

部分重複波の流速場の特性に関する研究

Study on Velocity Fields of Partial Clapotis

岩田好一朗*・富田孝史**

Koichiro Iwata・Takashi Tomita

This paper aims to discuss the characteristics of velocity field of the partial clapotis, based on the laboratory experiments and a newly developed third order theory. As the relative water depth decreases and the wave steepness increases, the crest of the time history of horizontal velocities is steepened and its trough is flattened, while the wave form bends forward in vertical velocities. In addition, as the reflection coefficient is more than 0.8, the second harmonic component wave appears to be prominent in water surface profiles and vertical velocities at the node.

Keywords : partial clapotis, velocity field, nonlinearity, wave theory

1 はじめに

近年, 新形式の海岸・港湾構造物が砕波帯以深に建設されるようになってきた. これらの構造物の前面海域は, 通常部分重複波の波浪場になる. この海域の海底地形変化や懸濁物質の移動などを精度よく予測するためには, 部分重複波の流速場の特性を明らかにする必要がある. しかし, これまでその流速場を扱った研究は皆無であるといっても過言ではない. 本研究では, 一様水深域における部分重複波を対象にして, 理論解析と水理実験からその流速場の特性について考究することを目的とする.

2 水理実験

実験には, 一端にフラップ型造波装置, 他端に消波装置が設置されている片面ガラス張りの鉛直二次元水槽 (長さ 25, 幅 0.7, 高さ 0.9m) を使用した. 部分重複波を発生させるために, 水槽内に透過性構造物 (金網籠にテトラポッドを積めたもの) と不透過鉛直板の二つから構成される反射体を造波板からできる限り離して設置した. 実験では, 静水深 h を 40cm に固定し, 周期 T を 1.3, 1.6, 2.1 秒の 3 種類, 波高 H を $H/h = 0.04$

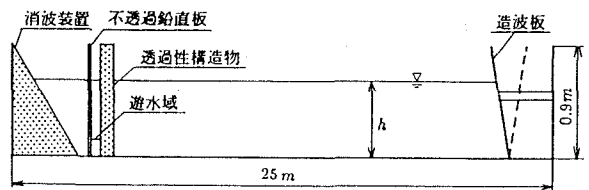


図-1 実験水槽

～0.25 の範囲で変化させた合計 10 種類の入射波を発生させた. また, 反射率 λ が 0.3 と 0.5 程度になるように反射体の遊水域の幅を変化させた. さらに, 水槽内に不透過板のみを設置した実験と水槽内に反射体を設置しない実験も同様に行った.

水位変動の計測を容量式水位計によって反射体の前面から一波長離れた部分重複波の腹, その次の腹およびそれらの間の節を含む 15 地点で行った. これとは別に, 水粒子速度の計測を電磁流速計によって二つの腹, 節およびそれらの中間点の 5 断面で, それぞれ鉛直方向に 1～5 地点で, 水位変動の計測と同時にを行った.

実験データの解析を, 反射体からの反射波が造波板より再反射して入射するまでの間の 2～5 波を対象として行った.

3 部分重複波の三次近似解

部分重複波の理論解は, Goda・Abe¹⁾によって三次近似まで誘導されている. これは, 反射率が 1 のときに Tadjbakhsh・Keller²⁾の重複波の解に一致するが, 反射率が 0 のときには Skjelbreia³⁾の進行波の解には一致しない. 本研究では, 反射率が 0 のときに Skjelbreia の解に一致するように摂動法を使用して部分重複波の三次近似解を誘導する.

非粘性・非圧縮性流体および非回転運動を仮定すると, 基礎方程式は次のようになる.

$$\phi_{xx} + \phi_{zz} = 0 \quad (1)$$

ここに, ϕ は速度ポテンシャル, x と z はそれぞれ部分重複波の一つの腹を基準に入射波の進行方向を, および静水位を基準に鉛直上向きを正にした座標系である.

また, 自由表面と底面の境界条件を以下に示す.

$$\eta_t + \eta_x \phi_x - \phi_z = 0 \quad \text{at } z = \eta \quad (\text{kinematic free surface condition}) \quad (2)$$

*正会員 名古屋大学教授 工学部土木工学科 (464-01 名古屋市千種区不老町)

**学生会員 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻

$$\phi_t + (\phi_x^2 + \phi_z^2)/2 + g\eta = R \quad \text{at } z = \eta \quad (\text{dynamic free surface condition}) \quad (3)$$

$$\phi_z = 0 \quad \text{at } z = -h \quad (\text{bottom condition}) \quad (4)$$

ここに、 η は水面変動、 h は静水深、 R はベルヌイ定数、 g は重力加速度、 t は時間である。

つぎに、 ϕ , η , R および入射波と反射波の角周波数 (σ_I と σ_R) をそれぞれ摂動展開する。

$$\phi = \epsilon(\phi_{10} + \lambda\phi_{11}) + \epsilon^2(\phi_{20} + \lambda\phi_{21} + \lambda^2\phi_{22}) + \epsilon^3(\phi_{30} + \lambda\phi_{31} + \lambda^2\phi_{32} + \lambda^3\phi_{33}) \quad (5)$$

$$\eta = \epsilon(\eta_{10} + \lambda\eta_{11}) + \epsilon^2(\eta_{20} + \lambda\eta_{21} + \lambda^2\eta_{22}) + \epsilon^3(\eta_{30} + \lambda\eta_{31} + \lambda^2\eta_{32} + \lambda^3\eta_{33}) \quad (6)$$

$$R = R_{00} + \epsilon(R_{10} + \lambda R_{11}) + \epsilon^2(R_{20} + \lambda R_{21} + \lambda^2 R_{22}) + \epsilon^3(R_{30} + \lambda R_{31} + \lambda^2 R_{32} + \lambda^3 R_{33}) \quad (7)$$

$$\sigma_I = \sigma_{I00} + \epsilon(\sigma_{I10} + \lambda\sigma_{I11}) + \epsilon^2(\sigma_{I20} + \lambda\sigma_{I21} + \lambda^2\sigma_{I22}) \quad (8)$$

$$\sigma_R = \sigma_{R00} + \epsilon(\sigma_{R10} + \lambda\sigma_{R11}) + \epsilon^2(\sigma_{R20} + \lambda\sigma_{R21} + \lambda^2\sigma_{R22}) \quad (9)$$

ここに、 ϵ は摂動パラメター、 λ は一次近似における反射率である。数字の下付き添え字は、前者が ϵ の、後者が λ の冪数に対応するものである。

式(2)と(3)の自由表面の境界条件をそれぞれ $z = 0$ においてTaylor展開した上で、式(5)から(9)を代入し、 ϵ と λ の各冪数ごとに、以下に $O(\epsilon^3\lambda^3)$ で表現される $\epsilon^3\lambda^3$ のオーダーまでの範囲で整理すると次式をうる。

$$O(\epsilon^0\lambda^0) : R_{00} = 0 \quad (10)$$

$$O(\epsilon^1\lambda^0) : \sigma_{I00}\eta_{10\tau} - \phi_{10z} = 0 \quad (11)$$

$$g\eta_{10} + \sigma_{I00}\phi_{10\tau} = R_{10} \quad (12)$$

$$O(\epsilon^1\lambda^1) : \sigma_{R00}\eta_{11\tau} - \phi_{11z} = 0 \quad (13)$$

$$g\eta_{11} + \sigma_{R00}\phi_{11\tau} = R_{11} \quad (14)$$

$$O(\epsilon^2\lambda^0) : \sigma_{I00}\eta_{20\tau} - \phi_{20z} + \sigma_{I10}\eta_{10\tau} + \eta_{10x}\phi_{10x} - \eta_{10}\phi_{10zz} = 0 \quad (15)$$

$$g\eta_{20} + \sigma_{I00}\phi_{20\tau} + \sigma_{I10}\phi_{10\tau} + (\phi_{10x}^2 + \phi_{10z}^2)/2 + \sigma_{I00}\eta_{10}\phi_{10\tau z} = R_{20} \quad (16)$$

$$O(\epsilon^2\lambda^1) : G_{00}^{(21)}\eta_{21\tau} - \phi_{21z} + \sigma_{R10}\eta_{11\tau} + \sigma_{I11}\eta_{10\tau} + \eta_{10x}\phi_{11x} + \eta_{11x}\phi_{10x} - \eta_{10}\phi_{11zz} - \eta_{11}\phi_{10zz} = 0 \quad (17)$$

$$g\eta_{21} + G_{00}^{(21)}\phi_{21\tau} + \sigma_{R10}\phi_{11\tau} + \sigma_{I11}\phi_{10\tau} + \phi_{10x}\phi_{11x} + \phi_{10z}\phi_{11z} + \sigma_{R00}\eta_{10}\phi_{11\tau z} + \sigma_{I00}\eta_{11}\phi_{10\tau z} = R_{11} \quad (18)$$

$$O(\epsilon^2\lambda^2) : \sigma_{R00}\eta_{22\tau} - \phi_{22z} + \sigma_{R11}\eta_{11\tau} + \eta_{11x}\phi_{11x} - \eta_{11}\phi_{11zz} = 0 \quad (19)$$

$$g\eta_{22} + \sigma_{I00}\phi_{22\tau} + \sigma_{R11}\phi_{11\tau} + (\phi_{11x}^2 + \phi_{11z}^2)/2 + \sigma_{R00}\eta_{11}\phi_{11\tau z} = R_{22} \quad (20)$$

$$O(\epsilon^3\lambda^0) : \sigma_{I00}\eta_{30\tau} - \phi_{30z} + \sigma_{I20}\eta_{10\tau} + \sigma_{I10}\eta_{20\tau} + \eta_{20x}\phi_{10x} + \eta_{10x}\phi_{20x} - \eta_{20}\phi_{10zz} - \eta_{10}\phi_{20zz} + \eta_{10}\eta_{10x}\phi_{10xz} - \eta_{10}^2\phi_{10zzz}/2 = 0 \quad (21)$$

$$g\eta_{30} + \sigma_{I00}\phi_{30\tau} + \sigma_{I20}\phi_{10\tau} + \sigma_{I10}\phi_{20\tau} + \phi_{20x}\phi_{10x} + \phi_{20z}\phi_{10z} + \sigma_{I10}\eta_{10}\phi_{10\tau z} + \sigma_{I00}\eta_{20}\phi_{10\tau z} + \sigma_{I00}\eta_{10}\phi_{20\tau z} + \eta_{10}(\phi_{10x}^2 + \phi_{10z}^2)z/2 + \sigma_{I00}\eta_{10}^2\phi_{10\tau zz}/2 = R_{30} \quad (22)$$

$$O(\epsilon^3\lambda^1) : G_{00}^{(31)}\eta_{31\tau} - \phi_{31z} + \sigma_{R20}\eta_{11\tau} + \sigma_{I21}\eta_{10\tau} + \sigma_{I11}\eta_{20\tau} + G_{10}^{(21)}\eta_{21\tau} + \eta_{20x}\phi_{11x} + \eta_{21x}\phi_{10x} + \eta_{10x}\phi_{21x} + \eta_{11x}\phi_{20x} - \eta_{20}\phi_{11zz} - \eta_{21}\phi_{10zz} - \eta_{10}\phi_{21zz} - \eta_{11}\phi_{20zz} + \eta_{10}\eta_{10x}\phi_{11xz} + \eta_{10}\eta_{11x}\phi_{10xz} + \eta_{11}\eta_{10x}\phi_{10xz} - \eta_{10}^2\phi_{11zzz}/2 - \eta_{10}\eta_{11}\phi_{10zzz} = 0 \quad (23)$$

$$g\eta_{31} + G_{00}^{(31)}\phi_{31\tau} + \sigma_{R20}\phi_{11\tau} + \sigma_{I21}\phi_{10\tau} + G_{10}^{(21)}\phi_{21\tau} + \sigma_{I11}\phi_{20\tau} + \phi_{20x}\phi_{11x} + \phi_{21x}\phi_{10x} + \phi_{20z}\phi_{11z} + \phi_{21z}\phi_{10z} + \sigma_{R10}\eta_{10}\phi_{11\tau z} + \sigma_{I10}\eta_{11}\phi_{10\tau z} + \sigma_{I11}\eta_{10}\phi_{10\tau z} + \sigma_{R00}\eta_{20}\phi_{11\tau z} + \sigma_{I00}\eta_{21}\phi_{10\tau z} + \sigma_{I00}\eta_{11}\phi_{20\tau z} + G_{00}^{(21)}\eta_{10}\phi_{21\tau z} + \eta_{10}(\phi_{10x}\phi_{11x} + \phi_{10z}\phi_{11z})z + \eta_{11}(\phi_{10x}^2 + \phi_{10z}^2)z/2 + \sigma_{R00}\eta_{10}^2\phi_{11\tau zz}/2 + \sigma_{I00}\eta_{10}\eta_{11}\phi_{10\tau zz} = R_{31} \quad (24)$$

$$O(\epsilon^3\lambda^2) : G_{00}^{(32)}\eta_{32\tau} - \phi_{32z} + \sigma_{I22}\eta_{10\tau} + \sigma_{R21}\eta_{11\tau} + \sigma_{I10}\eta_{22\tau} + G_{11}^{(21)}\eta_{21\tau} + \eta_{22x}\phi_{10x} + \eta_{21x}\phi_{11x} + \eta_{11x}\phi_{21x} + \eta_{10x}\phi_{22x} - \eta_{22}\phi_{10zz} - \eta_{21}\phi_{11zz} - \eta_{11}\phi_{21zz} - \eta_{10}\phi_{22zz} + \eta_{11}\eta_{11x}\phi_{10xz} + \eta_{11}\eta_{10x}\phi_{11xz} + \eta_{10}\eta_{11x}\phi_{11xz} - \eta_{11}^2\phi_{10zzz}/2 - \eta_{11}\eta_{10}\phi_{11zzz} = 0 \quad (25)$$

$$g\eta_{32} + G_{00}^{(32)}\phi_{32\tau} + \sigma_{I22}\phi_{10\tau} + \sigma_{R21}\phi_{11\tau} + G_{11}^{(21)}\phi_{21\tau} + \sigma_{R10}\phi_{22\tau} + \phi_{22x}\phi_{10x} + \phi_{21x}\phi_{11x} + \phi_{22z}\phi_{10z} + \phi_{21z}\phi_{11z} + \sigma_{I11}\eta_{11}\phi_{10\tau z} + \sigma_{R11}\eta_{10}\phi_{11\tau z} + \sigma_{R10}\eta_{11}\phi_{11\tau z} + \sigma_{I00}\eta_{22}\phi_{10\tau z} + \sigma_{R00}\eta_{21}\phi_{11\tau z} + \sigma_{R00}\eta_{10}\phi_{22\tau z} + G_{00}^{(21)}\eta_{11}\phi_{21\tau z} + \eta_{11}(\phi_{11x}\phi_{10x} + \phi_{11z}\phi_{10z})z + \eta_{10}(\phi_{11x}^2 + \phi_{11z}^2)z/2 + \sigma_{I00}\eta_{11}^2\phi_{10\tau zz}/2 + \sigma_{R00}\eta_{11}\eta_{10}\phi_{11\tau zz} = R_{32} \quad (26)$$

$$O(\epsilon^3 \lambda^3) : \sigma_{R00} \eta_{33\tau} - \phi_{33z} + \sigma_{R22} \eta_{11\tau} + \sigma_{R11} \eta_{22\tau} + \eta_{22x} \phi_{11x} + \eta_{11x} \phi_{22x} \\ - \eta_{22} \phi_{11zz} - \eta_{11} \phi_{22zz} + \eta_{11} \eta_{11x} \phi_{11xz} - \eta_{11}^2 \phi_{11zzz}/2 = 0 \quad (27)$$

$$g \eta_{33} + \sigma_{R00} \phi_{33\tau} + \sigma_{R22} \phi_{11\tau} + \sigma_{R11} \phi_{22\tau} + \phi_{22x} \phi_{11x} + \phi_{22z} \phi_{11z} + \sigma_{R11} \eta_{11} \phi_{11\tau z} + \sigma_{R00} \eta_{22} \phi_{11\tau z} \\ + \sigma_{R00} \eta_{11} \phi_{22\tau z} + \eta_{11} (\phi_{11x}^2 + \phi_{11z}^2) z/2 + \sigma_{R00} \eta_{11}^2 \phi_{11\tau z z}/2 = R_{33} \quad (28)$$

ここに、 τ は無次元時間であり、入射波 ($\phi_{i0}, \eta_{i0}; i = 1, 2, 3$), 反射波 ($\phi_{ii}, \eta_{ii}; i = 1, 2, 3$) および拘束波 ($\phi_{ij}, \eta_{ij}; i = 2, 3, j = 1, 2; i \neq j$) の成分ごとにそれぞれの角周波数 $\sigma_I, \sigma_R, G^{(ij)}$ によって $\sigma_I t, \sigma_R t$ および $G^{(ij)} t$ のように定義される。また、 $G^{(ij)} = G_{00}^{(ij)} + \epsilon(G_{10}^{(ij)} + \lambda G_{11}^{(ij)})$ である。

式(1)の基礎方程式と式(4)の底面条件を満足するような一般解を Skjelbreia の三次近似解を参考にして求め、それを式(11)から式(28)に代入して、それぞれのオーダーの解を求めると次の部分重複波の三次近似解が得られる。

$$k^2 \phi / \sigma_{00} = \delta D_{10} \cosh\{k(z+h)\} (\sin \theta_I + \lambda \sin \theta_R) \\ + \delta^2 [D_{20} \cosh\{2k(z+h)\} (\sin 2\theta_I + \lambda^2 \sin 2\theta_R) + \lambda D_{21} \sin(\theta_I + \theta_R)] \\ + \delta^3 [D_{30} \cosh\{3k(z+h)\} (\sin 3\theta_I + \lambda^3 \sin 3\theta_R) + \lambda D_{31} \cosh\{k(z+h)\} \sin \theta_I + \lambda^3 \sin \theta_R) \\ + \lambda D_{32} \cosh\{k(z+h)\} \{\sin(2\theta_I + \theta_R) + \lambda \sin(2\theta_R + \theta_I)\} \\ + \lambda D_{33} \cosh\{3k(z+h)\} \{\sin(2\theta_I - \theta_R) + \lambda \sin(2\theta_R - \theta_I)\} \\ + \lambda D_{34} \cosh\{k(z+h)\} \{\sin \theta_R + \lambda \sin \theta_I\}] \quad (29)$$

$$k\eta = \delta [\cos \theta_I + \lambda \cos \theta_R] \\ + \delta^2 [E_{20} (\cos 2\theta_I + \lambda^2 \cos 2\theta_R) + \lambda E_{21} \cos(\theta_I - \theta_R)] \\ + \delta^3 [E_{30} (\cos 3\theta_I + \lambda^3 \cos 3\theta_R) + \lambda E_{31} \{\cos(2\theta_I + \theta_R) + \lambda \cos(2\theta_R + \theta_I)\} \\ + \lambda E_{32} \{\cos(2\theta_I - \theta_R) + \lambda \cos(2\theta_R - \theta_I)\}] \quad (30)$$

$$\sigma_I / \sigma_{00} = 1 + \delta^2 C_{20} + \delta^2 \lambda^2 C_{21} \quad (31)$$

$$\sigma_R / \sigma_{00} = 1 + \delta^2 C_{21} + \delta^2 \lambda^2 C_{20} \quad (32)$$

$$k^2 R / \sigma_{00}^2 = \delta^2 (1 + \lambda^2) R_{20} \quad (33)$$

$$D_{10} = \frac{1}{s}, D_{20} = \frac{3}{8s^4}, D_{21} = \frac{3-4c^2}{4s^2}, D_{30} = \frac{13-4c^2}{64s^7}, D_{31} = \frac{9-10c^2-2c^2}{16s^5}$$

$$D_{32} = \frac{31-40c^4}{64s^5}, D_{33} = -\frac{2-c^2-4c^4}{64s^5c^4}, D_{34} = -\frac{1-4c^2+2c^4}{8s^3c^2}$$

$$E_{20} = \frac{(1+2c^2)c}{4s^3}, E_{21} = -\frac{1-2c^2}{2sc}, E_{30} = \frac{3(1+c^6)}{64s^6}, E_{31} = \frac{5+8c^2-16c^4}{64s^4}, E_{32} = \frac{3(2-9c^2-8c^6+24c^8)}{64s^4c^4}$$

$$\sigma_{00}^2 = gk \tanh(kh), C_{20} = \frac{9-8c^2+8c^4}{16s^4}, C_{21} = -\frac{1-8c^2+8c^4}{8s^2c^2}, R_{20} = \frac{1}{4s^2}$$

ここに、 $\delta = \epsilon E_{10} k$, $\theta_I = kx - \sigma t$, $\theta_R = -kx - \sigma t$, $\sigma = (\sigma_I + \sigma_R)/2$, $s = \sinh(kh)$, $c = \cosh(kh)$, ϵE_{10} は一次の入射波の振幅である。

上式において、 $\lambda = 0$ とすると、 η は Skjelbreia の進行波の解に完全に一致し、 ϕ は ϕ_i において Skjelbreia のものと一致する。これは、本研究において、最初に ϕ を σ/k で無次元化しなかったために生じた結果である。

Goda・Abe の解と比較すると、 η の表示式において、彼らは δ^3 と $\delta^3 \lambda^2$ のオーダーに $\cos \theta_I$ の項を、 $\delta^3 \lambda$, $(\delta \lambda)^3$ のオーダーに $\cos \theta_R$ の項を考慮しているが、式(30)にはそれらは存在しない。一方、 ϕ の表示式では、式(29)には δ^3 , $\delta^3 \lambda^2$ のオーダーに $\sin \theta_I$ の項や、 $\delta^3 \lambda$, $(\delta \lambda)^3$ のオーダーに $\sin \theta_R$ の項が存在するが、彼らの表示式ではこれらは考慮されていない。また、 δ^2 や $(\delta \lambda)^2$ のオーダーの ϕ の表示式において、彼らが考慮した時間に比例する項が、本研究の表示式ではベルヌイ定数に変化している。

さて、実験値に対応した理論解に基づく計算値を得るために、式(29)~(33)の中の k を実験において計測された波長 L から算出し、 δ と λ を腹と節における計測波高と計算波高が一致するように繰り返し計算によって定めた。

4 結果および考察

4.1 水面波形

図-2 は、腹の位置における水面の時間波形 η を示したものであり、縦軸は η/L (L : 波長), 横軸は t/T (T : 周期) である。図中、○印は実験値、破線、一点鎖線および実線はそれぞれ一次、二次、三次近似解を示している。実験値と計算値を比

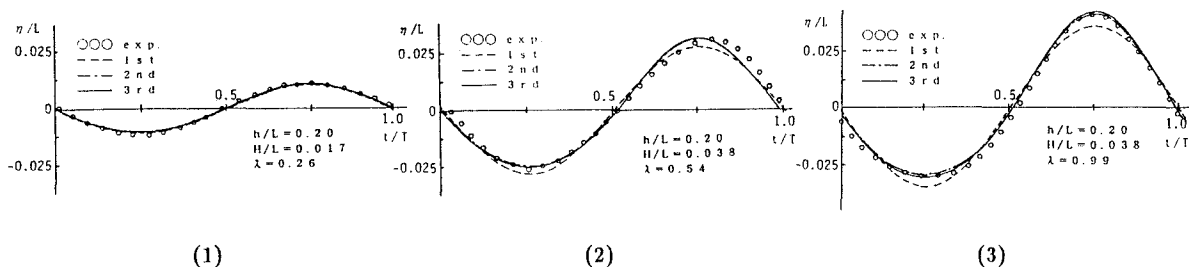


図-2 腹における水面の時間波形

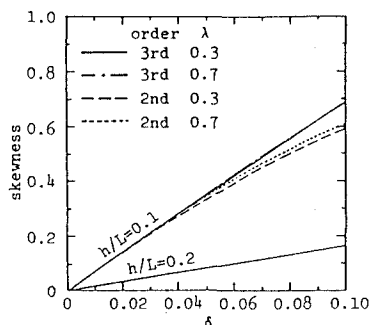


図-3 腹の水面波形の skewness

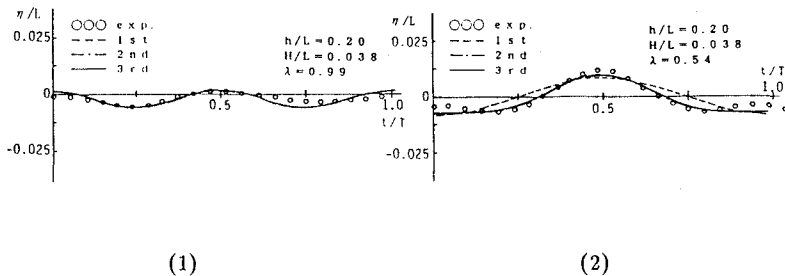


図-4 節における水面の時間波形

較すると、 $h/L = 0.2$, $H/L = 0.017$, $\lambda = 0.26$ の条件では一次近似解が、 $h/L = 0.1 \sim 0.2$, $H/L = 0.017 \sim 0.035$, $\lambda \leq 0.6$ の範囲では二次あるいは三次近似解が、 $h/L = 0.2$, $H/L = 0.035 \sim 0.047$, $\lambda > 0.6$ の範囲では三次近似解が実験値とよく一致した。波形をみると、近似の次数が上がるほど波の峰は尖鋭化し、谷は平坦化する。これを定量的に表すために、理論解から計算した skewness を図-3 に示す。波形勾配に相当する δ や h/L が增大するほど skewness は増大する。また、 $h/L = 0.2$ の場合には二次と三次近似解の間に差異はほとんどないが、 $h/L = 0.1$ の場合には二次よりも三次近似解の方が skewness は大きな値になる。一方、 λ の効果は skewness にはほとんど現れていない。また、一次近似解の skewness は 0 である。

図-4 は、節の位置における水面の時間波形を示したものである。 $\lambda \geq 0.86$ の場合、 $h/L = 0.10$ では $H/L \geq 0.01$ に、 $h/L = 0.15$ では $H/L \geq 0.02$ に、 $h/L = 0.20$ では $H/L \geq 0.03$ に同図(1)に示すような 2 倍周波数成分の卓越した波形が現れた。これは、二次や三次近似解によってよく表現されている。一方、同図(2)に示すように、 $\lambda = 0.3$ と 0.5 程度の場合には、 H/L や λ が大きいほど尖鋭化した波峰と平坦化した波谷が認められ、上下の非対称性が現れるようになる。

図-5 は、平均水位 $\bar{\eta}$ の空間変動を示したものであり、縦軸が $\bar{\eta}/L$ 、横軸が x/L である。部分重複波では、重複波の場合と同様に、腹の位置で wave set-up が、節の位置で wave set-down が生じる。静水位からのその変位量は λ が增大するほど大きくなる。これは、二次や三次近似解によってよく予測されるものである。

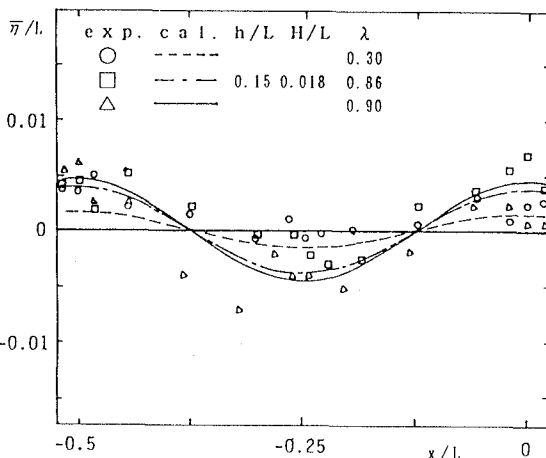


図-5 平均水位の空間分布

4.2 部分重複波の腹の位置における水粒子速度

(1) 水平方向水粒子速度

図-6 は、腹の $z/h = -0.375$ の位置における水平方向水粒子速度 u の無次元時間波形 u/c ($c = \sigma_{00}/k$) を、横軸に t/T をとって示したものである。同図(1)と(2)の比較すると、 $h/L = 0.1$ の同図(2)の方が $h/L = 0.2$ の同図(1)よりも、振幅は大きくなり、かつ波の峰は尖鋭化し、谷は平坦化している。この傾向は、二次や三次近似解によってよく表現されている。同図(1)と(3)を比較して H/L の効果を調べると、 H/L によって振幅に差はあるものの、両者ともほぼ正弦波形を示している。このことから、 $h/L = 0.2$ の場合には $H/L < 0.05$ 程度では非線形な波形は現れないことが推察される。ところで、同図(3)

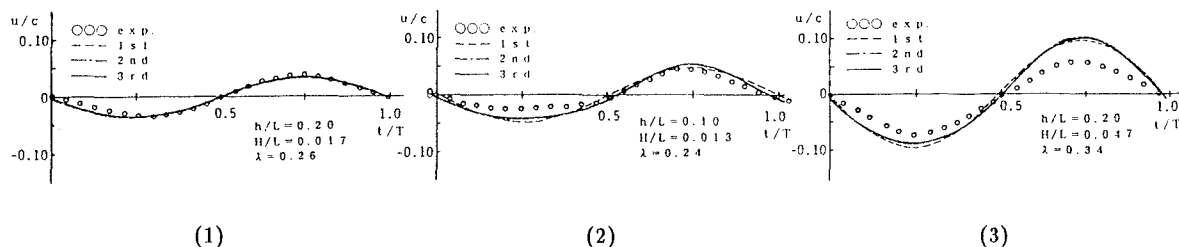


図-6 腹における水平方向水粒子速度の時間波形

では計算値の振幅が実験値よりもかなり大きい。しかし、 $z/h = -0.5, -0.75$ の位置においては、一次近似解でも実験値をよく表現していたので、この差異については今後検討する必要がある。また、 $\lambda > 0.9$ の場合には、実験結果において振幅は非常に小さいものの2倍周波数成分の卓越した時間波形が現れたが、理論解では現れなかった。

さて、本実験の範囲では、図-6に示したように実験結果は一次から三次近似解によって予測可能であったので、理論解を使用して腹の位置における水平方向水粒子速度の時間波形に現れる非線形効果を *skewness* を用いて調べてみる。図-7は、 $z/h = -0.5$ の位置の *skewness* を示したものである。波形勾配に相当する δ や λ が増大するほど、 h/L が小さいものほど、*skewness* は増大する。また、 $h/L = 0.2$ の場合には二次と三次近似解のものはほぼ一致しているが、 $h/L = 0.1$ の場合には $\delta > 0.04$ において二次よりも三次近似解のものの方が大きな値となり、その差は δ や λ が増大するほど大きくなる。これらのことから、腹の位置における水平方向水粒子速度の時間波形では、波形勾配や反射率が大きいほど、相対水深が小さいほど、上下の非対称性が現れ、二次よりも三次近似解の方がその傾向が強くなることがわかる。

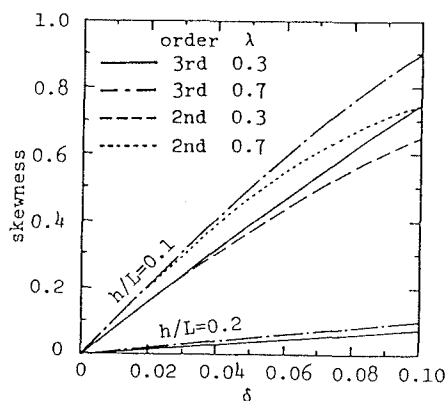


図-7 腹の位置の水平方向水粒子速度の *skewness*

(2) 鉛直方向水粒子速度

図-8は、腹の $z/h = -0.375$ の位置における鉛直方向水粒子速度 w の時間波形を示したものである。 w についても、 u と同様に h/L が小さいほど、また H/L や λ が大きいほど、波形に非線形効果が現れるようになる。しかし、その非線形効果は、 u の場合とは異なり、波形の極大・極小値が *zero down cross* 点近くに出現するというような波形の前傾化として現れる。この傾向は二次や三次近似解によってよく表現されている。

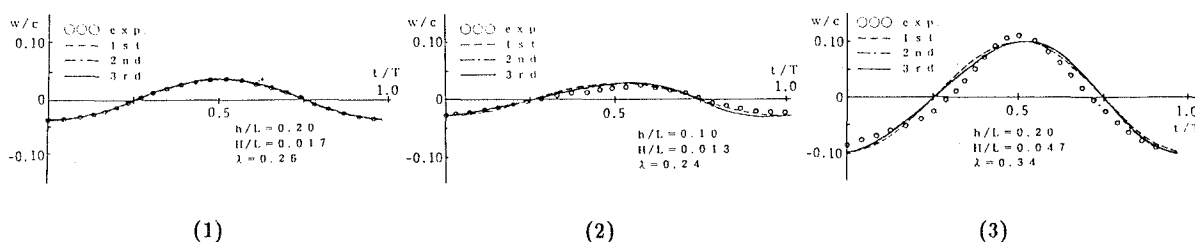


図-8 腹における鉛直方向水粒子速度の時間波形

4.3 部分重複波の節の位置における水粒子速度

(1) 水平方向水粒子速度

図-9は、節の $z/h = -0.125$ の位置における水平方向水粒子速度 u の時間波形を示したものである。節の位置における u は、 h/L や λ が小さいほど、また H/L が大きいほど、上下の非対称性が現れる。ここで、注目すべきことは、腹では λ が大きいほど、一方節では λ が小さいほど、波形に現れる非線形性が強くなるということである。つまり、 λ が u の波形に及ぼす非線形効果は、腹と節の位置では逆になっている。また、上下の非対称性の強さは、実験の範囲では、腹の u の方が節の u よりも強いことが図-6と図-9の比較からわかる。

(2) 鉛直方向水粒子速度

図-10は、節の $z/h = -0.125$ の位置における鉛直方向水粒子速度 w の時間波形を示したものである。節の位置において

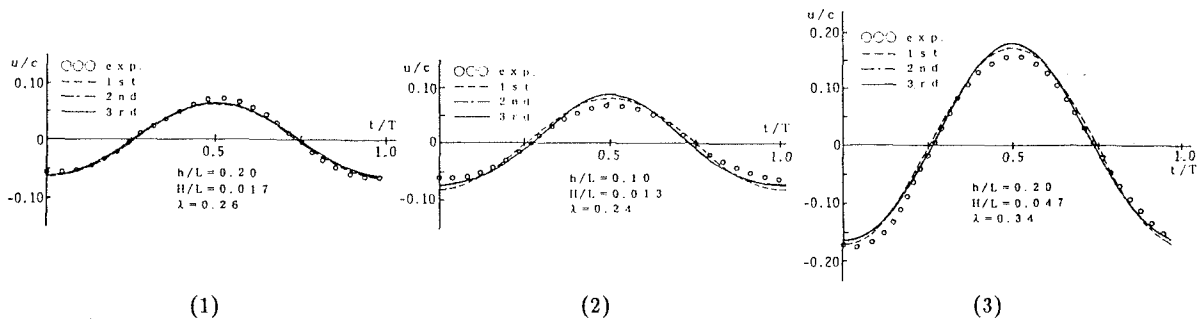


図-9 節における水平方向水粒子速度の時間波形

も腹の位置と同様に、 h/L が小さく、また H/L や λ が大きいほど波形の前傾化が認められる。実験値と計算値を比較してみると、 H/L が大きな同図(1)では、実験値は波形の前傾化に加えて波谷において平坦化が生じ、このため波峰付近は二次や三次近似解とよく一致するものの、波谷付近は一次近似解と一致しているように見える。一方、同図(2)では、 $h/L = 0.2$ に対して H/L が小さいために実験値は一次から三次近似解とよく一致している。

また、 λ が 0.8 以上になると、同図(3)に示すような 2 倍周波数成分の卓越した波形が現れた。このような波形は、 $h/L = 0.10$ の場合には $H/L \geq 0.01$ 、 $h/L = 0.15$ の場合には $H/L \geq 0.02$ 、 $h/L = 0.20$ の場合には $H/L \geq 0.04$ の範囲において認められた。4.1 で述べたように、2 倍周波数成分の卓越した波形は、節の位置における η にも見られた。しかし、 η と w における非線形性は、 η においては波形の上下の非対称性、また w においては波形の前傾化として現れるので、両者における 2 倍周波数成分の卓越した波形の出現過程は異なるものと考えられる。

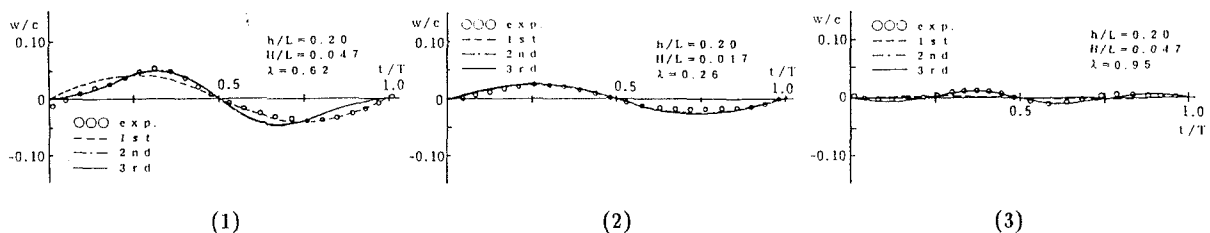


図-10 節における鉛直方向水粒子速度の時間波形

5 おわりに

本研究によって得られた主要な結論を以下に要約する。

- (1) 周波数変調を考慮した部分重複波の三次近似理論を新たに誘導した。
- (2) 水深波長比が小さいほど、また波形勾配が大きいほど、水面や水粒子速度の時間波形に非線形性が現れる。非線形の効果は、水面や水平方向水粒子速度に関しては波峰の尖鋭化と波谷の平坦化として、鉛直方向水粒子速度に関しては、波形の前傾化として現れる。
- (3) 反射率が 0.8 以上になると、節の位置における水面や鉛直方向水粒子速度は 2 倍周波数成分の卓越した時間波形を示すようになる。また、節における水平方向水粒子速度を除いた水面や水粒子速度の時間波形は、腹や節によらず反射率が増大するほど非線形になる。
- (4) 水理実験の範囲では、非線形性の強い波の流速場の予測には、二次ないし三次近似理論が必要かつ妥当であった。
- (5) 二次および三次近似理論で予測される平均水位の空間分布は、水理実験結果とよく一致した。

参考文献

- 1) Goda, Y.・Y. Abe : Apparent Coefficient of Partial Reflection of Finite Amplitude Waves, Rep. Port and Harbour Res. Inst. , Vol. 7, No. 3, pp. 2-58, 1968.
- 2) Tadjbakhsh, I.・J. B. Keller : Standing Surface Wave of Finite Amplitude, J. Fluid Mech. ,Vol. 18, pp. 442-451, 1960.
- 3) Skjelbreia, L. : Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Tables of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959.