

一様密度流体中の Bubble Plume の連行特性

Entrainment properties of round bubble plumes in homogeneous environments

池田裕一*・浅枝 隆**

Hirokazu Ikeda, Takashi Asaeda

Experimental Results of round bubble plumes in various conditions of very wide range are re-examined. It is showed that liquid volum flux is clearly parameterized with using only one non-dimensional parameter M , which represents the relative importance of the gas volume flux at the source and the total water depth in the non-dimensional solutions. And a new empirical formula of the entrainment coefficient in the single plume model is proposed with M . Results of this model agree well with those of laboratory experiments and field measurements in a wide range.

Keywords: bubble plume, entrainment, volume flux

1. はじめに

水域下方に気体が連続的に送り込まれたりガスが発生したりすると、それが無数の気泡となって自ら上昇していくと同時に、周囲の水塊も連行して大きな上昇流領域を形成するようになる。このような Bubble Plume は、海底の栄養塩を水面付近まで上昇させることによって漁場を開発したり、水表面付近に生じる流れによって油膜や漂流物の接近を防いだり、その他、水域内の凍結防止や曝気循環による富栄養化対策、あるいは河口部での塩水遡上防止など、その技術的応用範囲が非常に広いといえる。

ここで重要となるのは、Bubble Plume が周囲の水塊を連行・上昇させていく割合すなわち連行係数を、与えられた条件下で精度よく評価することである。最近になって深さが 10 m^{21} ～ 50 m^{22} という現場スケールの実験・観測により、連行係数の経験式を示す試みがいくつか行なわれているものの、それらは Bubble Plume の内部変数を用いた形で表されており、必ずしも簡便とはいえない。また、限られたデータのみを用いているためか、特に実験室スケールの現象に対しては非常識な値を示す²³⁾ など、不都合な点が多い。

そこで本研究では、これまでの実験・観測データを再検討することにより、Bubble Plume の連行係数をその気泡発生量・放出深さなど外部条件のみで簡便に表し、これを用いた比較的単純な物理モデルを解くことによって、実験室から現場まで幅広いスケールにわたって適用可能な Bubble Plume の挙動（上昇する流量および領域）を予測する手法を確立することにする。

2. 従来の実験・観測結果の比較検討

表1は本研究において参照した実験・観測の基本的な諸元を示したものである。ここに、 h は気泡放出点の水深、 Q_B は大気圧の下での空気流量、 M は空気流量と水圧との比を示す無次元パラメーター（後述）である。そして、これらの条件下で測定されたBubble Plumeの上昇流量 Q と気泡放出点からの高さ z との関係をプロットしたものを図1に示す。これを見ると、水深にして 28 cm ～ 50 m と2オーダー、空気量にして 1.83×10^{-7} ～ $0.59\text{ m}^3/\text{s}$ と6オーダー、上昇流量にすると8オーダーもスケールが異なっている。そのため、実験室レベルから現場スケールのもので系統的に取り扱うことが難しく、それぞれのスケールにおいて経験式を模索するにとどまっていたのである。しかし、この図のみからも全体を通して共通した特徴や系統的变化を見ることができる。

まず、どの測定結果においても上昇流量 Q と高さ z との間にべき乗関係

$$Q = Az^m \quad (1)$$

が見られる。ただし、 A や m の値は条件によって異なってくる。Leitch & Baines⁵⁾は、 Q_B が極めて小さいとき、 $\text{cm} \cdot \text{s}$ 単位系において

* 正会員 宇都宮大学工学部建設学科 (321 宇都宮市石井町2753)

** 正会員 埼玉大学工学部建設基礎工学科

表 1. 実験・観測条件

Run	h (cm)	Q_B (m ³ /s)	M_*	symbol	
GS01	28	2.80×10^{-5}	1.22×10^{-2}	▽	Goosens ⁴⁾
GS02	28	5.60×10^{-5}	6.91×10^{-3}	▼	
LB01	40	4.10×10^{-7}	1.74×10^{-4}	×----×	Leitch & Baines ⁵⁾
LB02	40	6.30×10^{-6}	2.68×10^{-3}	×----×	
TT06	61	1.83×10^{-7}	3.32×10^{-3}	6	浅枝ら ⁶⁾
TT02	61	4.88×10^{-7}	4.74×10^{-3}	2	
TT01	61	1.97×10^{-6}	2.91×10^{-3}	1	
TM01	100	1.29×10^{-4}	1.39×10^{-2}	+	Takeli & Maxwell ⁷⁾
BT03	137	4.81×10^{-6}	1.51×10^{-3}	◇	浅枝ら ⁶⁾
BT11	137	1.82×10^{-5}	5.72×10^{-3}	◊	
BT06	137	2.30×10^{-5}	7.22×10^{-3}	◆	
MH01	366	2.10×10^{-4}	1.48×10^{-2}	□	Milgram & Van Houten ⁸⁾
MH02	366	5.00×10^{-4}	3.53×10^{-2}	■	
MH03	366	1.18×10^{-3}	8.33×10^{-2}	▣	
MH04	366	2.34×10^{-3}	1.65×10^{-1}	■	
FS01	1000	5.00×10^{-3}	1.66×10^{-1}	△	Fannelop & Sjoen ¹⁾
FS02	1000	1.00×10^{-2}	3.32×10^{-1}	▲	
FS03	1000	1.50×10^{-2}	4.98×10^{-1}	▲	
FS04	1000	2.21×10^{-2}	7.34×10^{-1}	▲	
ML01	5000	2.40×10^{-2}	8.98×10^{-2}	○	Milgram ²⁾
ML02	5000	1.18×10^{-1}	4.41×10^{-1}	◐	
ML03	5000	2.83×10^{-1}	1.06	◑	
ML04	5000	5.90×10^{-1}	2.21	●	

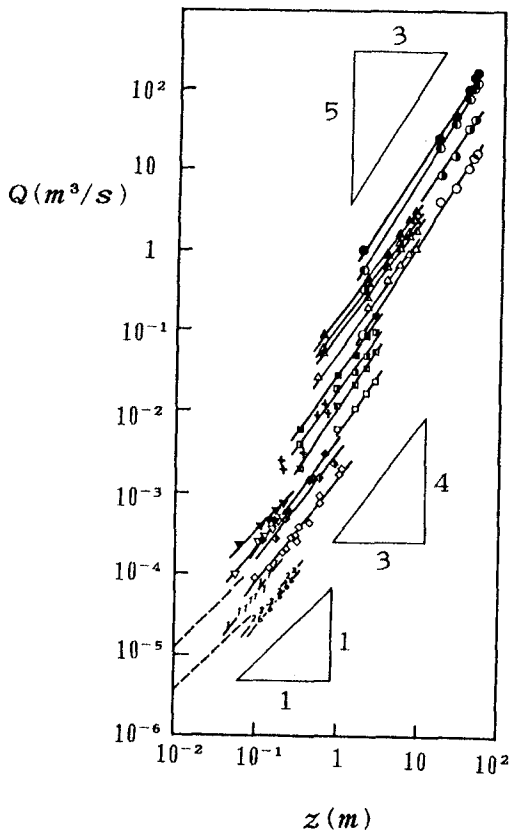


図 1. 気泡発生点からの高さ z と上昇流量 Q との関係
(記号の意味は表 1 の通り、実線はべき乗則)

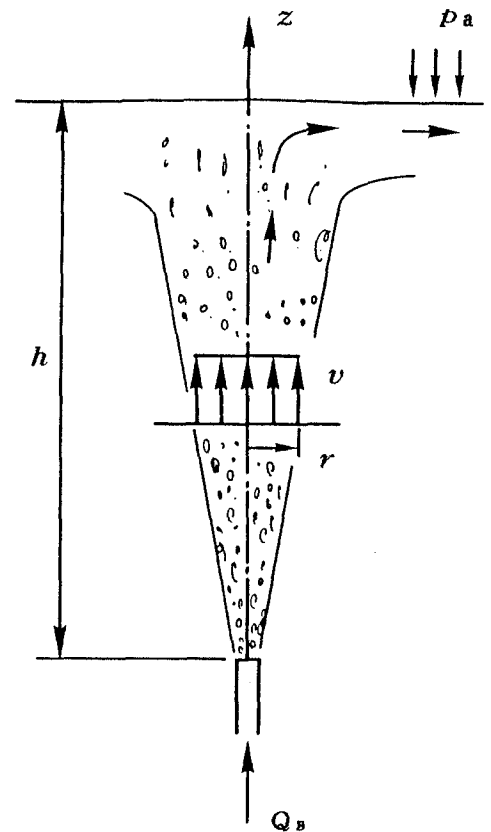


図 2. 単一Plumeモデル模式図

$$Q = 5.0 Q_B^{1/2} z \quad (2)$$

となることを示したが、同時に、スケールが大きくなるにつれて、 $m = 1$ から $5/3$ へと系統的に変化していることも指摘している。一般に（空気ではなく）水塊を放出する場合、周囲より軽い流体を初速ゼロで放出する純粋な液体 Plume の場合には $m = 5/3$ であり、周囲と密度が同じ流体を初速を付けて放出する jet の場合には $m = 1$ となることが知られている。本研究で扱う Bubble Plume は軽い気泡と水が混ざり合ったものであるから、指数 m はその中間の値をとるものといえる（浅枝ら⁶⁾ はこれらの実験結果を整理し、 $m = 4/3$ を提案している）。そして、スケールアップして気泡量が大きくなると、それだけ浮力が卓越してくるので、純粋な Plume に類似して $m = 5/3$ へと変化していくものと考えられる。

しかしながら、 A や m の変化は単に気泡量のみでなく、水深の影響も考える必要がある。水面に近づくにつれて水圧は低下するので、気泡の体積は増加し結果的に Bubble Plume の浮力が増していくことになる。水深が深い場合には、気泡放出点から水面までの水圧の変化が大きいため、この効果が顕著に現れてくる。したがって、スケールが大きい場合には、式 (1) のように単に空気量 Q_B のみを用いるのではなく、これと水深の影響とのバランスが重要になってくる。

そこで、物理的に妥当な無次元パラメーターを導くために、次のような単純な Bubble Plume の物理モデルを考えることにする。簡単のために軸対称流れを考え、図 2 に示すように、高さ z における Bubble Plume の上昇流領域の半径を r 、その上昇流速を v とする。上昇流領域内では上昇流速が一定であるとする、Bubble Plume に関する体積および運動量の保存則は

$$\frac{d}{dz}(r^2 v) = 2 \alpha r v \quad (3)$$

$$\frac{d}{dz}(r^2 v^2) = \frac{Q_B g}{\pi(v + u_s)} \frac{h_a}{h_a + h - z} \quad (4)$$

となる⁶⁾。ここに、 α は連行係数、 u_s は静止流体中の気泡の上昇速度、 h_a は大気圧水頭（ $= p_a / \rho g$ 、 p_a は大気圧、 ρ は水の密度）、 g は重力加速度である。式 (3) は、周囲から連行していくぶんだけ流量 $r^2 v$ が増加していくことを示しており、式 (4) は気泡の持つ浮力によって Plume の運動量が増していき、しかも、 z が大きくなり水圧が小さくなるにつれて、その浮力が大きくなることを示している。

この方程式を McDougall¹⁹⁾ にならって

$$z = (h_a + h)x, \quad r = 2\alpha(h_a + h)R, \quad v = M^{1/3}u_s V \quad (5)$$

$$M = \frac{Q_B g h_a}{4\pi\alpha^2(h_a + h)^2 u_s^3} \quad (6)$$

と無次元化すると、

$$\frac{d}{dx}(R^2 V) = R V \quad (7)$$

$$\frac{d}{dx}(R^2 V^2) = \frac{1}{(1-x)(V + M^{-1/3})} \quad (8)$$

のような無次元化された支配方程式が得られる。ただし、連行係数 α は一定としている。

結局、一様密度流体中の Bubble Plume に関しては、式 (6) で定義される M が唯一のパラメーターであり、またその物理的意味はさきに考察していた気泡量と水深とのバランスであることがわかる。とはいえ現時点では、連行係数 α の値がわからないので、とりあえず液体の Plume における連行係数の値

$$\alpha_* = 0.117 \quad (9)$$

を用いることとし、この値を用いて表した量に添字「*」を付すことにする（表 1 の M_* はこのようにして算出されたものである）。

さて、式 (5) を用いて実験・観測結果を無次元化し、べき乗関係

$$R_*^2 V_* = B_* x^m \quad (10)$$

の定数 B_* と指数 m それぞれと M_* との関係を示したものが図 3、図 4 である。図 3 を見ると、両対数グラフ上で

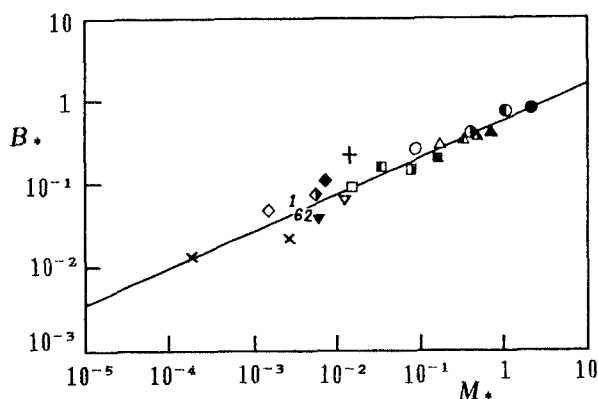


図3. べき乗則の定数 B^* と M^* との関係
(記号の意味は表1の通り、実線はEq. 11)

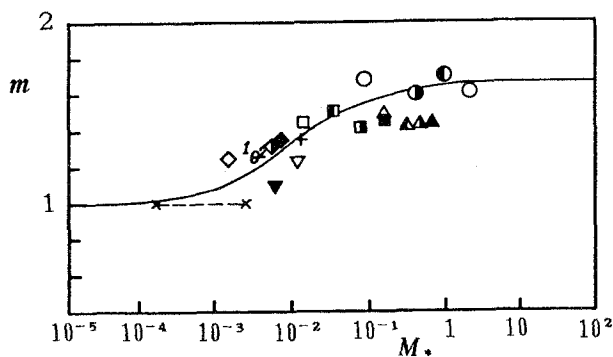


図4. べき乗則の指数 m と M^* との関係
(記号の意味は表1の通り、実線はEq. 12)

良好な直線性がうかがわれるので、これから

$$B^* = 0.58 M^{4/9} \quad (11)$$

を得る。また図4からも、 m と M^* との間に系統的な関係を見ることができる。 m については、これが1から5/3まで変化することを考慮し、経験式として次式を得る。

$$m = \frac{1 + 145M^*}{1 + 87M^*} \quad (12)$$

以上、無次元パラメーター M^* を導入することによって、幅広いスケールでの上昇流量の経験式を求めることができた。次に、これを用いて連行係数を具体的に求めていくことにする。

3. 連行係数の評価

Bubble Plume の連行係数を具体的に決めるのに有用な研究は意外と少ない。Milgram²⁾は空気量や重力、それに表面張力などを用いて気泡に特有な混合スケールを導入して気泡フルード数を求め、これと連行係数との関係を経験式として与えている。しかしながら、Milgram 自身が指摘するように、連行係数を全水深にわたって一定としても解析結果はほとんど変わらず、このことは、気泡フルード数のような内部変数を用いずとも、水深や空気量などの外部条件のみで連行係数を決定しても良好な予測結果を得られることを暗示している。また、Poon³⁾は空気量、重力、表面張力からウェーバー数を定義し、その関数として連行係数の経験式を、現地観測の結果をもとにして求めている。しかし、さきに述べたように水深も非常に重要な因子であり、それを考慮に入れないために、対象のスケールが変わるともはや適用できない。そこで本研究では、さきに導入した無次元量 M^* を用いて連行係数を整理し、上昇流量の場合と同様に広いスケールにわたって適用可能な評価式を求めることにする。まず、Bubble Plumeの支配方程式(7)および(8)に何通りか M の値を決めて、その解を数値的に求めた。その際、方程式の初期値には、 $x = 0.001$ においてMcDougall¹⁾の級数解を用い、微分方程式の解法にはルンゲ・クッタ法を用いた。その計算結果の一例を図5に示す。これを見ると、 $M = 10^{-4} \sim 10^2$ の範囲では解に差はあまり見られず、 M が1以上になるとほとんど変わらないことがわかる。さらに、両対数グラフ上で良好な直線性が認められるので、さきの実験結果と同様にべき乗則

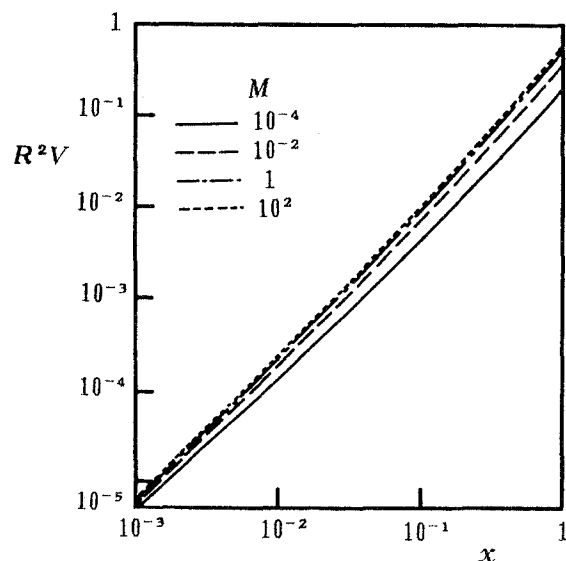


図5. 単一Plumeモデルによる上昇流量の計算例

$$R^2V = B x^n \quad (13)$$

の係数 B と指数 n それぞれとパラメーター M との関係を示したものが図6および図7である。図5から予想されたように、 $M = 1$ 以上になると両者ともほとんど変化せず、それぞれ $B = 0.48$ 、 $n = 1.66$ 程度となっている。特に $M = 0.1$ 以上において、 n の値が実験・観測データのべき指数とほぼ等しいのは注目値する。 M が小さい場合には、計算結果に比べて測定値の指数が小さいが、これは規模の小さい実験においては、気泡放出点からそれほど離れていないところに測定箇所を設定しており、そのようなところでは気泡が未だによく密集しているた

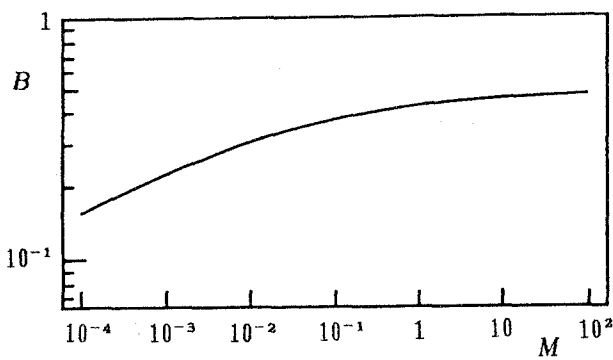


図6. べき乗則の定数 B と M との関係

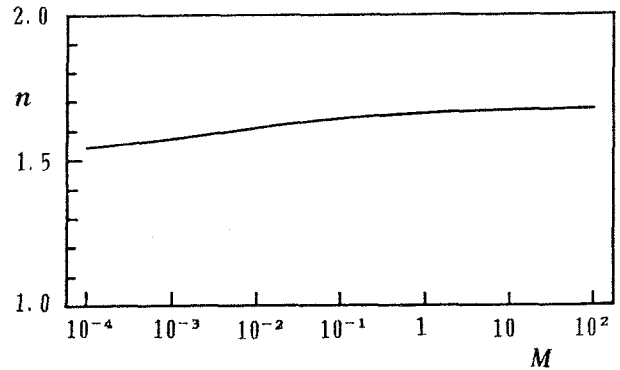


図7. べき乗則の指数 n と M との関係

めに、気泡による乱れが運動量輸送に影響を及ぼしている^{2) 5)}ものと考えられる。このように若干のずれはみられるものの、大まかな傾向やオーダーは十分に再現しているものといえる。さて、無次元流量 R^2V とパラメーター M については

$$R^2V = \beta^{4/3} R^2V \quad (14)$$

$$M = \beta^2 M \quad (15)$$

が成立する。ただし、 $\beta = \alpha / \alpha_0$ である。ここで式(14)に式(10)および式(13)を代入すると

$$B \cdot x^* = \beta^{4/3} B x^* \quad (16)$$

が得られる。 B は M の関数であり、 B は図6および式(15)を用いれば M と β の関数となる。結局、各測定において式(16)が近似的に成立するように、測定時の M を与えてそのときの β の値を求めることができる。その結果を示したものが図8である。 M の値に対して β が系統的に変化しているのがわかる。McDougall⁹⁾は実験室スケールの観察結果を定性的に説明する際に、 $\beta = 0.5$ 程度の値を与えているが、図8において M が小さくなると β はほぼ一定で、おおよそ0.48程度となる。また、 M が大きい場合には B がほとんど変化しないので、このときには、 β は M の $1/3$ 乗に比例することがわかる。以上より、 β と M との関係式として

$$\beta = 1.2(0.06 + M)^{1/3} \quad (17)$$

が得られる。これによって外部条件のみから連行係数を求めることができる。

4. 計算結果と測定結果との比較

与えられた外部条件に対して M は直ちに求められるから、式(17)を用いて β が、式(15)から M を求めることができる。図9および図10は、BT03の場合とML04の場合について計算された結果と測定結果とを比較したものである。それぞれ、水深が1.37m、50mあるいは M が 1.51×10^{-3} 、2.21と、スケールが全く異なる場合に対して、流量だけでなくPlume半径に関しても非常に良好な適合性を示している。他の場合も同程度の適合性を示していた。このことは、式(17)が広いスケールにわたって有効であるだけでなく、連行係数を良く与えることができれば、式(7)(8)のような単純なモデルであっても精度のよい予測結果が得られることを示している。

5. おわりに

空気量と水深のバランスを示す無次元量 M あるいは M_0 を用いて、上昇流量にして8オーダーにわたる実験・観測結果を系統的に整理することができた。そして、式形が単純でしかも広い範囲にわたって適用できる連行係数の経験式を導くことができた。

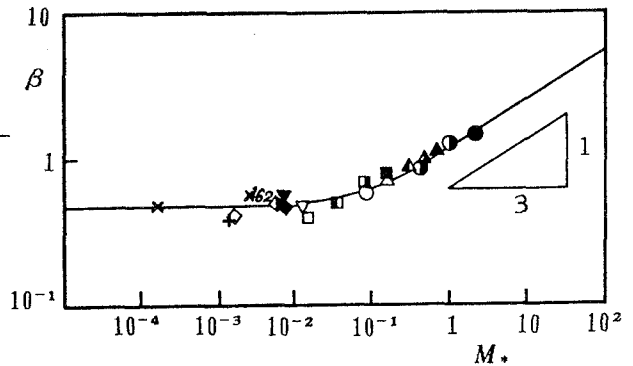


図8. 連行係数比 β と M との関係
(記号は表1の通り、実線はEq.17)

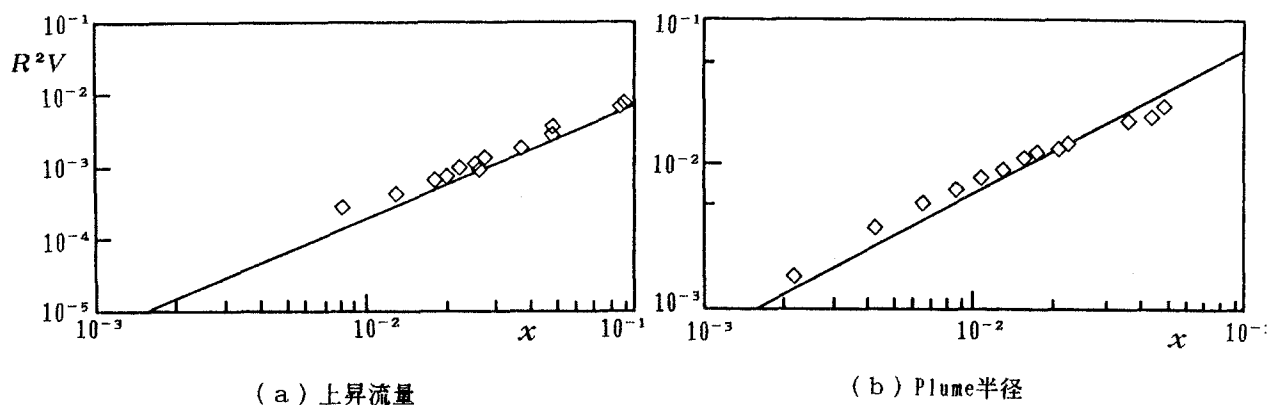


図9. 計算結果(実線)と測定値(◇)との比較(BT03)

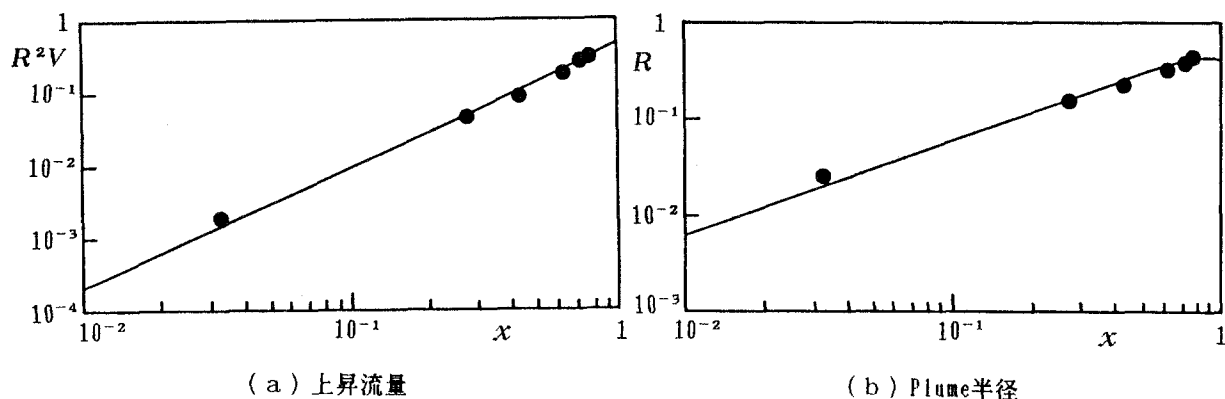


図10. 計算結果(実線)と測定値(●)との比較(ML04)

この連行係数の評価式とBubble Plumeを単一Plumeとして定式化した物理モデルとを組み合わせで解析を行ったところ、全体としての適合性は非常に良好であり、両者の有効性を確かめることができた。

ただし、放出点からの高さが小さい場合には、べき指数に若干のずれが見られるなど、やや不満の残る点もあり、単に平均流の特性のみを考えるだけでなく、気泡によって生ずる乱れの特長なども、今後十分に検討していく必要があることが示された。

参考文献

- 1) Fannelop, T.K. & Sjoen, K.: Hydrodynamics of underwater blowouts, Proc. Coastal Engng. Conf., pp.2209-2226., 1974.
- 2) Milgram, J.H.: Mean flow in round bubble plumes, J. Fluid Mech., vol.133, pp.345-376, 1983.
- 3) Poon, Y.C.: Modelling of round bubble plumes, M.Sc. thesis, University of Calgary, Alberta, 1985.
- 4) Goossens, L.H.J.: Reservoir Destratification with Bubble Column, Ph.D. Thesis, Delft University of Technology, 1979.
- 5) Leitch, A.M. & Baines, W.D.: Liquid volume flux in a weak bubble plume, J. Fluid Mech., vol.205, pp.77-98, 1989.
- 6) 浅枝 隆, 池田裕一 & Imberger, J.: 不連続な密度界面を持つ成層中におけるBubble Plumeの挙動と成層の時間推移, 土木学会論文集, No.438/II-17, pp.23-30, 1991.
- 7) Tekeli, S. & Maxwell, W.H.C.: Physical modelling of bubble screens, Proc. ASCE 106(WW1), pp.49-64, 1980.
- 8) Milgram, J.H. & Van Houten, R.J.: Plumes from sub-sea well blowouts, Proc. the 3rd Intl. Conf., BOSS, vol.1, pp.659-684, 1982.
- 9) McDougall, T.J.: Bubble plumes in stratified environments, J. Fluid Mech., vol.85, pp.655-672, 1978.