

## 円錐・逆円錐形海洋構造物に作用する鉛直方向氷力に関する研究

Ice Forces on Conical Structures due to Change in Water Level

榎国夫\*・寺島貴志\*\*・岡本智\*\*\*・佐伯浩\*\*\*\*・吉浦登\*\*\*\*\*

Kunio. Enoki, Takashi. Terashima, Satoshi. Okamoto, Hiroshi. Saeki, Noboru. Yoshiura

## Abstract

In cold regions, changes in water level can induce vertical forces on offshore structures when sea ice cover interact with the structures. A rise in water level generates an upward force on a downward-breaking conical structure; likewise, a drop generates a downward force on an upward-breaking conical structure. These forces are induced on conical structures even if sea ice cover to structure adfreeze bonding is not present. The authors have proposed a method of calculation that estimates the vertical ice forces on conical structures taking the bending failure of the ice cover.

Keywords : 鉛直方向氷力、弾性理論、撓み、凍着

## 1. は じ め に

氷海域に建設される海洋構造物には、その構造様式や氷象等によって種々の氷力が作用する。この種々の氷力を氷盤の移動方向によって分類すると風や流れによる氷盤の水平移動によって構造物に及ぼす氷力（水平方向氷力）と構造物に氷盤が凍着した状態で大きな水位変動がある場合に構造物に鉛直上下方向へ作用する氷力（鉛直方向氷力）に分けることができる。直立の断面変化のない構造物（図1, 2）の場合、氷盤が構造物に凍着している場合のみ鉛直上下方向の氷力が作用することになる。このような場合の氷力の理論解とその計算手法については佐伯等<sup>1), 2), 3), 4), 5)</sup>によって発表されている。これに対して、氷盤の水平移動による氷力を低下させるため、水際線近傍を傾斜させ氷盤を曲げ破壊させる円錐あるいは逆円錐構造物が最近建設されている。このような構造型式の場合、図b, cに示すように、氷盤と構造物が凍着していなくても上下方向の氷力が作用することになる。円錐形の場合は水位低下時に下方への氷力が、逆円錐形の場合は水位上昇時に上方への氷力が作用することになる。本研究は、水位変化による図3, 4のような円錐あるいは逆円錐構造物に作用する鉛直上下方向氷力の理論解を求めるとともに、氷力の計算手法を示し、さらに氷力算定のための計算図表を示すものである。

## 2. 円錐・逆円錐形構造物に作用する鉛直方向氷力

図1, 2に直立構造物、また図3, 4に円錐形、逆円錐形構造物に作用する氷力の形態を示す。図1, 2は氷板が構造物に凍着した状態で水位変化がある時の氷力を示すもので、従来の佐伯等の方法により計算することができる。これに対して図3, 4のような円錐形、逆円錐形構造物は、氷板が構造物に凍着していなくても構造物の断面が変化しているため、鉛直上下方向氷力が作用することになる。例えば、図3のような円錐形構造物には水位下降時に、図4のような逆円錐形構造物には水平上昇時に鉛直方向氷力が作用することになる。したがって、本研究では図3, 4のような傾斜構造物に作用する氷板が凍着していない場合の鉛直方向氷力の理論解について述べる。

水位変動による氷盤の変形は弾性理論に基づくものとする。これは、著者等の調査結果から、1日13cm程度の水位変化でも氷盤の撓みは弾性理論で近似できることを確かめているからである。弾性床上の無限板の撓み(W)は次式で示される。

$$D \cdot \nabla^4 W + \omega \cdot W = 0 \quad a < r < \infty \quad (a)$$

ここでWは半径r地点の沈下量、 $\omega$ は海水の単位体積重量、Dは平板剛度で次式で示される。

|       |       |                         |
|-------|-------|-------------------------|
| *     | 正 会 員 | 秋田工業高等専門学校（秋田市飯島文京区1-1） |
| **    | 正 会 員 | パシフィックコンサルタンツ(株)札幌支社    |
| ***   | 学生会員  | 北海道大学工学部土木工学科           |
| ****  | 正 会 員 | 北海道大学工学部土木工学科           |
| ***** | 正 会 員 | (社)寒地港湾技術研究センター         |

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

ここでE, h,  $\nu$ はそれぞれ氷板の弾性係数、氷厚、それにポアソン比である。式中の $\nabla^4$ は次式で示される。

$$\nabla^4 = \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right)^2 \quad (b)$$

(a) 式の撓みの一般解は Kelvin 関数を用いると次式により表わすことができる。

$$W(r) = A_1 \text{ber}(\lambda r) + A_2 \text{bei}(\lambda r) + A_3 \text{ker}(\lambda r) + A_4 \text{kei}(\lambda r) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\lambda = \sqrt{\frac{\omega_0}{D}}$ であり、境界条件 ( $r = \infty$  のとき  $W(r) = 0$ )

より  $A_1 = 0$ ,  $A_2 = 0$  となり、(1) 式は次のようになる。

$$W(r) = A_3 \text{ker}(\lambda r) + A_4 \text{kei}(\lambda r) \dots\dots\dots (2)$$

一方、 $r = a$  で  $W(a) = \Delta$  ( $\Delta$  は水位変化量) とすると

$$W(a) = A_3 \text{ker}(\lambda a) + A_4 \text{kei}(\lambda a) = \Delta \dots\dots\dots (3)$$

となる。また、氷盤は構造物に凍着していないことから、そこではモーメントは零となる。

( $r = a$  の時  $M\phi = 0$ )

$$M\phi = D \left( \frac{1}{a} \cdot \frac{dW}{da} + \nu \frac{d^2 W}{da^2} \right) = 0 \dots\dots\dots (4)$$

(2) 式より

$$\frac{dW}{dr} = \lambda A_3 k' \text{er}(\lambda r) + \lambda A_4 k' \text{ei}(\lambda r) \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{d^2 W}{dr^2} = A_3 k'' \text{er}(\lambda r) + A_4 k'' \text{ei}(\lambda r)$$

$$= A_3 \lambda \left\{ -\lambda \cdot \text{kei}(\lambda r) - \frac{k' \text{er}(\lambda r)}{r} \right\} + A_4 \lambda \left\{ \lambda \text{ker}(\lambda r) - \frac{k' \text{ei}(\lambda r)}{r} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここで (5) 式、(6) 式を (4) 式に代入すると、

$$\begin{aligned} M\phi &= D \left[ \frac{1}{a} \{ A_3 \lambda k' \text{er}(\lambda a) + A_4 \lambda k' \text{ei}(\lambda a) \} + \nu \left\{ A_3 \lambda \left\{ -\lambda \cdot \text{kei}(\lambda a) - \frac{k' \text{er}(\lambda a)}{a} \right\} + A_4 \lambda \left\{ \lambda \cdot \text{ker}(\lambda a) - \frac{k' \text{ei}(\lambda a)}{a} \right\} \right\} \right] = 0 \\ \therefore A_3 \left[ \frac{1}{a} \lambda k' \text{er}(\lambda a) - \nu \lambda^2 \text{kei}(\lambda a) - \frac{\nu}{a} \lambda k' \text{er}(\lambda a) \right] &+ A_4 \left[ \frac{1}{a} \lambda k' \text{ei}(\lambda a) + \nu \lambda^2 \text{ker}(\lambda a) - \frac{\nu}{a} \lambda k' \text{ei}(\lambda a) \right] = 0 \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで、

$$\alpha = \frac{1}{a} \lambda k' \text{er}(\lambda a) - \nu \lambda^2 \text{kei}(\lambda a) - \frac{\nu}{a} \lambda k' \text{er}(\lambda a)$$

$$\beta = \frac{1}{a} \lambda k' \text{ei}(\lambda a) - \nu \lambda^2 \text{ker}(\lambda a) - \frac{\nu}{a} \lambda k' \text{ei}(\lambda a)$$

とおくと (7) 式は次のように表わすことができる。

$$A_3 \alpha + A_4 \beta = 0 \dots\dots\dots (7)'$$

一方、(3) 式より

$$A_3 = \frac{\Delta - A_4 \text{kei}(\lambda a)}{\text{ker}(\lambda a)} \dots\dots\dots (8)$$

となり、(8) 式を (7)' 式に代入して整理すると  $A_4$ ,  $A_3$  はそれぞれ次のようになる。

$$A_4 = \frac{1}{\text{kei}(\lambda a) \cdot \alpha - \text{ker}(\lambda a) \cdot \beta} \cdot \Delta \dots\dots\dots (9)$$

$$A_3 = \frac{1}{\ker(\lambda a)} \left[ 1 - \frac{\ker(\lambda a) \cdot \beta}{\ker(\lambda a) \cdot \alpha - \ker(\lambda a) \cdot \beta} \right] \cdot \Delta \dots\dots\dots (10)$$

(2) 式、(9) 式及び (10) 式を  $F_1(\lambda, \nu, a)$ ,  $F_2(\lambda, \nu, a)$  を用いて簡単にすると、それぞれ次のようになる。

$$A_3 = \Delta \cdot F_1(\lambda, \nu, a)$$

$$A_4 = \Delta \cdot F_2(\lambda, \nu, a) \dots\dots\dots (11)$$

$$W(r) = \Delta F_1(\lambda, \nu, a) \cdot \ker(\lambda r) + \Delta F_2(\lambda, \nu, a) \cdot \ker(\lambda r) \dots\dots\dots (12)$$

ここで、

$$F_2 = \frac{\alpha}{\ker(\lambda a) \cdot \alpha - \ker(\lambda a) \cdot \beta} \quad F_1 = \frac{1}{\ker(\lambda a)} \left[ 1 - \frac{\ker(\lambda a) \cdot \alpha}{\ker(\lambda a) \cdot \alpha - \ker(\lambda a) \cdot \beta} \right]$$

である。

次に (12) 式から剪断力  $Q_r$  は次式により表わせる。

$$Q_r = -D \cdot \frac{d}{dr} \left[ \frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dW}{dr} \right] \\ = -D \{ -\Delta F_1 \lambda^3 \ker(\lambda r) + \Delta F_2 \lambda^3 k' \text{er}(\lambda r) \} \dots\dots\dots (13)$$

従って、鉛直方向氷力は  $r = a$  での  $Q_r$  であるから次のようになる。

$$P = -2\pi a \cdot Q_{rr}$$

$$P = -2\pi a D \Delta \lambda^3 \{ -F_1 k' \text{ei}(\lambda a) + F_2 k' \text{er}(\lambda a) \} \dots\dots\dots (14)$$

氷盤はまず radial crack により破壊するため、氷盤の破壊限界水位の変化量は  $M_r$  によって決まり、 $M_r$  は次式によって表わすことができる。

$M_r$  と  $M_\phi$  では  $M_r$  の方が大きいので、破壊は  $M_r$  により先に発生する。

$$M_r = -D \left[ \frac{d^2 W}{dr^2} + \nu \frac{1}{r} \frac{dW}{dr} \right] \dots\dots\dots (15)$$

ここで  $r = a$  のとき ( $M_r$ )  $r = a$  は次のようになる。

$$(M_r)_{r=a} = -D \Delta \max \lambda \left[ F_1 \left\{ -\lambda \ker(\lambda a) - \frac{k' \text{er}(\lambda a)}{a} \right\} + F_2 \left\{ \lambda \ker(\lambda a) - \frac{k' \text{ei}(\lambda a)}{a} \right\} \right. \\ \left. + \frac{\nu}{a} \left\{ F_1 k' \text{er}(\lambda a) + F_2 k' \text{ei}(\lambda a) \right\} \right] \dots\dots\dots (16)$$

海水の曲げ強度を  $\sigma_t$  とすると

$$\sigma_t = \pm \frac{6(M_r)_{r=a}}{h^2} = \mp \frac{6}{h^2} D \Delta \lambda \left[ F_1 \left\{ -\lambda \ker(\lambda a) - \frac{k' \text{er}(\lambda a)}{a} \right\} + F_2 \left\{ \lambda \ker(\lambda a) - \frac{k' \text{ei}(\lambda a)}{a} \right\} \right. \\ \left. + \frac{\nu}{a} \left\{ F_1 k' \text{er}(\lambda a) + F_2 k' \text{ei}(\lambda a) \right\} \right] \dots\dots\dots (17)$$

よって、氷盤の破壊限界水位の変化量  $\Delta_{\max}$  は、

$$\Delta_{\max} = \frac{\sigma_t \cdot h^2}{6D\lambda} \frac{1}{\left[ F_1 \left\{ -\lambda \ker(\lambda a) - \frac{k' \text{er}(\lambda a)}{a} \right\} + F_2 \left\{ \lambda \ker(\lambda a) - \frac{k' \text{ei}(\lambda a)}{a} \right\} + \frac{\nu}{a} \left\{ F_1 k' \text{er}(\lambda a) + F_2 k' \text{ei}(\lambda a) \right\} \right]} \dots\dots (18)$$

となり、(14) 式及び (18) 式から

$$P_{\max} = 2\pi a D \lambda^3 \cdot \Delta_{\max} \{ -F_1 k' \text{ei}(\lambda a) + F_2 k' \text{er}(\lambda a) \} \dots\dots\dots (19)$$

となる。したがって、水位変化量  $\Delta$  が  $\Delta < \Delta_{\max}$  の場合は (14) 式で氷力を計算し、 $\Delta \geq \Delta_{\max}$  の場合は (19) 式で計算するものとする。

### 3. 鉛直方向氷力の計算結果及び算定方法

#### 3-1. 計算結果

図5に杭半径 (i) 50cm, (ii) 150cm, (iii) 250cm の場合の氷厚  $h$  に対する (14) 式の計算結果を示す。ただし、図で縦軸は鉛直方向氷力  $P$  を水位変化量  $\Delta$  で除した値を示している。計算結果より、 $K(E/12(1 -$

$\nu^2$ ) が小さい場合、鉛直方向氷力は著しい割合で増加し、Kがある値を越えると比較的緩やかに漸増する。また、杭半径の異なる場合で今回の  $a = 50 \sim 250 \text{ cm}$  の範囲では、杭半径の増加に伴い鉛直方向氷力はわずかに増加する。

図6に杭半径 (i) 50 cm, (ii) 150 cm, (iii) 250 cm の場合の氷厚  $h$  に対する (18) 式の計算結果を示す。ただし、図で縦軸は氷盤の破壊限界水位の変化量  $\Delta \max$  を曲げ強度  $\sigma_t$  で除した値を示している。図からわかるように、Kが小さい場合、破壊限界水位の変化量は著しく減少し、Kがある値を越えると漸減し一定値に近づく。

### 3-2. 算 定 方 法

円錐形、逆円錐形構造物に作用する鉛直方向氷力は、以上の計算結果を用いて次の手順で算定することができる。

- (1) 図6で所与の  $a, h, k$  に対し該当する  $\Delta \max$  を求める。
- (2) 予想水位変動量  $\Delta$  に対し、(1) で求めた  $\Delta \max$  との比較を行う。
- (3)  $\Delta < \Delta \max$  の場合、 $\Delta$  に対する鉛直方向氷力  $P$  を図5で求める。
- (4)  $\Delta \geq \Delta \max$  の場合、 $\Delta \max$  に対する鉛直方向氷力  $P_{\max}$  を図5で求める。

### 4. 鉛直方向氷力の計算例

著者等による氷の強度実験結果及び各種の研究報告より諸定数を仮定し、以下に計算例を示す。ここでは、従来の氷板が構造物に凍着している場合と本研究での凍着していない場合の2例を示す。

- ・予想水位変動量： $\Delta = 70 \text{ cm}$
- ・構造物の半径： $a = 250 \text{ cm}$
- ・氷厚： $h = 50 \text{ cm}$
- ・ヤング係数： $E = 15,000 \text{ kg/cm}^2$
- ・ポアソン比： $\nu = 0.3$
- ・曲げ強度： $\sigma_t = 20 \text{ kg/cm}^2$
- ・凍着強度： $\tau_B = 0.5 \text{ kg/cm}^2$
- ・ $K = E / (12 \times (1 - \nu^2)) = 1.4 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$
- ・ $K' = E / (1 - \nu^2) = 16.5 \times 10^3$

#### (1) 凍着している場合

$$\sigma_B / \tau_B = 20 / 0.5 = 40$$

$$\tau_B / \Delta = 0.5 / 70 = 0.007$$

図7(i)及び(ii)より凍着破壊が発生する。  
したがって、鉛直方向氷力は次のようになる。

$$P = 2 \pi a h \tau_B$$

$$= 2 \pi \times 250 \times 70 \times 0.5$$

$$= 55000 \text{ kg} = 55 \text{ t}$$

#### (2) 凍着していない場合

図6より

$$\Delta \max / \sigma_t = 0.29$$

$$\therefore \Delta \max = 0.29 \times 20 = 5.8 \text{ cm}$$

故に、 $\Delta > \Delta \max$  であり、図5で  $\Delta \max$  に対する  $P_{\max}$  を求めればよいことになる。図5より

$$P_{\max} / \Delta \max = 6,000$$

$$\therefore P_{\max} = 6,000 \times 5.8$$

$$= 34,800 \text{ kg} = 34.8 \text{ t}$$

### 5. お わ り に

本研究で得られた主要な結論を示すと次のようである。

- (1) 円錐・逆円錐形の海洋構造物の場合、氷盤と構造物が凍着していない場合でも、水位変化により鉛直

上下方向の氷力が作用することを明らかにした。

- (2) それらの構造物型式に対する水位変化による鉛直方向氷力 $P$ 及び最大氷力(氷盤の曲げ破壊時に発生)発生時の水位変化量 $\Delta \max$ 及びその時の氷力 $P_{\max}$ を弾性床上の無限盤の弾性理論より理論解を求めた。
- (3) 得られた解より、氷力算定に必要な $P/\Delta$ と $\Delta \max/\sigma_i$ を海水盤の弾性諸定数と氷厚、構造物の径等をパラメーターとした計算図を作成した。
- (4) それらの計算図表をもとに設計鉛直方向氷力の計算手法を明らかにした。
- (5) 本研究では凍着した場合と凍着していない場合それぞれの計算結果を示した。その結果、凍着時の方が鉛直上下方向氷力は大きくなることが明らかとなった。

## 参 考 文 献

- 1) Saeki, H., Ono, T., Nakazawa, N. and Yamada, M. : "Ice Forces due to Changes in Water Level and Adhesion Strength Between Fresh - Water Ice and Various Pile Materials", 20th IAHR Congress, vol. II. Moscow, U.S.S.R., Sept.5 - 9, 1983
- 2) Saeki, H., Ozaki, A. and Kubo, Y. : "Experimental Study on Flexural Strength and Elastic Modulus of Sea Ice", Vol. I, POAC 81, Quebec, Canada, July, 27 - 31, 1981
- 3) 佐伯、山田、中澤、小野、尾崎「氷盤凍着に伴う杭構造物に作用する軸方向氷力について」、土木学会北海道支部論文報告書、昭和55年度
- 4) 中澤、山田、浜中、佐伯「直立円断面構造物に作用する鉛直方向氷力」、寒地技術シンポジウム, 1985年
- 5) 榎、寺島、山崎、中澤、佐伯「水位変化による傾斜構造物に作用する鉛直方向氷力について」、第6回オホーツク海と流水に関する国際シンポジウム, 1991
- 6) Kerr, A.D. : "Ice Forces on Structure due to a Change of the Water Level", Proceeding, of IAHR, Third International Symposium on Ice Problems, Hanover, 1975
- 7) F.T.Christensen : "Interaction Between Floating Ice Sheets and Vertical Structures due to Water Level Fluctuations", Tech. Univ. of Denmark, S.Paper5, No.38, 1986

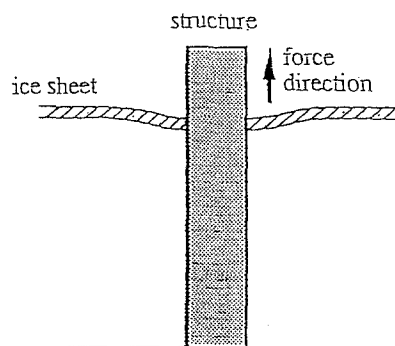


図 1 Upward force by a rise in water level

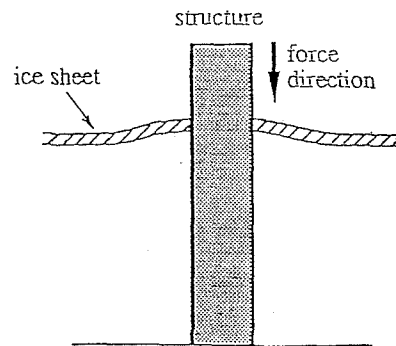


図 2 Downward force by a drop in water level

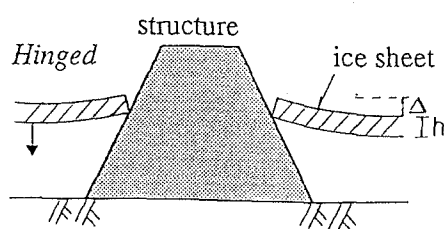


図 3 downward force on an upward-breaking conical structure

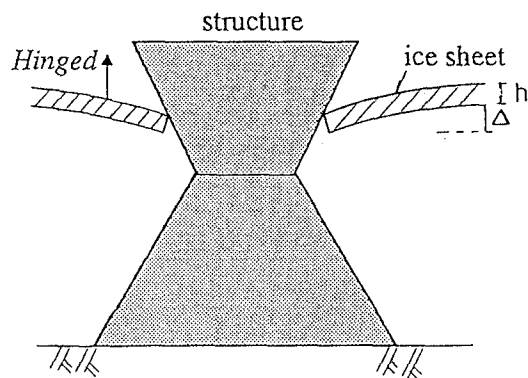


図 4 upward force on a downward-breaking conical structure

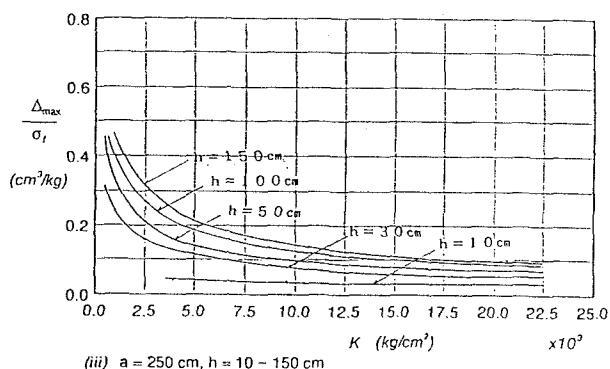
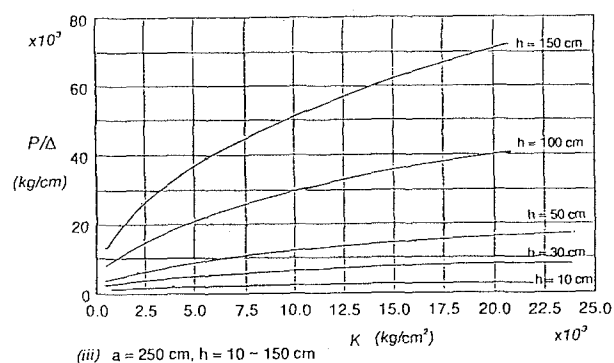
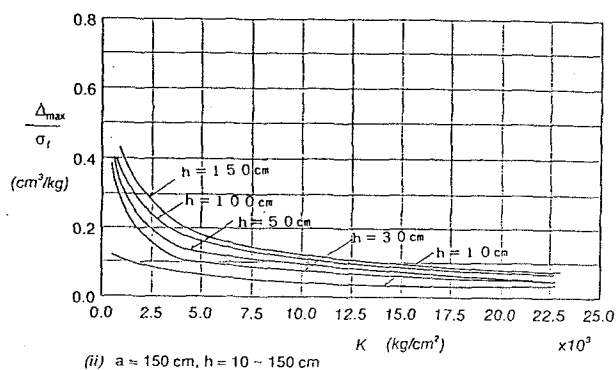
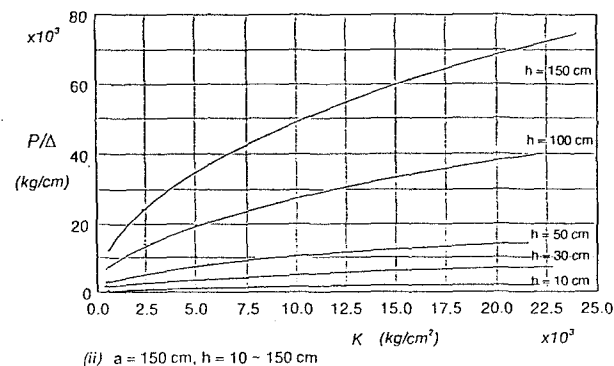
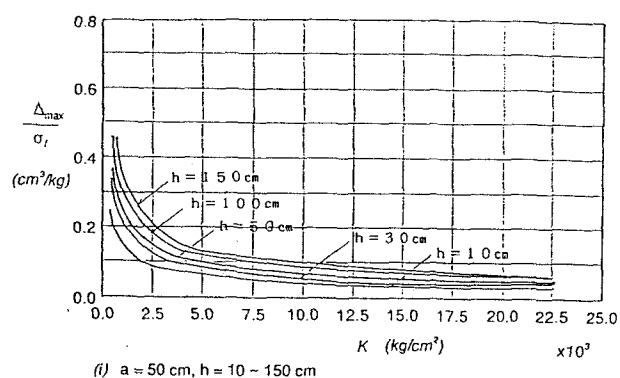
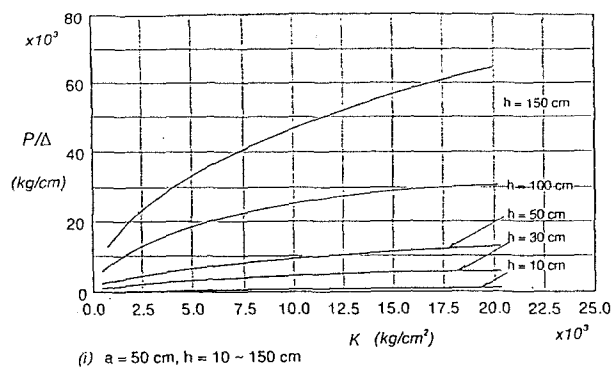


図 5 垂直氷力として構造半径 (a) と氷の厚さ (h=10 to 150 cm): (i)  $a = 50 \text{ cm}$ , (ii)  $a = 150 \text{ cm}$ , and (iii)  $a = 250 \text{ cm}$ .

図 6 水位変化による氷の曲げ破壊として構造半径 (a) と氷の厚さ (h=10 to 150 cm): (i)  $a = 50$ , (ii)  $a = 150$ , and (iii)  $a = 250$ .

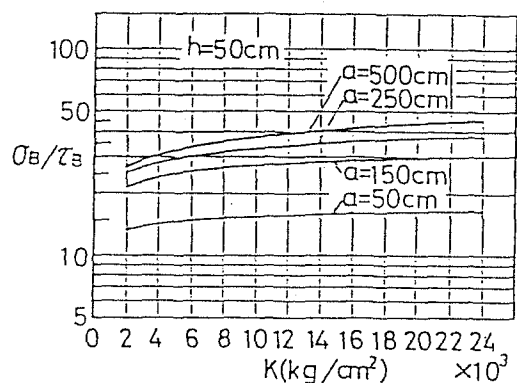


図 7 (i) 氷盤凍着時の計算図表

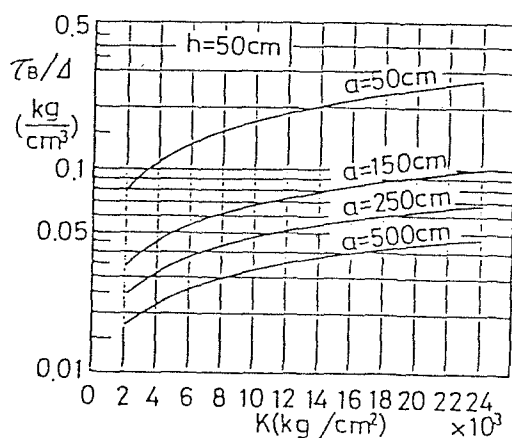


図 7 (ii) 氷盤凍着時の計算図表