1}・高橋和宏^{*2}・浅枝隆^{*3}・須賀堯三^{*1}

Hirokazu Ikeda, Kazuhiro Takahashi, Takashi Asaeda and Kyoza Suga

Laboratory experiments were performed to study entrainment properties of round bubble plumes in linearly stratified environments. It is shown that stratified ambients decrease the liquid volume flux of bubble plumes, compared with the homogeneous, and an empirical formula of the volume flux was derived. With fitting between this formula and numerical analysis of one dimensional model, entrainment coefficient was estimated, and an empirical formula of entrainment coefficient in stratified environments was obtained in the form of adjustment from that in the homogeneous.

Keywords: bubble, plume, entrainment, volume flux

1 はじめに

Bubble Plume は、水域下方から気泡を連続的に放出し、気泡の上昇とともに大きな上昇流領域を形成するものであり、その技術的応用範囲が非常に広い。例えば、海底の栄養塩を浮上させて漁場を開発したり、水表面に生じる流れによって油膜や漂流物の接近を防いだり、その他、水域内の凍結防止やダムや湖沼などの閉鎖性水域における富栄養化対策、あるいは深層の貧酸素状態の解消などを挙げることができる。

ここで重要なのは、Bubble Plumeが上昇しながら周囲の水塊を連行していく特性である。実際に Bubble Plume の挙動を予測する場合には、連行係数をどのように決定するかが重要な問題となる。最近になって水深が10m¹⁾～50m²⁾というという現場スケールの実験・観測により、一様密度水域中での連行特性はある程度明らかになってきた。ところが、Bubble Plumeを適用する水域では、温度や塩分で密度成層を形成している場合が多く、こうした成層中での連行特性を具体的に検討した例はほとんど見られない。

そこで本研究では、直線成層中での実験結果から、一様密度水域で得られている連行特性の補正をすることにする。そして、その補正量を、気泡発生量、水深、密度勾配などの外部条件で簡便に表し、これを用いた比較的単純な物理モデルにより、密度成層中の Bubble Plume の挙動を予測する手法を検討する。

2 Bubble Plume の支配方程式

今回は、軸対称Bubble Plumeを対象とし、各物理量を水平断面内で積分した、鉛直1次元モデルを考えることにする。従来ほとんどの場合、流速・密度などの分布形を仮定して（例えばGauss分布）定式化を行っているが、それでは分布形ごとに連行係数の定義や値がまちまちになり、不都合である。そこで、ここでは、なるべく分布形に依存しないように、断面積分したフラックスを用いて定式化を行い、連行特性を評価することにする。

図1に示すように、Plume 軸を中心として、高さ方向を z 、半径方向を r とする円筒座標系を考える。Bubble Plume の鉛直方向流速分布および浮力分布をそれぞれ $v(r, z)$ 、 $g'(r, z)$ とし、その分布形には、従来の解析で見られるような自己相似性は仮定しないことにする。また浮力は、Bubble Plumeの気液混合流体としての密度を $\rho(r, z)$ 、周囲の成層の鉛直密度分布を $\rho_a(z)$ 、基準密度を ρ_0 とし、 $g'(r, z) = (\rho_a(z) - \rho(r, z)) g / \rho_0$ とする。このとき上昇流量 Q 、運動量フラックス F 、浮力フラックス J は

$$\begin{cases} Q(z) = \int_0^\infty v(r, z) 2\pi r dr \\ F(z) = \int_0^\infty v^2(r, z) 2\pi r dr \\ J(z) = \int_0^\infty v(r, z) g'(r, z) 2\pi r dr \end{cases} \quad (1)$$

と定義できる。以下、これら3物理量に関する支配方程式を導くことにする。

*1 正会員 宇都宮大学工学部建設学科 (321 宇都宮市石井町2753)

*2 学生員 宇都宮大学大学院

*3 正会員 埼玉大学工学部建設基礎工学科

まず、流量 Q については、ある半径 r_e における連行速度 v_e を用いて、

$$\frac{dQ}{dz} = 2\pi r_e v_e \quad (2)$$

の形に示される。しかし、こうした式形では、 r_e 、 v_e の定義があいまいであり、分布形の仮定の仕方によって、連行係数の値も異なってしまう。そこで、List & Imberger³⁾にならい、 α を連行係数として

$$r_e v_e = \alpha \left(\frac{2}{\pi} F \right)^{1/2} \quad (3)$$

とすれば、分布形に依存せずに定式化できる。係数 $2/\pi$ は、Gauss分布を仮定して得られた従来の研究成果との整合性を保つために導入したもので、通常の液体Plumeの場合、 $\alpha = \alpha_p = 0.083$ となる³⁾。

次に、運動量保存則はBubble Plumeの浮力によって、運動量フラックスが増加するので、総浮力を B とし

$$\frac{dF}{dz} = B(z) = \int_0^\infty g'(r, z) 2\pi r dr \quad (4)$$

と書くことができる。 B に関しても、分布形によって様々な表現がなされているが、ここでは式(1)に示されるフラックス量の内容と次元を考慮して、

$$B(z) = \sigma J \frac{Q}{F} \quad (5)$$

とおく。ここに σ は流速や気泡の分布形によって決まる補正係数である。

浮力保存則については、成層による浮力の変化と、水圧変化による気泡体積変化の2つの影響を考える必要がある⁴⁾。まず、気泡体積の変化がなければ、

$$\frac{dJ}{dz} = -QN^2 \quad (\text{気泡体積変化なし}) \quad (6)$$

と書ける。 N は $N = -[(g/\rho_0) d\rho_a/dz]^{1/2}$ で表される浮力振動数である。次に、成層がなければ、高さ z での気泡流量 q_B は、

$$q_B g = \int_0^\infty g'(r, z) (v(r, z) + u_s) 2\pi r dr = J + u_s B = J(1 + \sigma u_s \frac{Q}{F}) \quad (7)$$

と書ける。一方、水圧と体積の関係から、 Q_0 、 H_a をそれぞれ水面での空気流量、大気圧水頭とすれば、

$$q_B(z)g = Q_0 g \frac{H_a}{H_a + H - z} \quad (8)$$

とも書ける。結局、

$$J = Q_0 g \frac{H_a}{H_a + H - z} \frac{F/Q}{F/Q + \sigma u_s} \quad (\text{成層なし}) \quad (9)$$

以上より、成層と気泡体積変化の影響を合わせて、浮力保存則は次のように書くことができる。

$$\frac{dJ}{dz} = -QN^2 + \frac{d}{dz} \left[Q_0 g \frac{H_a}{H_a + H - z} \frac{F/Q}{F/Q + \sigma u_s} \right] \quad (10)$$

以上の基礎式を、Asaeda & Imberger⁵⁾にならい

$$z = Hx \quad (11)$$

$$Q = 4\pi\alpha_p^2 H^2 M_p^{1/3} u_s q, \quad F = 4\pi\alpha_p^2 H^2 M_p^{2/3} u_s^3 m, \quad J = 4\pi\alpha_p^2 H M_p u_s^3 j \quad (12)$$

$$\alpha = \alpha_p \beta, \quad H_R = \frac{H}{H_a + H}, \quad M_p = \frac{Q_0 g H_a}{4\pi\alpha_p^2 H (H_a + H) u_s^3}, \quad C_H = \frac{N^2 H^2}{M_p^{2/3} u_s^2} \quad (13)$$

によって、無次元化を行うと、

$$\frac{dq}{dx} = \beta(2m)^{1/2} \quad (14)$$

$$\frac{dm}{dx} = \sigma j \frac{q}{m} \quad (15)$$

$$\frac{dj}{dx} = -C_H q + \frac{d}{dx} \left(\frac{m/q}{(1 - H_R x)(m/q + \sigma M_p^{1/3})} \right) \quad (16)$$

なる支配方程式を得る。

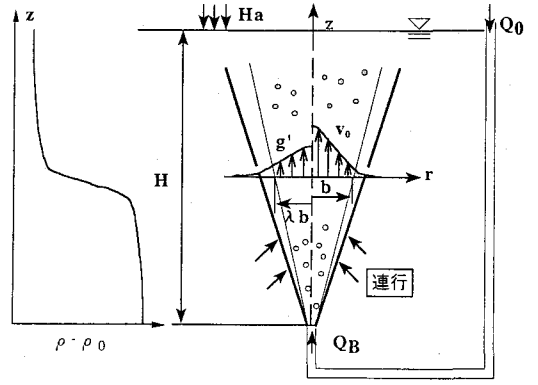


図1 Bubble Plumeの模式図

3 実験装置および方法

実験には、断面1m×1m深さ1mの亚克力製水槽を用いた。密度成層としては塩水を用い、2タンクシステムによって直線成層を形成させた。気泡発生器は水槽底面中央に設置し、そこからの気泡量が安定するまでは混合が始まらないように、水面まで達するパイプをかぶせてアイドリングを行った。

実験開始と同時にこのパイプを取り除き、成層の混合を開始させ、混合がある程度進んだところで、またパイプをかぶせて混合を一時停止させる。その後、水槽内の流れが静穏になってから成層の密度分布を測定し、混合の進行の具合を調べた。密度分布の測定には電気伝導度計を用い、鉛直方向に0.5cmごとにサンプリングを行った。

なお、実験は表1に示す通りで、今回自ら行ったものの他に、Asaeda & Imberger⁵⁾ならびに Zic *et al*⁶⁾の実験結果も用いて以後の検討を進めることにする。

表1 実験条件

RUN	H (m)	Q ₀ (m ³ /s)	N ₀ (s ⁻¹)	H _R	M _p	P _N
CASE 6	0.76	5.21・10 ⁻⁵	0.313	0.069	1.69・10 ⁻¹	2.15・10 ¹
CASE 8	0.59	4.45・10 ⁻⁶	0.495	0.055	1.88・10 ⁻²	3.56・10 ¹
CASE 15	0.68	3.83・10 ⁻⁶	0.346	0.063	1.40・10 ⁻²	2.51・10 ²
OD 3	0.68	2.27・10 ⁻⁵	0.374	0.063	8.28・10 ⁻²	5.36・10 ¹
Asaeda ⁵⁾	0.38	2.00・10 ⁻⁶	0.296	0.036	1.34・10 ⁻²	2.86・10 ¹
Zic ⁶⁾	0.97	6.70・10 ⁻⁶	0.360	0.087	1.67・10 ⁻¹	6.88・10 ¹

4 成層水域中の上昇流量

今回の実験で見られた流れの形態を図2に示す。まず、気泡発生器から連続的に放出された気泡は、上昇しながら周囲の水を連行して上昇領域すなわち Bubble Plume を形成する。これが水面に達すると、流れは一時水面に沿って広がるが、下方から重い水塊を持ち上げてきているので、周囲との相対重力によって、再び水面下に沈みこむ。その後、下降を続ける流れは、周囲との相対重力がつり合った高さで下降を止め、今度は周囲へと広がっていく (intrusion) ようになる。密度成層中の Bubble Plume の流れパターンはこの他に、上昇していく途中で周囲との相対重力に抗しきれずに、下降そして intrusion してしまうものなどもある⁹⁾。ただし、どのパターンにおいても、図3に示すような密度分布の時間変化を見ると、intrusion より下の領域では等密度線が下方へ移動し、上側では逆に上方へ移動していくのがわかる。これは、intrusion より下では、Bubble Plume への連行のために、等密度線の間隔が狭まってくるのに対して、上側の領域では、周囲へと intrusion する分だけ等密度線が上にシフトすることを考えれば明らかである。逆にこのことから、intrusion より下側の部分では、ある高さでの等密度線の移動速度に水域の断面積を乗ずることによって、その高さでの Bubble Plume の上昇流量を求めることができる⁷⁾。

図4はこうして算出したBubble Plumeの上昇流量の例である。Asaeda *et al*⁸⁾ は、一様密度水域では高さzにおける浮力フラックスがおおよそ $J_N = Q_0 g H_a / (H_a + H - z)$ であることから、水深が1m～50mにわたる実験・観測結果を整理して、一様密度水域での上昇流量が

$$Q = \frac{Q_N}{4\pi\alpha^2 (H + H_a)^2 M_z^{1/3} u_s} = 0.45 \left(\frac{z}{H + H_a} \right)^2 \quad (17)$$

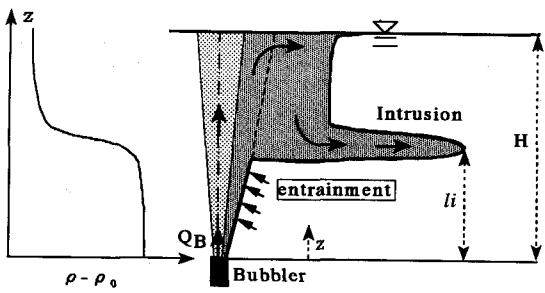


図2 Bubble Plumeの流れの形態

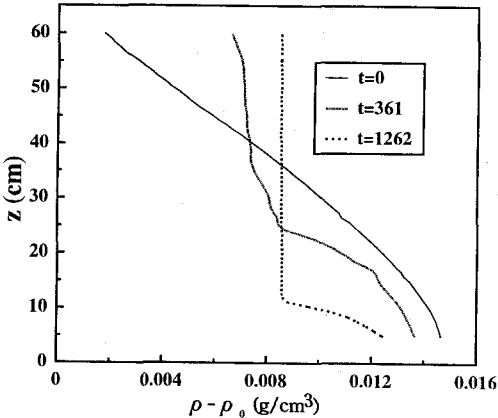


図3 密度分布の時間変化

となることを導いている（添え字 N は一様密度水域中のものであることを示す）。ここに u_s は静止流体中の気泡の上昇速度、 $M_z = Q_0 g H_a / [4\pi\alpha^2 z (H + H_a - z) u_s^2]$ である。図4中の実線はこの曲線を描いたもので、密度成層中の上昇流量は、明らかに一様密度水域中に比べて小さくなることからわかる。これは、式(10)を見てもわかるように、密度成層の影響で浮力フラックスが減少しているからである。逆に、この浮力フラックスの減少量を簡便に評価できれば、上昇流量を示す式形を導くことができよう。

浮力保存則を見てわかるとおり、密度成層中の浮力フラックスは、高さ z において一様密度に比べ、

$$\Delta J = \int_0^z Q N^2 dz \quad (18)$$

の分だけ減少している。いま、直線成層とすれば $N = \text{const}$ であり、また、intrusion 高さより下では、上昇流速は、 Q_B を気泡放出点の空気流量とすれば、おおよそ $(Q_B g / z)^{1/3}$ 、また、Bubble Plume 半径は、おおよそ αz のスケールだから

$$\begin{aligned} \Delta J &\sim 4\pi\alpha^2 N^2 (Q_B g / z)^{1/3} \int_0^z z^{5/3} dz \\ &\propto 4\pi\alpha^2 Q_B P_N^{1/3} \left(\frac{z}{H} \right)^{8/3} = 4\pi\alpha^2 Q_B P_z^{2/3} \quad (19) \end{aligned}$$

となる。ここで $P_N = N^3 H^4 / (Q_B g)$ は、気泡放出点から供給される浮力に対する、水域全体の密度成層の強さであり、 $P_z = N^3 z^4 / (Q_B g)$ は、高さ z までの成層の強さを示すものである。こうして ΔJ は、成層強度と関係づけることができる。一方、Asaeda & Imberger⁹⁾ は、次元解析から intrusion 高さを、おおよそ、 $li = 4.5(Q_B g / N^3)^{1/4}$ としており、この高さスケールを用いれば、さきの式は、

$$\Delta J \propto 4\pi\alpha^2 Q_B g \left(\frac{z}{li} \right)^{8/3} \quad (20)$$

とも書くことができる。 li は単に intrusion 高さというだけでなく、浮力フラックスの減少分 ΔJ を考えるにも、重要な高さスケールであると言える。

そこで、 Q/Q_N と z/li との関係をプロットしたものを図5に示す。この図から各実験結果を系統的に整理することができるのがわかる。また、上昇流量は浮力フラックスの $1/3$ 乗に比例するので、 $Q \propto (J - \Delta J)^{1/3}$ より、

$$\Delta_Q = \frac{1 - (Q/Q_N)^3}{\beta^2 (1 - H_{RT})} \propto \left(\frac{z}{li} \right)^{8/3} \quad (21)$$

が得られる。この結果をプロットしたものを図6に示す。果たして Δ_Q は z/li に対して、 z/li が小さいうちは、両対数グラフ上で、おおよそ傾き $8/3$ の直線上にプロットできる。そこで、こうした特徴を反映させて、

$$\Delta_Q = \frac{C_A (z/li)^{8/3}}{1 + C_B (z/li)^{8/3}} \quad (22)$$

なる近似式を仮定すると、 $C_A = 34$ 、 $C_B = 32$ が得られた。

5 連行係数の評価

式(22)は、限られた実験条件の下で得られたものとはいえ、 Δ_Q の定義に含まれる Q_N の式(17)は一様密度水域での幅広い実験・観測結果から得られたものである。今回の実験および式(22)を、密度成層の影響によって生じるそこからの補正量を求めたものと解釈すれば、今回の実験条件は、密度成層の影響を示す無次元パラメーター P_N については幅広く、実際の貯水池などで適用している例⁹⁾を十分にカバーするもの

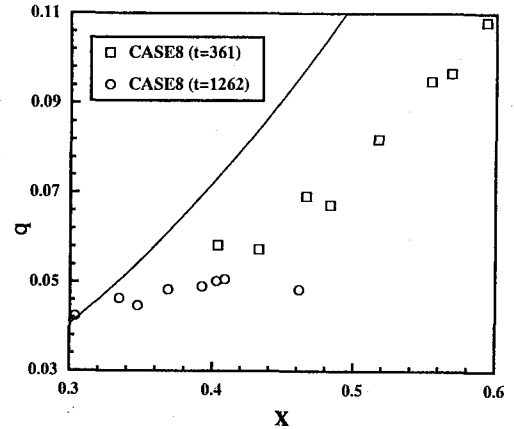


図4 上昇流量

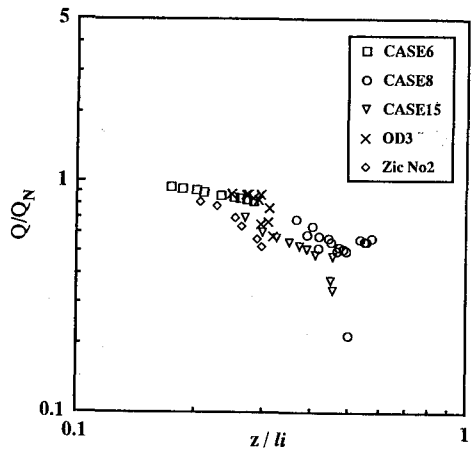


図5 Q/Q_N と z/li の関係

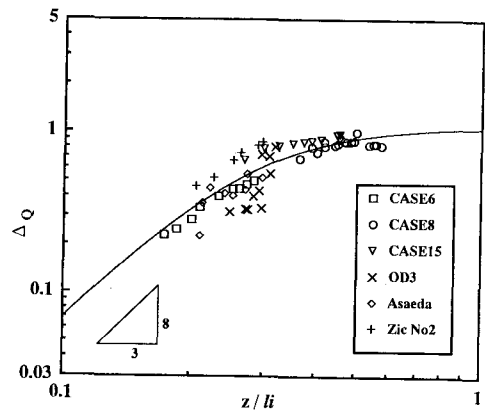


図6 Δ_Q と z/li の関係

といえる。したがって、今回の実験結果そのものではなく、幅広い実験結果を含む式(22)を用いて連行特性を評価してやれば、幅広いスケールにわたってある程度実物に近い挙動が捉えられることになる。

ところで、流量や気泡の分布形によって決まる補正係数 σ については、従来からよく用いられるGauss分布を仮定すると、

$$\sigma = \frac{1 + \lambda^2}{2} \tag{23}$$

となる。ここで λ は、流速分布の有効幅に対する浮力分布のそのの比である。 λ の値については、Mcdougall⁹⁾やSchladow¹⁰⁾は $\lambda = 0.3$ を用いており、また、宮永¹¹⁾は $\lambda = 0.4$ を用いている。そこで本研究では、おおむね $\sigma = 0.55$ として解析を進めることにした。

次に、連行係数の値を具体的に決めることにする。まず、式(21)の流量評価式を、式(12)を用いて無次元化すると、

$$q = q_N \left[1 - [1 - \beta^2 (1 - H_R x)] \frac{34 x_i^{8/3}}{1 + 32 x_i^{8/3}} \right]^{1/3} \tag{24}$$

と書ける。なお、 $x_i = z/li$ である。また q_N は式(17)からおおよそ

$$q_N \sim 0.45 \frac{x^{5/3}}{(1 - H_R x)^{1/3}} \tag{25}$$

である。そこで、式(14)～(16)の解析結果と式(25)の経験則が合うように連行係数比 β の値を求める。そして、今回は成層の影響による補正量を問題としているので、 β の値そのものではなく、一様密度水域中の値 β_N との比 β / β_N が、 H_R 、 M_p 、 P_N といった外部条件を変えたときにどのような傾向を示すのか調べた。表2に、計算条件を示す。

図7は $M_p = 0.2$ の場合の計算結果から、成層強度に対する連行係数の変化を示したものである。ただし、図の横軸には、 P_N のかわりに、

$$P_0 = \frac{N^3 H^4}{Q_0 g} = (1 - H_R) P_N \tag{26}$$

すなわち水面での浮力に対する密度成層の強さを用いている。図7を見ると、この P_0 によって β / β_N との関係が H_R によらず系統的に整理できることがわかる。 M_p の値が他の場合も同様な傾向を示し、それらはみな

$$\frac{\beta}{\beta_N} = \frac{1 + C_1 P_0^k}{1 + C_2 P_0^k} \tag{27}$$

の式形で近似することができた。この式を当てはめた結果、指数 k に関しては、多少変化はしたものの、その幅はそれほど大きくないものであったので、簡便のため一定として、 $k = 0.5$ という値が得られた。

C_1 と C_2 の値を求めた結果を図8に示す。 M_p の値に対して、 C_1 及び C_2 が系統的に変化していることがわかり、経験的に、

$$C_1 = \frac{0.34 + 350 M_p^3}{1 + 710 M_p^3}, \quad C_2 = \frac{0.47 + 240 M_p^3}{1 + 420 M_p^3} \tag{28}$$

と近似することができる。

β_N に関しては、高橋¹²⁾による次の式で与えた。

$$\beta_N = \frac{1 + 1.2 M_p^{4/3}}{1 + 0.4 M_p^{4/3}} \tag{29}$$

以上の式を用いて、外部条件のみから連行係数を求めることができる。図9および図10は、CASE8とAsaeda *et al*⁸⁾の場

表2 計算条件

H_R	0.1, 0.2, 0.5, 0.8
M_p	0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10
P_N	1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000

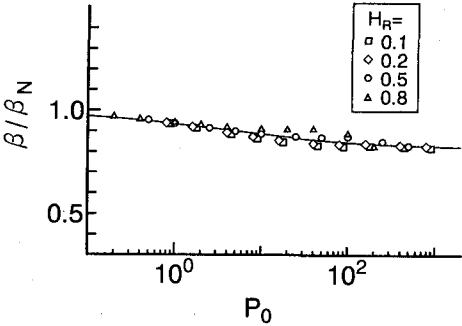


図7 密度成層中の連行係数 ($M_p=0.2$)

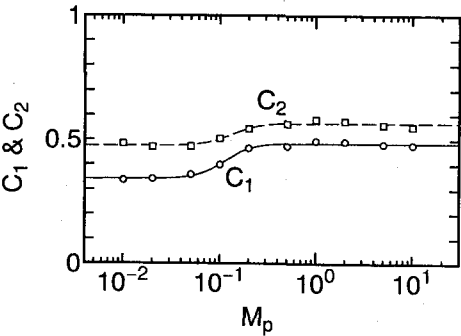


図8 M_p と C_1 , C_2 の関係

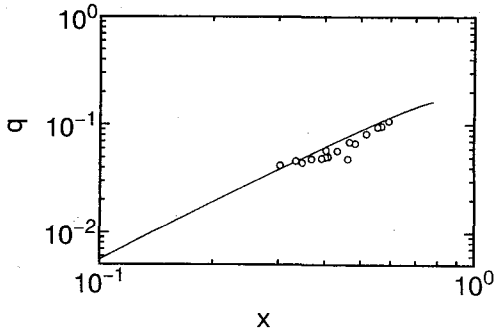


図9 実験値との比較(CASE8)

合について得られた連行係数の値と式(14)～(16)を用いて、上昇流量を解析した結果と測定データとを比較したものである。それぞれ適合性は妥当なものと言えよう。

6 終わりに

本研究では、密度成層中でのBubble Plumeの一次元モデルを、流速・密度分布の分布形・自己相似性を仮定しないで定式化を行った。そして、成層中での連行特性を、一様密度水域中でのものからの補正という形で、しかも、水深、気泡量、密度勾配といった外部条件のみで評価できるような経験式を導くことができた。その結果、単純なわりには適合性の高い予測手法が確立されたものといえる。

ただし、本研究では、intrusionの下側の領域だけで連行係数を求めており、今後は、下降流の混在する、intrusionの上側の連行特性を評価することを課題としたい。

<謝辞>

本研究を行うにあたり、平成5年度文部省科学研究費奨励研究(A) (課題番号05855072、代表者：池田裕一)の援助を受けた。ここに記して謝意を表します。

<参考文献>

- 1) Fannelop, T. K. & Sjoen, K. : Hydrodynamics of underwater blowouts, Proc. coastal Engng. Conf., 2209-2226, 1974.
- 2) Milgram, J. H. : Mean flow in round bubble plumes, J. Fluid Mech., 133, 345-376, 1983.
- 3) List, E. J. & Imberger, J. : Turbulent entrainment in buoyant jets and plumes, J. Hyd. Div., Proc. ASCE, 99, 1461-1474, HY9, 1973.
- 4) McDougall, T. J. : Bubble Plume in stratified environments, J. Fluid Mech., 85, 655-672, 1978.
- 5) Asaeda, T. & Imberger, J. : Structure of bubble plumes in linearly stratified environments, J. Fluid Mech., 249, 35-57, 1993.
- 6) Zic, K. & Stefan, H. G. & Ellis, C. : Laboratory study of bubble plumes destratification, J. Hyd. Res., 30, 7-27, 1992.
- 7) Leitch, A. M. & Baines, W. D. : Liquid volume flux in a weak bubble plume, J. Fluid Mech., 205, 77-98, 1989.
- 8) Asaeda, T. & Ikeda, H. & Imberger, J. : Bubble Plume characteristics in two-layered environments and destratification process, J. Fluid Mech., (to be submitted).
- 9) Lemckert, C. J. & Imberger, J. : Energetic bubble plume in arbitrary stratification, J. Hyd. Engrg., ASCE, 119(6), 680-703, 1993.
- 10) Schladow, S. G. : Bubble plume dynamics in a stratified medium and the implications for water quality amelioration in lakes, Water Resour. Res., 28(2), 313-321, 1992.
- 11) 宮永洋一：貯水池富栄養化現象の予測と気泡噴流による水質改善に関する基礎的研究、東京工業大学学位論文、1988.
- 12) 高橋和宏：Bubble Plumeの連行特性に関する基礎的研究、宇都宮大学卒業論文、1994.

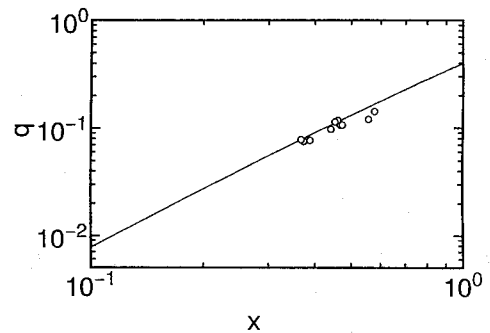


図10 実験値との比較(Asaeda)