

不等水深域における波・流れ共存場のモデル化

(MODELING WAVE CURRENT INTERACTION OVER AN UNEVEN SEA BOTTOM)

Md. H. ジャマン*・富樫 宏由**・余 錫平**

Md. Hasanat Zaman, Hiroyoshi Togashi and Xiping Yu

A mathematical model is established to describe wave-current interaction over uneven sea bottoms. The basic equations of the model are obtained by vertically integrating the continuity equation and the equation of motion for flow over impermeable sea bed of mild slope. Finite difference method is utilized for numerical solutions and the results for a wave-current coexistent field over submerged mound show that the variation of the wave features is fairly significant due to the presence of the current which leads to remarkable drop of the mean water level over the mound and that the waves also affect the mean water level appreciably.

KEYWORDS: Wave-current interaction, Finite difference method, Submerged mound

1. 序言

沿岸の波・流れ共存場の予知は、沿岸漂砂およびそれに伴う海岸侵食、航路・港湾のシルテーションなどの予測の前提であるため、沿岸開発・保全事業に不可欠である。従来、流れが波浪変形に及ぼす影響を予測するために、修正緩勾配方程式 (Kirby, 1984; Liu, 1990) に基づくモデルが提案されている。また、波浪場によって生じる流れ、すなわち沿岸流に関しては、波浪場から Radiation Stress を計算し、それより流れ場を求める手法がある (Longuet-Higgins and Stewart, 1964; Horikawa, 1988)。しかし、実際河口などのような場合において、河川流入による流れと外洋から進入してくる波との相互干渉が無視できないと、従来の手法で波・流れ場を正確に把握するのに、波浪場と流れ場を繰り返して修正しなくてはならない。そこで、計算時間の短縮、または広領域問題への対応を図るため、波浪場と流れ場を切り離して考えるのではなく、一括したモデルが必要となる。

本研究では、一様水深域における微小振幅波と一様流れが共存する場合の動水圧力の厳密解が緩勾配底面上での波・流れ共存場へ一般的に適用できると仮定し、それに基づいて、流体運動の連続方程式および運動量方程式を鉛直方向に積分する。その結果、波・流れ共存場の基礎方程式が得られる。得られた波・流れ共存場の基礎方程式を浅瀬上での波・流れ相互干渉現象の解析に適用し、有限差分法で波が流れ場、そして流れが波浪場に与える影響を検討する。

2. 理論の誘導

鉛直断面 2 次元問題を考えることとする。一様水深域における微小振幅進行波と一様流れの共存場に対して、非粘性非圧縮性流体の渦無し運動を仮定すると、以下の速度ポテンシャル Φ を用いて波・流れ場が厳密に表される (Dean and Dalrymple, 1991)。

$$\Phi = Ux + \eta \cosh k_I(h+z) - \frac{1}{2}U^2t \quad (1)$$

ただし、 x と z はそれぞれ水平および鉛直座標、 t は時間、 h は静水深、 η は静水位を基準にした水位変動、 U は流れ速度である。 k_I は波数を示し、それが波の周波数 σ と流れ速度 U より次の分散関係式で定められる。

*長崎大学大学院海洋生産科学研究科 (〒852 長崎市文教町 1-14)

**長崎大学工学部社会開発工学科

$$\frac{\sigma^2}{g} \left(1 - \frac{k_I U}{\sigma}\right)^2 = k_I \tanh k_I (h + \eta) \quad (2)$$

ここに、 g は重力加速度を表す。式 (1) をベルヌーイの方程式に代入して、波の振幅の二次以上のオーダーを有する項を無視すると、波・流れ共存場における動水圧力 p_d が次式のように得られる。

$$p_d = \rho g \eta \frac{\cosh k_I (h + z)}{\cosh k_I (h + \eta)} \quad (3)$$

ただし、 ρ は流体密度である。

一方、流体運動の基礎方程式として次の連続方程式および運動量方程式がある。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p_d}{\rho} \right) = 0 \quad (5)$$

ただし、 u および w はそれぞれ水平および鉛直方向の流速成分である。また、自由水面および不透過底面における運動学的境界条件が次式のように書ける。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} - w = 0 \quad (6)$$

$$u \frac{\partial h}{\partial x} + w = 0 \quad (7)$$

式 (3) の動水圧力分布は一様水深域における波・流れ共存場に対して成立つが、これは、水深が緩やかに変化する場合、つまり緩勾配底面の場合においても近似的に成立すると仮定できる。この仮定の基に、式 (4) および (5) が鉛直方向に積分できる。積分の結果に自由水面および底面における境界条件 (6) および (7) も考慮すると、次の緩勾配上における波・流れ共存場の基礎方程式が得られる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta Q^2}{h + \eta} \right) + (C_I^2 + \kappa_1 g \eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \kappa_2 g \eta \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

ただし、 Q は線流量であり、また、波速 C_I 、運動量補正係数 β 、係数 κ_1 および κ_2 は次式で表わされる。

$$C_I = \sigma / k_I - U \quad (10)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2k_I (h + \eta)}{\sinh 2k_I (h + \eta)} \right] \left[\frac{k_I (h + \eta)}{\tanh k_I (h + \eta)} \right] \quad (11)$$

$$\kappa_1 = \operatorname{sech}^2 k_I (h + \eta) - 1 \quad (12)$$

$$\kappa_2 = \operatorname{sech}^2 k_I (h + \eta) - \operatorname{sech} k_I (h + \eta) \quad (13)$$

3. 数値計算方法

式 (8) および (9) を Dronkers のスキーム (Dronkers, 1969) にしたがって以下のように差分化することができる。

$$\eta_{j+1/2}^{n+1} = \eta_{j+1/2}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} Q_{j+1}^{n+1/2} + \frac{\Delta t}{\Delta x} Q_j^{n+1/2} \quad (14)$$

$$a_j^{n+1} Q_{j-1}^{n+3/2} + b_j^{n+1} Q_j^{n+3/2} + c_j^{n+1} Q_{j+1}^{n+3/2} = d_j^{n+1} \quad (15)$$

ただし、

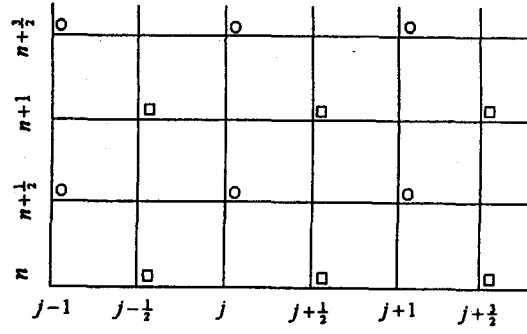


図 1: メッシュ定義図

$$a_j^{n+1} = -\frac{\Delta t}{4\Delta x} \left(\frac{\beta}{h+\eta} \right)_{j-1/2}^{n+1} (Q_j^{n+1/2} + Q_{j-1}^{n+1/2}) \quad (16)$$

$$b_j^{n+1} = 1 + a_j^{n+1} + c_j^{n+1} \quad (17)$$

$$c_j^{n+1} = \frac{\Delta t}{4\Delta x} \left(\frac{\beta}{h+\eta} \right)_{j+1/2}^{n+1} (Q_{j+1}^{n+1/2} + Q_j^{n+1/2}) \quad (18)$$

$$d_j^{n+1} = Q_j^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[(C_I^2 + \kappa_1 g \eta)_{j+1/2}^{n+1} + (C_I^2 + \kappa_1 g \eta)_{j-1/2}^{n+1} \right] (\eta_{j+1/2}^{n+1} + \eta_{j-1/2}^{n+1}) \\ - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[(\kappa_2 g \eta)_{j+1/2}^{n+1} + (\kappa_2 g \eta)_{j-1/2}^{n+1} \right] (h_{j+1/2} + h_{j-1/2}) \quad (19)$$

ここに、 Δt および Δx はそれぞれ時間および空間メッシュ・サイズを表し、また上付き添字 n および下付き添字 j はそれぞれ時刻および座標位置を示す。

式 (14) および (15) による差分法は二次のオーダーを有する。また、非線形の移流項に対して部分陰的スキームを用いたため、差分法の安定性もよい。さらに、数値計算にあたって、図 1 に示しているように、 η の計算点は (図中□で示されている) 整数の時間ステップと分数の空間ステップ、また Q の計算点は (図中○で示されている) 分数の時間ステップと整数の空間ステップに限り、計算は効率的に行われる。計算の手順として、まず既知の n ステップでの η の値と $n+1/2$ ステップでの Q の値を式 (14) に代入して、 $n+1$ ステップでの η の値を求める。続いて、既知の $n+1/2$ ステップでの Q の値と求められた $n+1$ ステップでの η の値を用いて、式 (16)、(17)、(18) および (19) から a_j^{n+1} 、 b_j^{n+1} 、 c_j^{n+1} および d_j^{n+1} を求める。それから、式 (15) を解き、 $n+3/2$ ステップでの Q の値を得る。

式 (15) の連立方程式に関して、3 重対角のマトリックスを有するため、double sweep 法で容易に解ける。初期条件については、 η の初期条件を $n=0$ ステップに、 Q の初期条件を $n=1/2$ ステップに与えればよい。

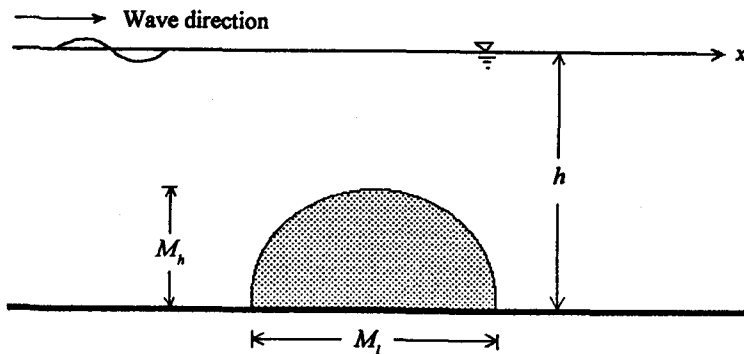


図 2: 浅瀬上での波・流れ共存場の定義図

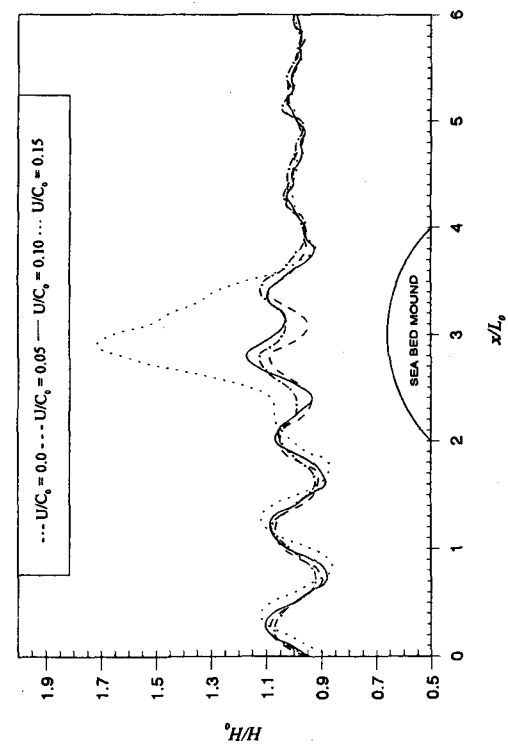


図 3: 流れ速度に対する波高分布の変化

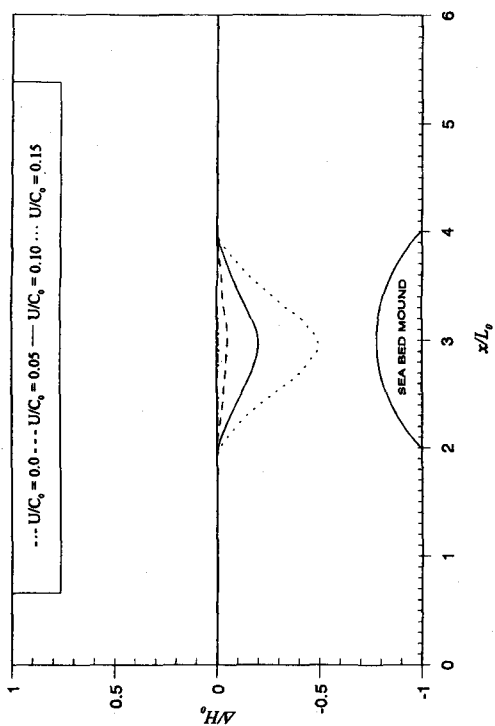


図 4: 流れ速度に対する平均水位の変化

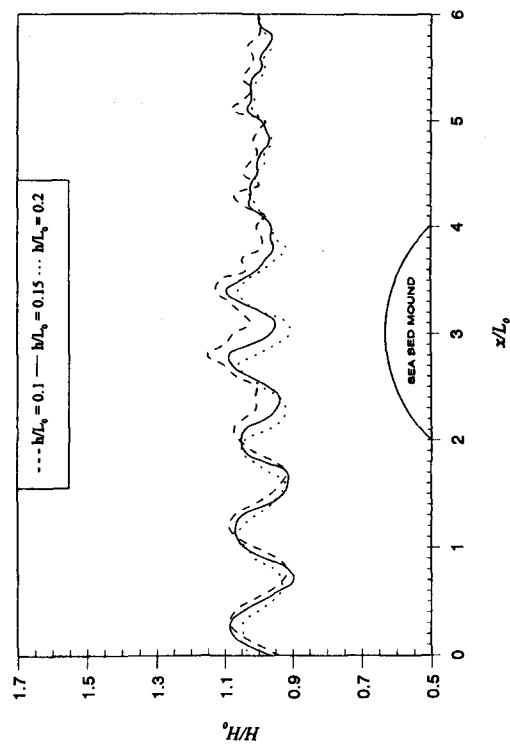


図 5: 相対水深に対する波高分布の変化

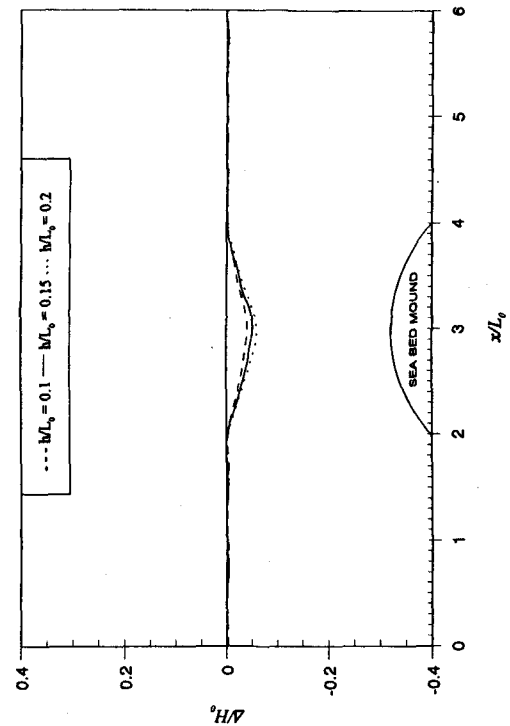


図 6: 相対水深に対する平均水位の変化

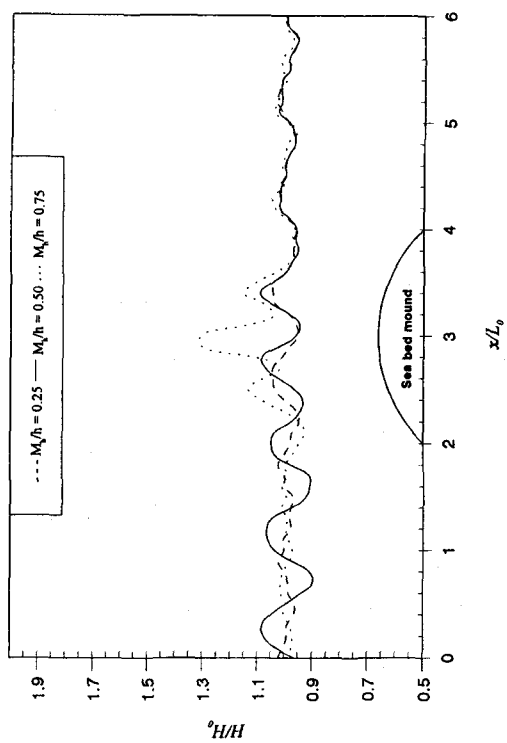


図 7: 浅瀬の高さに対する波高分布の変化

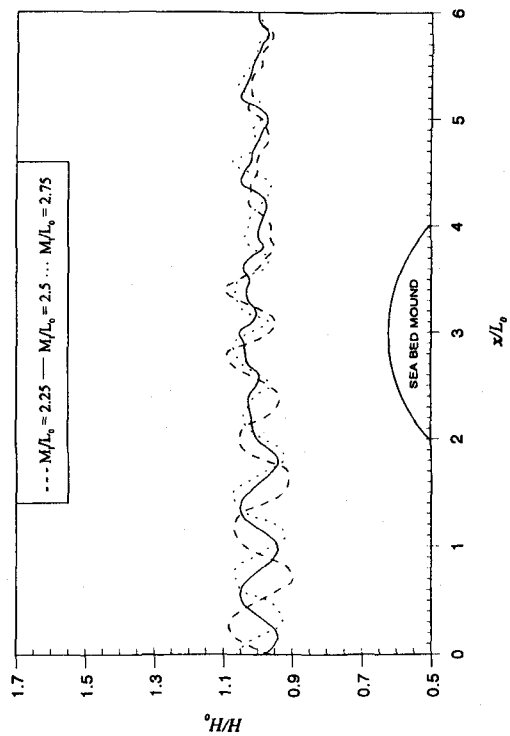


図 9: 浅瀬の幅に対する波高分布の変化

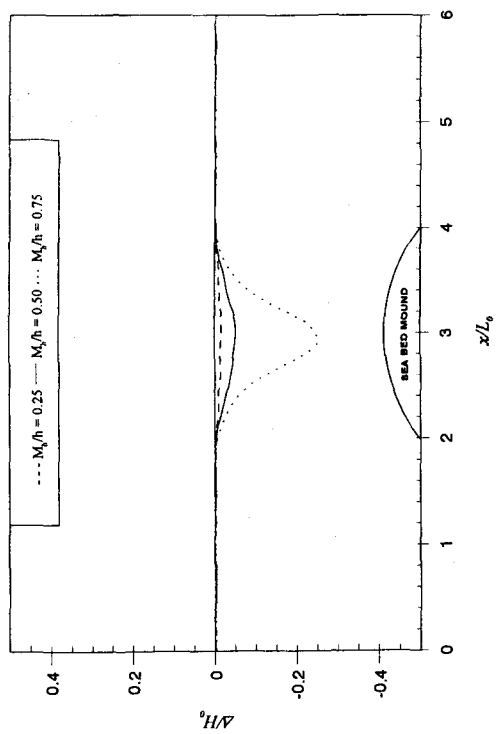


図 8: 浅瀬の高さに対する平均水位の変化

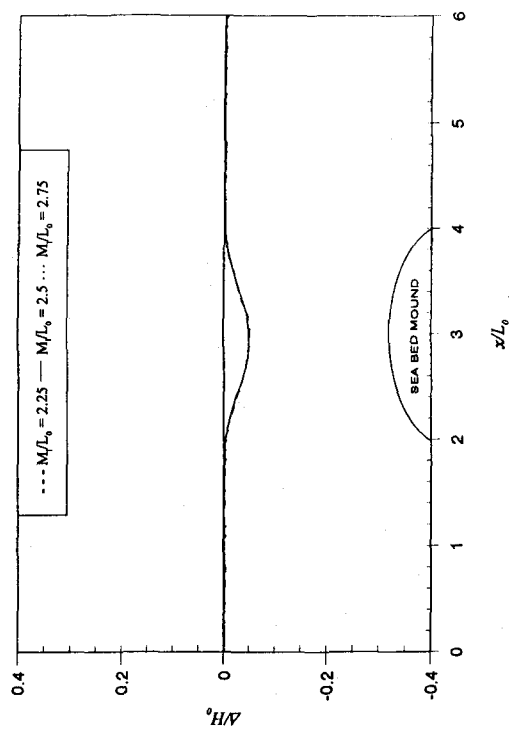


図 10: 浅瀬の幅に対する平均水位の変化

4. 浅瀬上における波・流れ相互干渉の計算結果

図2に示されているような浅瀬上の波・流れ共存場を考える。一様水深部の水深は h 、浅瀬の幅は M_l 、高さは M_h とし、 x の正の方向への進行波の角周波数は σ 、一様流れの速度は U とする。波が流れ場、そして、流れが波浪場に及ぼす影響を把握するために、浅瀬付近における波高 H の分布および平均水位 Δ の変化 (共に入射波高 H_0 で無次元化されている) を調べた。

図3および図4は流れ速度の変化による波高分布と平均水位の変化を示している。流れ速度は無次元パラメーター U/C_0 (C_0 = 一様水深域に流れが存在しない場合の波速) で表す。入射波形勾配 $H_0/L_0 = 0.01$ (L_0 = 流れが存在しない場合の入射波長)、相対水深 $h/L_0 = 0.15$ 、浅瀬の相対高さ $M_h/h = 0.5$ 、浅瀬の相対幅 $M_l/L_0 = 2.25$ である。図3に、流れ速度の増加によって浅瀬上での波長が減少することが示されている。これは、図4に示しているように、流れ速度の増大にしたがって浅瀬上での平均水位の低下が大きくなる、すなわち浅瀬上での平均水深が小さくなることによるものと考えられる。

図5および図6は相対水深に対する波高分布および平均水位の変化を調べたものである。入射波形勾配 $H_0/L_0 = 0.01$ 、無次元流れ速度 $U/C_0 = 0.05$ 、浅瀬の相対高さ $M_h/h = 0.5$ 、浅瀬の相対幅 $M_l/L_0 = 2.25$ としている。波長の大きい波に対して、浅瀬上での波高がやや大きく、平均水位の低下が逆にやや小さくなる傾向が示されている。

図7および図8は浅瀬の高さが波高分布および平均水位に与える影響を示している。入射波形勾配 $H_0/L_0 = 0.01$ 、無次元流れ速度 $U/C_0 = 0.05$ 、相対水深 $h/L_0 = 0.15$ 、浅瀬の相対幅 $M_l/L_0 = 2.25$ としている。図7から、浅瀬の相対高さが中間値 0.5 である時には浅瀬による反射は比較的大きいことが分かる。これは、流れが存在しない場合の状況とは異なる。流れが存在すると、浅瀬が高くなる程浅瀬上の流れ速度が大きくなり、それで波が浅瀬を通過しやすくなる傾向があると考えられる。

図9および図10は浅瀬の幅に対する波高分布および平均水位の変化の様子を示している。入射波形勾配 $H_0/L_0 = 0.01$ 、無次元流れ速度 $U/C_0 = 0.05$ 、相対水深 $h/L_0 = 0.15$ 、浅瀬の相対高さ $M_h/h = 0.5$ としている。浅瀬の幅と入射波長との比が一定の範囲内での変化に対して、波高分布がかなり変化するものの、平均水位はほとんど変わらないことが示されている。

5. 結論

緩勾配底面上での波・流れ共存場に対して、動水圧力の分布を仮定し、それを流体運動の連続方程式および運動量方程式に取り込んで波・流れ共存場の基礎方程式が得られた。得られた基礎方程式の数値解法として二次オーダーの有限差分法を考えた。この数値モデルを用いて浅瀬上での波・流れ相互干渉現象を解析し、波が流れ場、そして流れが波浪場に与える影響について検討した。その結果、流れ速度の増加によって浅瀬上での波長が減少し、浅瀬の相対高さがある中間値で浅瀬による反射が比較的大きいことなどが分かった。

参考文献

- Dean, R.G. and R.A. Dalrymple (1991): *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*, World Scientific, 66-69.
- Dronkers, J.J. (1969): "Tidal computation for rivers, coastal areas and seas", *J. Hydraulics Division, Proc. Amer. Soc. Civil Engs.*, **95**(1), 29-77.
- Horikawa, H. (1988): *Nearshore Dynamics and Coastal Processes*, University of Tokyo Press, 116-128.
- Kirby, J.T. (1984): "A note on linear surface wave-current interaction over slowly varying topography", *J. Geophys. Res.*, **89**(C1), 745-747.
- Liu, P.L.F. (1990): "Wave transformation", In *The Sea* (ed. B. LeMehaute and D. M. Hanes), Wiley-Interscience, 27-63.
- Longuet-Higgins, M.S. and R.W. Stewart (1964): "Radiation stress in water waves, a physical discussion with applications", *Deep-Sea Res.*, **11**, 529-562.