

圧気型構造物による波および空気圧の非線形変化に関する研究

Nonlinear Wave Transformation and Air Pressure Variation of Air-Chamber Structure

岩田好一朗[†]・金 度参^{††}

Koichiro IWATA and Do-Sam KIM

Abstract

Nonlinear characteristics of air pressure variation and wave transformation of a fixed air-chamber structure are discussed theoretically and experimentally. Two analytical methods(method I and II) based on the perturbation method and Green's formula are employed in order to evaluate nonlinearities by the submerged and semi-submerged air-chamber structure. Moreover, an air compression model is newly developed to estimate the dynamic air pressure in the air-chamber inside the structure, assuming the Boyle-Charles' law with adiabatic process in the air pressure variation. Theoretical values of the method I considering evanescent mode waves at an imaginary boundary, are in good agreement with those of method II employing the imaginary boundary which is not affected by evanescent mode waves. Both theoretical values are shown to agree well with experimental values.

Keywords: Nonlinear characteristics, Wave transformation, Air pressure variation, Steady boundary value, Boyle-Charles' law

1 序論

大水深域での波浪制御のみならず、沖合いでの資源の開発および海洋・海岸空間の利用などに有効な海洋・海岸構造物である浮遊構造物に関する研究がさまざまな側面から行われてきたが、浮体の固有周期の周辺で発生する浮体の大きな動揺、静水面の付近に設置された場合に浮体に作用する大きな鉛直揚力および係留索にかかる衝撃張力など、いくつかの問題点が指摘されているのが現状である。この対策として、著者らは構造物内部に圧縮空気を注入した圧気型構造物を取り上げ、その波浪応答および波の変形に関する研究^{1),2)}を進めてきた。本研究は、一定水深の2次元波動場に固定された潜水および半潜水圧気型構造物の非線形な波浪変形および空気圧の変化を議論したものである。理論解析において、圧気室内の空気圧の変化は Boyle・Charles の法則に基づいた断熱変化と仮定して導かれたモデルを使って解析し、波動場の解析は摂動法と Green 公式に基づいた吉田らによる有限振幅波の定常境界値問題の解析法³⁾(減衰定常波の影響が及ばない所に仮想鉛直境界面を取る方法)を適用して計算を行った。さらに、減衰定常波を考慮して仮想鉛直境界面を任意の位置で設定できる定常境界値問題の解析法を提案するとともに、両計算の結果を比較し、実験により解の妥当性を検証する。

2 理論解析

図-1 に示すように、一定水深 h の2次元波動場に、外幅 $2\ell_2$ 、圧気室の幅 $2\ell_1$ 、構造物の高さ H_f 、潜水深 q_1h 、空気の高さ q_2h である潜水固定圧気構造物に対し、 x の正方向から有限振幅波 (Stokes 波) が入射する場合を考える。その時、摂動パラメータ ϵ の1次の入射波の振幅、波数、角周波数をそれぞれ η_0 、 $k_0^{(1)}$ 、 σ とし、任意の位置 $x = \pm b$ に仮想鉛直境界面を設けると、閉流体領域 R_c は自由水

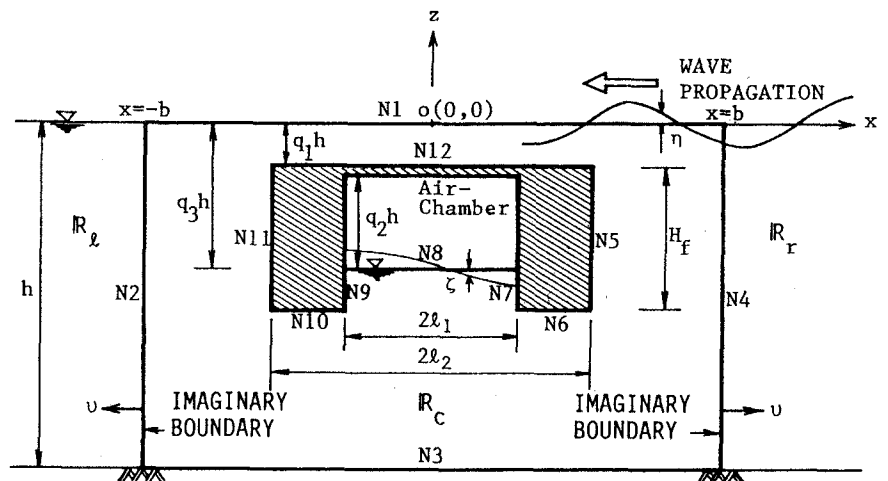


図-1 潜水固定圧気構造物の諸元と座標系

面、底面、 $x = \pm b$ の仮想鉛直境界面、構造物および圧気室内の水面により囲まれる。ここで、境界面に対する外向き法線を ν とし、速度ポテンシャルを $\Phi(x, z; t)$ 、自由水面での水面波形を $\eta(x, t)$ 、圧気室内の水面波形を $\zeta(x, t)$ とすると、各々の境界面での境界条件は次のようになる。

2.1 自由水面および圧気室内の水面での水面境界条件

自由水面と圧気室内の水面での力学的および運動学的境界条件は次式のようなである。

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{z=\xi} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\xi + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} + \frac{P_a}{\rho} \Big|_{z=\xi} = Q \quad (2)$$

[†]正会員

名古屋大学工学部土木工学科 (〒464-01 名古屋市千種区不老町)

^{††}学生会員

名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻

ここで、 ρ は流体密度、 ξ は自由水面の場合は $\xi = \eta$ 、圧気室内の水面の場合は $\xi = -q_3 h + \zeta$ であり、 g は重力加速度、 Q はBernoulli定数である。 P_a は空気圧で、自由水面では零である。

速度ポテンシャル $\Phi(x, z; t)$ 、波形 $\xi(x, t)$ 、空気圧 P_a およびBernoulli定数 Q が微小パラメータ $\epsilon (= k_0^{(1)} \eta_0)$ により、次のように摂動展開できるものとする。

$$\Phi(x, z, t) = \epsilon \phi^{(1)}(x, z) e^{i\sigma t} + \epsilon^2 \{ \phi_0^{(2)}(x, z) + \phi^{(2)}(x, z) e^{2i\sigma t} \} + \dots \quad (3)$$

$$\xi(x, t) = \xi^{(0)} + \epsilon \xi^{(1)}(x) e^{i\sigma t} + \epsilon^2 \xi^{(2)}(x) e^{2i\sigma t} + \dots \quad (4)$$

$$P_a(t) = P^{(0)} + \epsilon P^{(1)} e^{i\sigma t} + \epsilon^2 \{ P_0^{(2)} + P^{(2)} e^{2i\sigma t} \} + \dots \quad (5)$$

$$Q = \epsilon Q^{(1)} + \epsilon^2 Q^{(2)} + \dots \quad (6)$$

ここで、 $\xi^{(0)}$ は圧気室内の初期水位で $-q_3 h$ 、 $P^{(0)}$ は圧気室内の初期空気圧で $\rho g q_3 h$ である。また、 $\phi_0^{(2)}$ と $P_0^{(2)}$ はそれぞれ時間に関係しない速度ポテンシャルと定常空気圧である。

式(1)と(2)を静水面まわりにTaylor級数展開した結果に式(3)~(6)を代入し、両式から $\xi^{(1)}$ と $\xi^{(2)}$ を消去し、時間項を省略(以下では時間項を省略して記述)すると、 ϵ の1次、2次に関する水面境界条件は次式のように書ける。

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi^{(1)} + \frac{i\sigma}{\rho g} P^{(1)} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial z} - \frac{(2\sigma)^2}{g} \phi^{(2)} + \frac{2i\sigma}{\rho g} P^{(2)} = -\frac{i\sigma}{g} \left\{ \left(\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} \right)^2 \right\} - \frac{1}{g} \frac{\xi^{(1)}}{2} \left(-\sigma^2 \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} + g \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial z^2} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \phi_0^{(2)}}{\partial z} = -\frac{1}{g} \frac{\xi^{(1)}}{2} \left(-\sigma^2 \frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial z} + g \frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial z^2} \right) \quad (9)$$

ここで、 $\phi_0^{(1)}$ は $\phi^{(1)}$ の共役複素数である。

式(9)の $\phi_0^{(2)}(x, z)$ は ϵ の2次のオーダーまでの水面波形と圧力には寄与しないから、固定圧気構造物の波形および流体圧力の解析には考慮しなくてもよい。

2. 2 仮想鉛直境界面での境界条件

仮想鉛直境界面の外側の流体領域 R_r 、 R_l において、 ϵ の1次の速度ポテンシャルの一般解は次のようである。

$$\phi^{(1)}(x, z) = \frac{g}{k_0^{(1)} \sigma} \sum_{n=0}^{\infty} \{ A_n^{(1)} e^{k_n^{(1)} x} + B_n^{(1)} e^{-k_n^{(1)} x} \} Z(k_n^{(1)} z) \quad , \quad Z(k_n^{(1)} z) = \frac{\cos k_n^{(1)}(z+h)}{\cos k_n^{(1)} h} \quad ; \quad R_r \quad (10)$$

$$\phi^{(1)}(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{g}{k_0^{(1)} \sigma} I_n^{(1)} e^{k_n^{(1)} x} Z(k_n^{(1)} z) \quad ; \quad R_l \quad (11)$$

ここで、 $A_0^{(1)}$ は1、 $A_n^{(1)}$ ($n=1, 2, \dots, \infty$)は零であり、 $k_n^{(1)}$ は $\sigma^2/g = k_n^{(1)} \tan k_n^{(1)} h$ から与えられる固有値で、 $n=0$ の場合、 $k_n^{(1)}$ は $ik_0^{(1)}$ である。 $B_0^{(1)}$ は1次の反射率、 $I_0^{(1)}$ は1次の通過率を表す。

式(10)と(11)を式(8)の右辺に代入すると、 ϵ の2次に関する水面境界条件が得られる。このように求めた水面境界条件と ϵ の2次の底面境界条件を満足する ϵ の2次の速度ポテンシャル⁴⁾は次のようになる。

$$\begin{aligned} \phi^{(2)}(x, z) = & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{g}{k_0^{(1)} \sigma} B_n^{(2)} e^{-k_n^{(2)} x} Z(k_n^{(2)} z) + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) Q_{np}(x) Z\{(k_n^{(1)} + k_p^{(1)})z\} \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} g(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) \bar{Q}_{np}(x) Z\{(k_n^{(1)} - k_p^{(1)})z\} \quad ; \quad R_r \end{aligned} \quad (12)$$

$$\phi^{(2)}(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{g}{k_0^{(1)} \sigma} I_n^{(2)} e^{k_n^{(2)} x} Z(k_n^{(2)} z) + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) I_n^{(1)} I_p^{(1)} e^{(k_n^{(1)} + k_p^{(1)})x} \quad ; \quad R_l \quad (13)$$

ここで、 $k_n^{(2)}$ は分散関係式 $(2\sigma)^2/g = k_n^{(2)} \tan k_n^{(2)} h$ から求められる固有値であり、 $n=0$ の場合、 $k_n^{(2)}$ は $ik_0^{(2)}$ である。 $f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)})$ 、 $g(k_n^{(1)}, k_p^{(1)})$ 、 $Q_{np}(x)$ および $\bar{Q}_{np}(x)$ は次のようである。

$$f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) = \frac{\frac{ig}{2k_0^{(1)2} \sigma} \{ 3(\sigma^2/g)^2 + 2k_n^{(1)} k_p^{(1)} + k_p^{(1)2} \}}{\frac{(2\sigma)^2}{g} + (k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) \tan(k_n^{(1)} + k_p^{(1)})h} \quad (14)$$

$$g(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) = \frac{\frac{ig}{2k_0^{(1)2} \sigma} \{ 3(\sigma^2/g)^2 - 2k_n^{(1)} k_p^{(1)} + k_p^{(1)2} \}}{\frac{(2\sigma)^2}{g} + (k_n^{(1)} - k_p^{(1)}) \tan(k_n^{(1)} - k_p^{(1)})h} \quad (15)$$

$$Q_{np}(x) = A_n^{(1)} A_p^{(1)} e^{(k_n^{(1)} + k_p^{(1)})x} + B_n^{(1)} B_p^{(1)} e^{-(k_n^{(1)} + k_p^{(1)})x} \quad (16)$$

$$\bar{Q}_{np}(x) = A_n^{(1)} B_p^{(1)} e^{(k_n^{(1)} - k_p^{(1)})x} + B_n^{(1)} A_p^{(1)} e^{-(k_n^{(1)} - k_p^{(1)})x} \quad (17)$$

したがって、流体領域 R_r , R_l において、求められた速度ポテンシャルから仮想鉛直境界面 $x = \pm b$ での境界条件式は次のように与えられる。

$$\phi^{(1)} = \frac{g}{k_0^{(1)}\sigma} \sum_{n=0}^{\infty} \{A_n^{(1)} e^{k_n^{(1)}b} + B_n^{(1)} e^{-k_n^{(1)}b}\} Z(k_n^{(1)}z), x = b \quad (18)$$

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \nu} = \frac{g}{k_0^{(1)}\sigma} \sum_{n=0}^{\infty} k_n^{(1)} \{A_n^{(1)} e^{k_n^{(1)}b} - B_n^{(1)} e^{-k_n^{(1)}b}\} Z(k_n^{(1)}z), x = b \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \phi^{(2)} = & \frac{g}{k_0^{(1)}\sigma} \sum_{n=0}^{\infty} B_n^{(2)} e^{-k_n^{(2)}b} Z(k_n^{(2)}z) + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) Q_{np}(b) Z(k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} g(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) \bar{Q}_{np}(b) Z(k_n^{(1)} - k_p^{(1)}), x = b \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \nu} = & -\frac{g}{k_0^{(1)}\sigma} \sum_{n=0}^{\infty} B_n^{(2)} k_n^{(2)} e^{-k_n^{(2)}b} Z(k_n^{(2)}z) + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) (k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) \dot{Q}_{np}(b) Z(k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} g(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) (k_n^{(1)} - k_p^{(1)}) \bar{\dot{Q}}_{np}(b) Z(k_n^{(1)} - k_p^{(1)}), x = b \end{aligned} \quad (21)$$

$$\phi^{(1)} = \frac{g}{k_0^{(1)}\sigma} \sum_{n=0}^{\infty} I_n^{(1)} e^{-k_n^{(1)}b} Z(k_n^{(1)}z), x = -b \quad (22)$$

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \nu} = -\frac{g}{k_0^{(1)}\sigma} \sum_{n=0}^{\infty} I_n^{(1)} k_n^{(1)} e^{-k_n^{(1)}b} Z(k_n^{(1)}z), x = -b \quad (23)$$

$$\phi^{(2)} = \frac{g}{k_0^{(1)}\sigma} \sum_{n=0}^{\infty} I_n^{(2)} e^{-k_n^{(2)}b} Z(k_n^{(2)}z) + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) I_n I_p e^{-(k_n^{(1)}+k_p^{(1)})b} Z(k_n^{(1)} + k_p^{(1)}), x = -b \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \nu} = & -\frac{g}{k_0^{(1)}\sigma} \sum_{n=0}^{\infty} I_n^{(2)} k_n^{(2)} e^{-k_n^{(2)}b} Z(k_n^{(2)}z) - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) (k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) I_n^{(1)} I_p^{(1)} e^{-(k_n^{(1)}+k_p^{(1)})b} \\ & \times Z(k_n^{(1)} + k_p^{(1)}), x = -b \end{aligned} \quad (25)$$

ここで、 $\dot{Q}_{np}(b)$ と $\bar{\dot{Q}}_{np}(b)$ は次式のようなものである。

$$\dot{Q}_{np}(b) = A_n^{(1)} A_p^{(1)} e^{(k_n^{(1)}+k_p^{(1)})b} - B_n^{(1)} B_p^{(1)} e^{-(k_n^{(1)}+k_p^{(1)})b} \quad (26)$$

$$\bar{\dot{Q}}_{np}(b) = A_n^{(1)} B_p^{(1)} e^{(k_n^{(1)}-k_p^{(1)})b} - A_p^{(1)} B_n^{(1)} e^{-(k_n^{(1)}-k_p^{(1)})b} \quad (27)$$

2. 3 底面と構造物表面での境界条件

底面と構造物表面での境界条件は法線方向の流速が零である条件を用いると、次式のように与えられる。

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \nu} = 0, \quad \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \nu} = 0 \quad (28)$$

2. 4 境界積分方程式による数値計算

以上のように、閉領域 R_c の各々の境界面で与えられた境界条件式を用い、図-1 に示すような閉領域におけるある地点、 X での速度ポテンシャルに関して次式のような Green 公式が成り立つ。

$$\phi(X) = \int_s \left\{ \phi(X_b) \frac{\partial G(r)}{\partial \nu} - G(r) \frac{\partial \phi(X_b)}{\partial \nu} \right\} ds, \quad G(r) = \frac{1}{\pi} \log r \quad (29)$$

ここで、 r は境界上の点 X_b と $X(= (x, z))$ との間の距離である。

領域 R_c の境界を境界条件により $N1 \sim N12$ に分割し、積分は境界 ($s = N1 + N2 + \sim + N12$) に沿って反時計まわりに行われる。各々の分割領域に対して小要素 Δs_j に離散化して表し、これに同じく離散化した境界条件を用いると、摂動展開のパラメータ ϵ に関する 1 次、2 次の連立方程式が次のように求められる。

$$\begin{aligned} & \sum_j^{N1,8} \left\{ \bar{E}_{ij} - \frac{\sigma^2}{g} E_{ij} - \delta_{ij} \right\} \phi_j^{(1)} + \sum_j^{N3,5,6,7,9,10,11,12} \left\{ \bar{E}_{ij} - \delta_{ij} \right\} \phi_j^{(1)} + \sum_j^{N8} \frac{i\sigma^2}{g} E_{ij} \left(\frac{P^{(1)}}{\rho\sigma} \right) + \frac{g}{k_0^{(1)}\sigma} \sum_j^{N4} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \bar{E}_{ij} - k_n^{(1)} E_{ij} - \delta_{ij} \right\} \\ & \times \{ A_n^{(1)} e^{k_n^{(1)}b} Z(k_n^{(1)}z) \} + \frac{g}{k_0^{(1)}\sigma} \sum_j^{N4} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \bar{E}_{ij} + k_n^{(1)} E_{ij} - \delta_{ij} \right\} \{ B_n^{(1)} e^{-k_n^{(1)}b} Z(k_n^{(1)}z) \} + \frac{g}{k_0^{(1)}\sigma} \sum_j^{N2} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \bar{E}_{ij} + k_n^{(1)} E_{ij} - \delta_{ij} \right\} \\ & \times \{ I_n^{(1)} e^{-k_n^{(1)}b} Z(k_n^{(1)}z) \} = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

$$\sum_j^{N1,8} \left\{ \bar{E}_{ij} - \frac{(2\sigma)^2}{g} E_{ij} - \delta_{ij} \right\} \phi_j^{(2)} + \sum_j^{N3,5,6,7,9,10,11,12} \left\{ \bar{E}_{ij} - \delta_{ij} \right\} \phi_j^{(2)} + \sum_j^{N8} \frac{2i\sigma^2}{g} E_{ij} \left(\frac{P^{(2)}}{\rho\sigma} \right) + \sum_j^{N2} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \bar{E}_{ij} + k_n^{(2)} E_{ij} - \delta_{ij} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ \frac{g}{k_0^{(1)} \sigma} I_n^{(2)} e^{-k_n^{(2)} b} Z(k_n^{(2)} z) \right\} + \sum_j \sum_{n=0}^{\infty} \{ \bar{E}_{ij} + k_n^{(2)} E_{ij} - \delta_{ij} \} \left\{ \frac{g}{k_0^{(1)} \sigma} B_n^{(2)} e^{-k_n^{(2)} b} Z(k_n^{(2)} z) \right\} = \sum_j^{N1,8} E_{ij} \left\{ -\frac{i\sigma}{g} (\phi_{jx}^{(1)^2} + \phi_{jz}^{(1)^2}) \right. \\
& + \frac{i\sigma}{2g^2} \phi_j^{(1)} (-\sigma^2 \phi_{jz}^{(1)} + g \phi_{jzz}^{(1)}) \} - \left[\sum_j \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} [\{ \bar{E}_{ij} + (k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) E_{ij} - \delta_{ij} \} I_n^{(1)} I_p^{(1)} e^{-(k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) b}] \right. \\
& - \sum_j \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} [\{ \bar{E}_{ij} - (k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) E_{ij} - \delta_{ij} \} A_n^{(1)} A_p^{(1)} e^{(k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) b} + \{ \bar{E}_{ij} + (k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) E_{ij} - \delta_{ij} \} \\
& \times B_n^{(1)} B_p^{(1)} e^{-(k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) b}]] f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) Z\{(k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) z\} - \sum_j \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} [\{ \bar{E}_{ij} - (k_n^{(1)} - k_p^{(1)}) E_{ij} - \delta_{ij} \} \\
& \times A_n^{(1)} B_p^{(1)} e^{(k_n^{(1)} - k_p^{(1)}) b} + \{ \bar{E}_{ij} + (k_n^{(1)} - k_p^{(1)}) E_{ij} - \delta_{ij} \} A_p^{(1)} B_n^{(1)} e^{-(k_n^{(1)} - k_p^{(1)}) b}] g(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) Z\{(k_n^{(1)} - k_p^{(1)}) z\} \quad (31)
\end{aligned}$$

以上の理論展開は仮想鉛直境界面を任意の位置で取れる解析法（解析Iと名付ける）であり、流体領域 R_r と R_t での速度ポテンシャルおよび仮想鉛直境界面での境界条件式は減衰定常波の成分を含んでいる。ここで、減衰定常波（ $n, p = 1, 2, \dots, \infty$ の級数項）の影響が及ばないように仮想鉛直境界面の位置 $x = \pm b$ を構造物から充分離れた所に設けると、吉田らによる理論展開の結果³⁾と一致する。本研究では、この解析法を解析IIと名付けることにする。

2. 5 圧気室内の空気圧縮モデル

圧気室内の水面変動による空気の体積変化量 ΔV は次式のように表される。

$$\Delta V = - \int_{-t_1}^{t_1} \zeta dx \quad (32)$$

圧気室内の空気圧は *Boyle · Charles* の法則に基づいた断熱変化を仮定することにより、次式のような状態方程式が得られる。

$$P^{(0)} + \Delta P = P^{(0)} \left\{ \frac{V^{(0)}}{V^{(0)} + \Delta V} \right\}^\gamma \quad \gamma = 1.4 \quad (33)$$

ここで、 $V^{(0)} (= 2\ell_1 q_2 h)$ は圧気室内の空気の初期体積であり、 ΔP は空気圧の変動量である。

上式を静止状態の $V^{(0)}$ に対して *Taylor* 級数展開すると、次式が得られる。

$$\Delta P = -\gamma P^{(0)} \left(\frac{\Delta V}{V^{(0)}} \right) + 0.5\gamma(1 + \gamma) P^{(0)} \left(\frac{\Delta V}{V^{(0)}} \right)^2 + \dots \quad (34)$$

上式に各変数に対する摂動展開式 (3)~(6) を用いると、 ϵ に関する 1 次、2 次の空気圧の変化の複数振幅は次のように求められる。

$$P^{(1)} = -\frac{i\rho\sigma\gamma P^{(0)}}{\rho g V^{(0)} + 2\ell_1 \gamma P^{(0)}} \int_{-t_1}^{t_1} \phi^{(1)} dx \quad (35)$$

$$\begin{aligned}
P^{(2)} = & -\frac{2\ell_1 \rho g \gamma P^{(0)}}{\rho g V^{(0)} + 2\ell_1 \gamma P^{(0)}} \left[\frac{1}{2\ell_1} \int_{-t_1}^{t_1} \left\{ \frac{2i\sigma}{g} \phi^{(2)} + \frac{1}{4g} (\phi_x^{(1)^2} + \phi_z^{(1)^2}) \right\} dx + \frac{1}{4\ell_1 g} \left\{ \frac{\sigma^2}{g} \int_{-t_1}^{t_1} \phi^{(1)} \phi_z^{(1)} dx - \frac{i\sigma}{\rho g} P^{(1)} \right. \right. \\
& \times \left. \int_{-t_1}^{t_1} \phi_z^{(1)} dx \right\} + \frac{2\gamma(1 + \gamma) \rho g \ell_1^2 P^{(0)}}{V^{(0)} (\rho g V^{(0)} + 2\ell_1 \gamma P^{(0)})} \left[-\frac{\sigma^2}{8\ell_1^2 g^2} \left(\int_{-t_1}^{t_1} \phi^{(1)} dx \right)^2 + \frac{P^{(1)}}{\rho g} \left\{ \frac{P^{(1)}}{2\rho g} + \frac{i\sigma}{2g\ell_1} \int_{-t_1}^{t_1} \phi^{(1)} dx \right\} \right] \quad (36)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_0^{(2)} = & -\frac{2\ell_1 \rho g \gamma P^{(0)}}{\rho g V^{(0)} + 2\ell_1 \gamma P^{(0)}} \left[\frac{1}{2\ell_1} \int_{-t_1}^{t_1} \frac{1}{4g} (|\phi_x^{(1)}|^2 + |\phi_z^{(1)}|^2) dx + \frac{1}{4g\ell_1} \left\{ -\frac{\sigma^2}{g} \int_{-t_1}^{t_1} \phi_*^{(1)} \phi_z^{(1)} dx - \frac{i\sigma}{\rho g} P_*^{(1)} \int_{-t_1}^{t_1} \phi_z^{(1)} dx \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{Q^{(2)}}{g} \right\} + \frac{2\gamma(1 + \gamma) \rho g \ell_1^2 P^{(0)}}{V^{(0)} (\rho g V^{(0)} + 2\ell_1 \gamma P^{(0)})} \left[\frac{\sigma^2}{8\ell_1^2 g^2} \int_{-t_1}^{t_1} \phi^{(1)} dx \int_{-t_1}^{t_1} \phi_*^{(1)} dx + \frac{P_*^{(1)}}{\rho g} \left\{ \frac{P^{(1)}}{2\rho g} + \frac{i\sigma}{2g\ell_1} \int_{-t_1}^{t_1} \phi^{(1)} dx \right\} \right] \quad (37)
\end{aligned}$$

ここで、 $P_*^{(1)}$ は $P^{(1)}$ の共役複素数である。

2. 6 水面波形

流体領域 R_r と R_t での水面波形は力学的境界条件と式 (30) と (31) から求めた速度ポテンシャル係数を用いると、簡単に求められる。また、閉領域 R_c での水面波形も力学的境界条件から次のように表される。

$$\eta^{(1)} = -\frac{\sigma}{g} \text{Re} \{ i\phi^{(1)} e^{i\sigma t} \} \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
\eta^{(2)} = & -\frac{2\sigma}{g} \text{Re} \{ i\phi^{(2)} e^{2i\sigma t} \} - \frac{\sigma^2}{2g^2} \text{Re} \left\{ \phi^{(1)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} e^{2i\sigma t} \right\} + \frac{\sigma^2}{2g^2} \text{Re} \left\{ \phi_*^{(1)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} \right\} \\
& - \frac{1}{4g} \text{Re} \left[\left\{ \left(\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} \right)^2 \right\} e^{2i\sigma t} \right] - \frac{1}{4g} \left[\left| \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} \right|^2 \right] + \frac{Q^{(2)}}{g} \quad (39)
\end{aligned}$$

ここで、構造物から充分離れた領域 R_r での平均水深を h であるとする、定数 $Q^{(2)}$ は次式のようなのである。

$$Q^{(2)} = \frac{g\{k^{(1)2} - (\sigma^2/g)^2\}}{4k^{(1)2}(\sigma^2/g)} \{1 + |B_0|^2\} \quad (40)$$

3 解析結果

3.1 解析 I と II の比較

図-2 は潜水圧気固定構造物の上面での水面の時間波形を示した例で、解析 I の場合、仮想鉛直境界面の位置は $\pm b = \pm 0.48L$ (L : 入射波の波長、以下の結果では同一な条件である) であり、解析 II の場合、予備計算から適当な位置と思われる $\pm b = \pm 1.5L + \ell_2$ (以下の結果では同一な条件である) である。また、解析 II において、1 次と 2 次ともに 9 個の減衰定常波を考慮して計算を行った。図からわかるように、解析 I と II および両解析結果と実験値が一致し、両理論解析の妥当性が検証されると思われる。

3.2 空気圧の変化

図-3 は、解析 II を用い、潜水圧気固定構造物による空気圧の時間波形を示したもので、潜水深を一定に保ち、圧気室内の空気の高さを変化させた場合の例である。図-3 (a) は図-3 (b) より非線形空気圧の変化が大きく、谷が平坦になり、峰が尖る現象がある。これは、図-3 (a) の方が (b) より圧気室内の水面が高いので、水面変動が大きくなるためであると考えられる。しかし、図-2 に示した構造物の上面での水面変動より非線形性が非常に小さくなる。

3.3 水面波形

図-4、5 は、解析 II を使用し、それぞれ半潜水および潜水圧気固定構造物における水面の時間波形を表した例である。図-4 (a) は構造物の前面 (沖側) の腹での波形を、図-4 (b) は節での波形を表している。図をみると (半潜水の場合、 q_1h は吃水深を、 q_2h は圧気室内の静水面から $x=0$ までの鉛直距離を表す)、腹より節で非線形性が強くなる傾向があり、腹で平均水位が上がり、節で下がる非線形部分重複波重複波の結果⁵⁾と一致する。しかし、本研究では示していないが、構造物の後面 (岸側) での波形は、構造物による反射のために構造物の前面より非線形性が小さくなる。図-5 (a) と (b) は構造物の上面での水面の時間波形を、図-5 (c) ~ (h)

は構造物の後面での水面の時間波形を示した例である。潜水状態の場合の構造物の前面での波形は示していないが、大部分の入射波のエネルギーが構造物の上面を通って後方へ通過するために半潜水状態より非線形性が非常に小さくなる。また、構造物の上面で水深が急に浅くなるために非線形波が大きく発生し、構造物の後面へ進行していく。その時の水面波形は 1 次と 2 次成分の位相差によって水面波形が変わるのがわかる。このような変化過程において、数値解析結果と実験値がよく一致しているのが認められる。

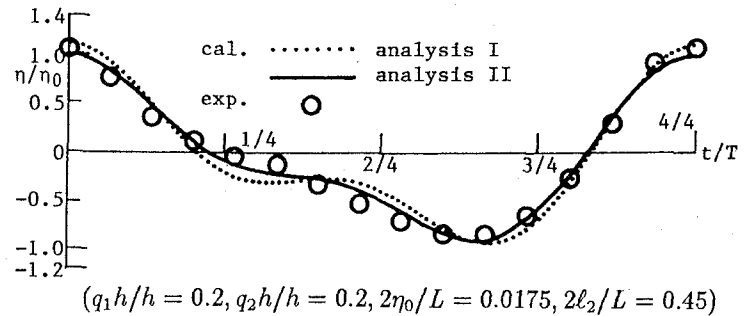
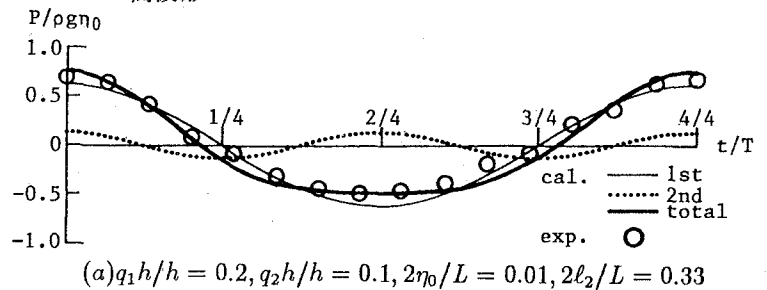
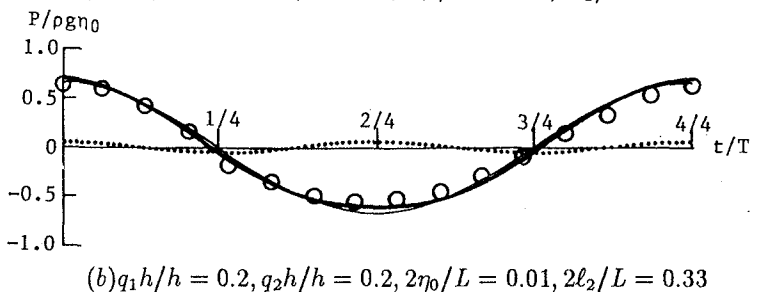


図-2 潜水固定圧気構造物における解析 I と II による水面の時間波形

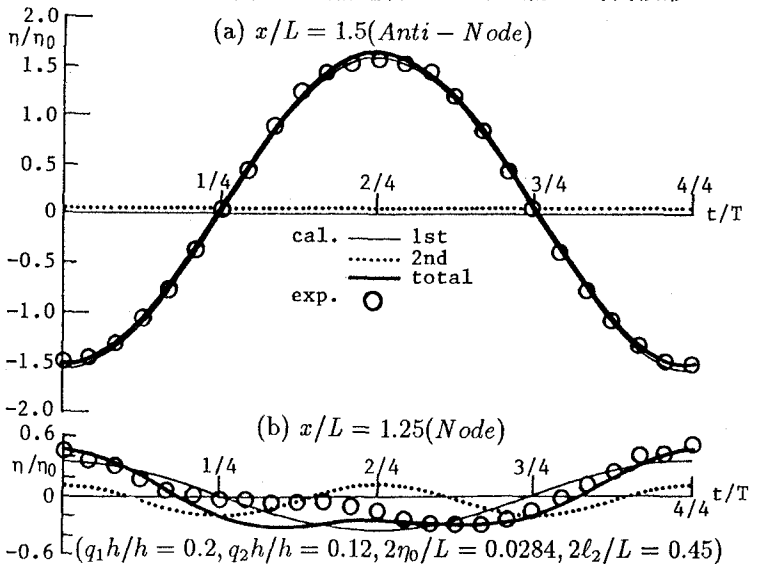


(a) $q_1h/h = 0.2, q_2h/h = 0.1, 2\eta_0/L = 0.01, 2\ell_2/L = 0.33$



(b) $q_1h/h = 0.2, q_2h/h = 0.2, 2\eta_0/L = 0.01, 2\ell_2/L = 0.33$

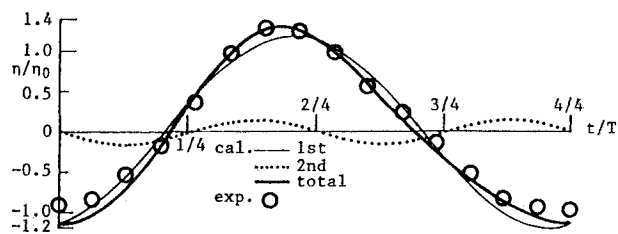
図-3 潜水固定圧気構造物による空気圧の時間波形



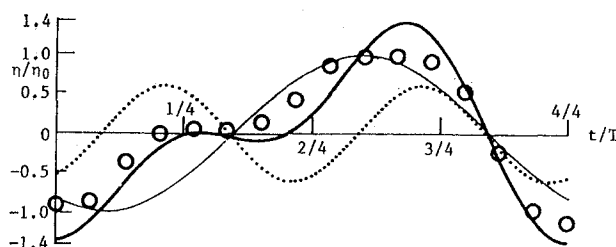
(a) $x/L = 1.5$ (Anti-Node)

(b) $x/L = 1.25$ (Node)

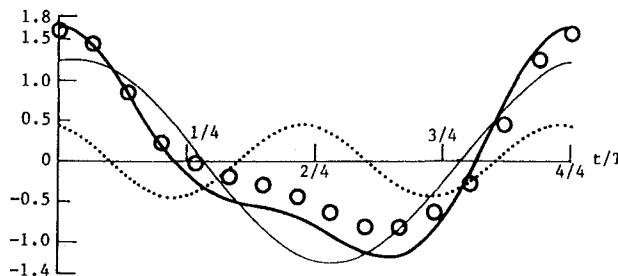
図-4 半潜水圧気固定構造物による水面の時間波形



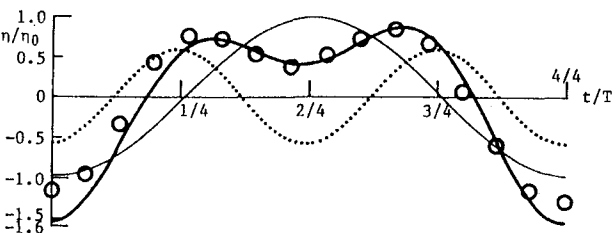
(a) $x/L = 0.112$



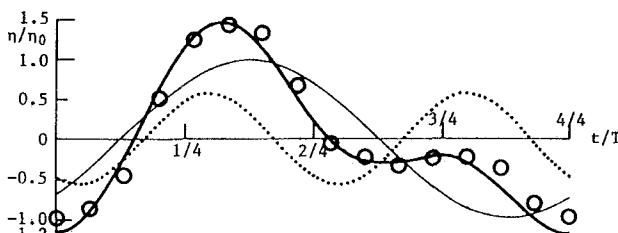
(e) $x/L = -0.975$



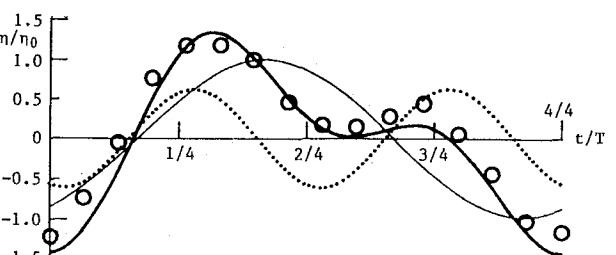
(b) $x/L = -0.112$



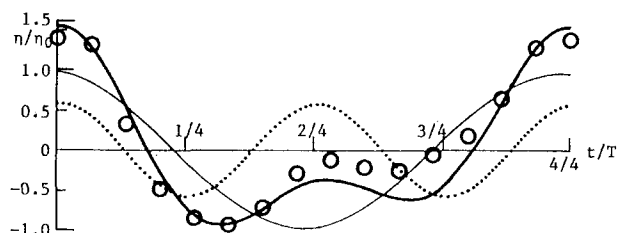
(f) $x/L = -1.100$



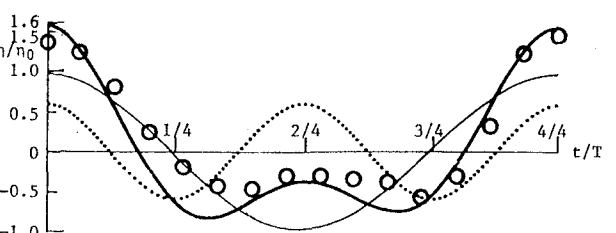
(c) $x/L = -0.725$



(g) $x/L = -1.225$



(d) $x/L = -0.850$



(h) $x/L = -1.350$

($q_1 h/h = 0.2, q_2 h/h = 0.2, 2\eta_0/L = 0.0175, 2\ell_2/L = 0.45$)

図-5 潜水圧気固定構造物による水面の時間波形

4 おわりに

本研究で用いた空気圧縮モデルと解析Ⅰから得られた数値解析結果と実験値がよく一致し、その妥当性が認められる。さらに、本研究で提案した解析Ⅱは、仮想鉛直境界面上の分割要素の数 (N) と考慮する減衰定常波の数 (M) の間に $N = M + 1$ の関係を満たさなければならないなどの制限があるものの、構造物による非線形な波浪変形の解析法として有効であると考えられる。しかし、潜水深がさらに浅くなる場合や、半潜水の時に入射波の波形勾配がより大きくなる場合、より高次の解析が要求される。

<参考文献>

- 1) 岩田・金・浅井・下田：潜水浮体による碎波に関する研究, 海岸工学論文集, 第37巻 (1990), pp.604 ~ 608.
- 2) Do-Sam KIM and Koichiro IWATA: Dynamic Behavior of Tautly Moored Semi-Submerged Structure with pressurized Air-Chamber and Resulting wave transformation, Coastal Engrg. in Japan, Vol.34, No.2 (1991), pp.223 ~ 242.
- 3) 吉田・村上・小島・鶴本：グリーン公式による有限振幅波の定常境界値問題解析法, 海岸工学論文集, 第36巻 (1989), pp.469 ~ 473.
- 4) 吉田・小島・鶴本：ポテンシャル接続法 (選点解法) による有限振幅波の境界値問題解析法, 海岸工学論文集, 第37巻 (1990), pp.519 ~ 523.
- 5) 岩田・富田：部分重複波の流速場の特性に関する研究, 海洋開発論文集, Vol.7 (1991), pp.13 ~ 18.