

ベッセル・ホーン型反射堤の集波特性

八千代エンジニアリング株式会社	正会員	金谷 安洋
徳島大学大学院	学生員	川村 正司
徳島大学工学部	正会員	中野 晋
同 上	同 上	三井 宏

1. 研究の目的

徳島県南部の紀伊水道に面する地域に、図-1 に示す津波防波堤が計画されたが、湾内の水質悪化が心配される。現在、図中のB地点には海方向へのみ開くフラップ・ゲートがあり、降雨や農業排水の流入による沼の水位上昇を防いでいる。A地点は岩礁海岸であるが、導水路を掘削して海側開口部に集波装置と潜堤を設置し、干満差と越波を利用して積極的に海水を導入すれば、沼内で海水は一方通行となって、沼と津波防波堤内部の水域の海水交流が促進できるものと考えられる。集波装置としては、これまでにフレネル・レンズ状の潜堤¹⁾、凸レンズ型没水平板²⁾、V字型の切れ込みを持つ越波堤³⁾、サーフィン用のV字型反射堤⁴⁾などが研究されている。著者らは、施工経験が豊富であり、形状も単純であるV字型反射堤の集波特性をまず明らかにするため、線形散乱波理論により解析し、図-2 の結果⁵⁾を得ている。横軸は入射波長に対する相対反射堤長であり、縦軸は入射波高に対する隅角点での相対波高である。この結果によれば、いずれの開角度においても、反射堤長を長くして行くと、堤端からの散乱波の作用により隅角点波高は極大となる。また、好都合なことには、反射堤長が短くてすむ第1次極大波高の値が最大であることが分かる。さらに、この結果を利用して導水路に波を導き、水路内の共振位置に設置した潜堤における越波量を模型実験⁶⁾により明らかにした。

図-2 において、反射堤長を第1次極大波高発生堤長より長くしても、隅角点波高が大きくなる原因は、冲向きの反射波が存在するためであることがこれまでの研究で判明した。本研究では、集波性能の改善を目的として、音響学においてベッセル・ホーンと称されるものの中で、特に放物線型およびエクスポネンシャル型の集波特性を実験により検討する。

2. ベッセル・ホーン の定義

断面積が断面の位置とともに、しだいに変化するような音の管をホーンという。ここでは、図-3 のように、水路延長方向にしだいに間隔が変化する反射壁を考える。水深は一樣とし、水路中心線に x 軸をとり、任意の位置 x での反射壁間隔を b 、 x 方向の水粒子速度を u 、水深を h 、水位を η として、音響学⁷⁾にならない、次のように長波として解析する。 x と $x + \Delta x$ の間の微小区間内に単位時間内に流れ込む水の量は、この区間

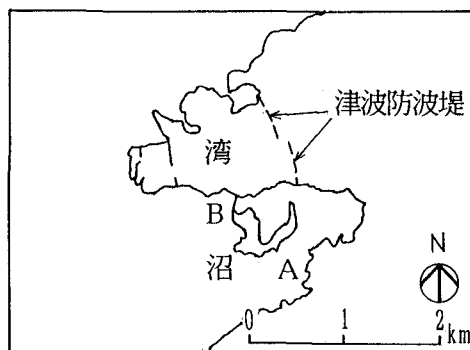


図-1 対象地点

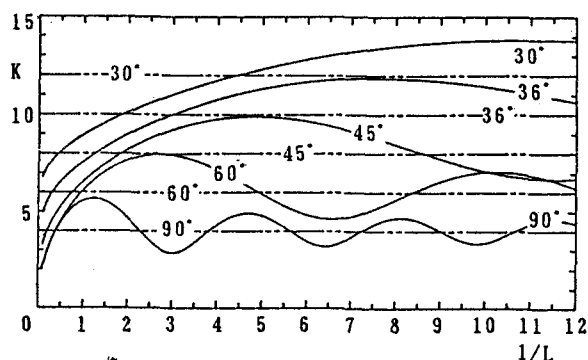


図-2 V字型反射堤の隅角点の波高比
(反射率 1.0)

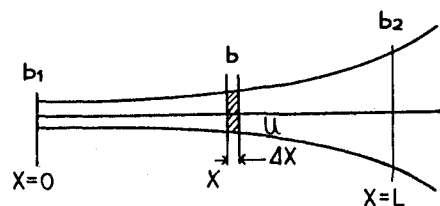


図-3 ホーン

内の水の増加する割合に等しいから、連続の方程式は次式で与えられる。

$$-\frac{\partial \{b(\eta+h)u\}}{\partial x} = \frac{\partial \{b(\eta+h)\}}{\partial t} \quad (1)$$

速度ポテンシャルを Φ として、

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad \frac{\partial(\eta+h)}{\partial x} \approx 0, \quad \eta = \frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \quad C = \sqrt{g(\eta+h)}$$

を上式に代入すると次式に変換される。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{1}{b} \frac{\partial b}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad (2)$$

運動方程式は x, t についての変化が小さいとして無視する。定常解を得るため、

$$\Phi(x, t) = \phi(x) \cdot \exp(i \sigma t)$$

と置き、式(2)に代入し、波数 $k = \sigma/C$ を用いて次式の形に変形する。

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{1}{b} \frac{db}{dx} \frac{d\phi}{dx} + k^2 \phi = 0 \quad (3)$$

ホーンには一般に断面積が一樣に広がるものが用いられるから、次の形で表すことができる。

$$b = b_1 (1 + \alpha x)^n \quad (4)$$

ここに、 b_1 は $x = 0$ での断面積、 α はホーンの広がりの方角を決める定数、 n は広がりの方角を決める定数である。式(4)の関係を式(3)に代入すれば、次式が得られる。

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{n\alpha}{1+\alpha x} \frac{d\phi}{dx} + k^2 \phi = 0 \quad (5)$$

これはベッセルの方程式の一種で、その解は一般にベッセル関数で与えられるから、式(4)の形で表されるホーンを、一般にベッセル・ホーンと言う。 n の値により、図-4 に示すように水路の形状が定まる。

$n = 0$ のときは $b = b_1$ 、幅が一定の水路である。

$n = 1$ のときは $b = b_1 (1 + \alpha x)$ で、幅が直線的に変化するのでV字型となる。

$n = 2$ のときは $b = b_1 (1 + \alpha x)^2$ で、放物線形状となる。これは平面波が x の負方向に入射してくる場合には、その焦点に波が収束する性質を持っている。

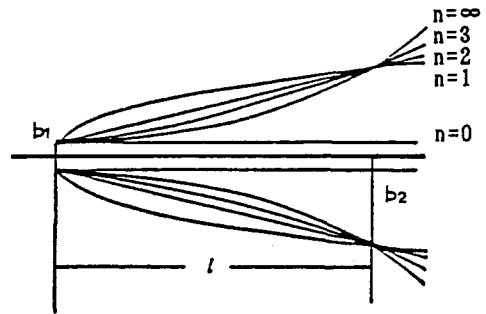


図-4 ベッセル・ホーンの形状

n が 2 より増すにしたがって、ホーンの形状は図-4 のように外側に反った形になり、 $n \rightarrow \infty$ では一定の形に収束する。

いま、 $x = \ell$ における幅を b_2 とすると、 $b_2 = b_1 (1 + \alpha \ell)^n$ であるから、

$$\begin{aligned} \alpha &= \{ (b_2/b_1)^{1/n} - 1 \} / \ell \\ &= \frac{1}{\ell} \left[\exp \left\{ \frac{1}{n} \ln \left(\frac{b_2}{b_1} \right) \right\} - 1 \right] \end{aligned} \quad (6)$$

これを式(4)に代入して、 $n \rightarrow \infty$ の極限をとれば次式となる。

$$\begin{aligned} b &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{x}{\ell} \left\{ \exp \left\{ \frac{1}{n} \ln \left(\frac{b_2}{b_1} \right) \right\} - 1 \right\} \right] \\ &= b_1 \exp \frac{x}{\ell} \cdot \ln \left(\frac{b_2}{b_1} \right) = b_1 \cdot \exp (m x) \\ m &= (1/\ell) \ln (b_2/b_1) \end{aligned} \quad (7)$$

すなわち、 $n \rightarrow \infty$ では幅が指数関数的に変化するので、エクスポネンシャル・ホーンと言う。この場合、イン

ピーダンス密度 p/u は周波数だけに係し、位置 x に無係になる。また、 p/u の実部（放射抵抗密度）が実数でなければならないことから、遮断周波数 f_c が存在し、波源が水路中であって波が x の正方向に進に進行する場合、周期 T が $4\pi/(m\sqrt{g(\eta+h)})$ より大きくなると、水路内において波は伝達しない。

3. 実験結果の考察

3.1 導流路内の波高比と反射率

長さ 30m、幅 15m の平面水槽において、水平部水深を 30cm とし、入射波の周期は $T = 0.90\text{sec}$ 、すなわち波長は $L = 117.0\text{cm}$ の 1 種類を採用した。入射波高は、深海波形勾配が $H_0/L_0 = 0.010, 0.015, 0.020, 0.025, 0.030, 0.035, 0.040, 0.045$ となる 8 種類を用いた。実験模型の形状は 図-5 に示すような、焦点が反射堤と導流路の取付部に位置する放物線型の No. 1、焦点が導流路内に位置する放物線型の No. 2、反射堤先端開角度を 45° にとったエクスポネンシャル型の No. 3 の 3 種類で、いずれも開口比 b_1/b は 3.68, 4.60, 5.32, 5.89, 6.49 の 5 種類である。

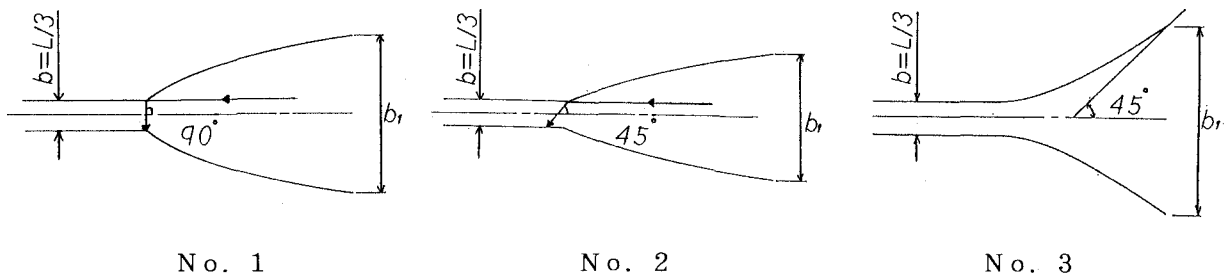


図-5 模型の平面形状

反射堤先端の間隔 b_1 に入射する波のエネルギーは、幅 b の導流路にすべて進入すると仮定すれば、導流路内での波高増幅率 K_A はグリーンの法則により、次式のように表される。

$$K_A = \sqrt{b_1/b} \quad (8)$$

導流路内波高増幅率 K および反射堤前面中央部の反射率 K_R の実験結果を、開口比 b_1/b ごとに深海波勾配 H_0/L_0 を横軸にとって、図-6～11 に示す。図中に記入した横軸に平行な実線は式(8)により算出された K_A の値であり、黒塗りのマークは導流路内部で碎波が生じた実験値であることを示す。これらの図によれば、模型 No. 2, No. 1, No. 3 の順に K の値は大きく、 b_1/b が大きいほどこの傾向は大きいようである。また、すべての b_1/b において模型 No. 1 と No. 2 の K は似たような値になっており、 $H_0/L_0 = 0.035$ 以上ではほとんど一致している。模型 No. 3 では H_0/L_0 , b_1/b が変化しても、実験値はほぼ $K = 1.5$ の一定値となっている。また一般に、 H_0/L_0 が大きいほど波は不安定になり、 K は小さくなるように思えるが、この傾向は小さい。また、 $H_0/L_0 = 0.045$ の時に導流路内で碎波が起きているので、波高は減少するように思えるが、どの模型も極端には K は減少していない。

一般に H_0/L_0 が増大し、 b_1/b が小さくなると反射率 K_R は減少する傾向を示す筈であるが、このような K_R の変化傾向は認められず、 $b_1/b = 6.49$ のケースを除いて K_R の値の大部分は 20～40% になるようである。反射率 K_R の実験結果は精度が悪く、実験データは非常に散らばっているが、この一つの原因として反射堤前面中心軸上の一点で反射率を代表させたことが考えられる。

上述のように H_0/L_0 の変化の影響は小さいと思われるので、導流路内波高比 K の実験結果を開口比 b_1/b を横軸にとって、図-12 に一括して示す。図中に記入した右上がりの直線は式(8)により算出した K_A である。この図によれば、模型 No. 1, No. 2 では b_1/b が増加すると K は理論値に平行な値で増加しているが、模型 No. 3 では b_1/b が増加しても K はほとんど変化せず、 $b_1/b = 6.49$ の場合には他の K 値よりもかなり小さくなっている。この原因は、多重反射により生じる沖方向への反射波のエネルギーが、無視できないほどの大きさをもつことによるものと思われる。全体的に集波特性は模型 No. 2 が最も良い。この形状は他に

比べて反射堤の開角度が小さく、相対堤長が長い。これは、著者⁵⁾らによる V 字型反射堤の導流路内波高増幅率は、反射堤の開角度が小さく、実験範囲内では相対堤長が長いほど大きくなるという理論に一致している。

以上の導流路内波高増幅率 K の実験結果を V 字型反射堤の実験結果⁵⁾と比較して 図-13 に示す。なお、V 字型反射堤の実験結果は $H_0/L_0 = 0.022$ に対するものであるから、本実験データは $H_0/L_0 = 0.020$ および 0.025 に対するものを採用している。この図によると、 K の値は模型 No. 2 が最も大きく、次に模型 No. 1 および V 字型反射堤、最も小さいのは模型 No. 3 である。詳細にみると、開角度 $\mu = 90^\circ$ の V 字型反射堤の場合、 b_1/b が大きくなると K は極端に小さくなっているが、この原因は反射波のエネルギーが大きくなるためと思われる、これを除けば V 字型反射堤の K は模型 No. 1 とほぼ同様の値となっている。放物線型反射堤は波が焦点に集まる特性を持っているが、模型 No. 1 では焦点が反射堤と導流路の取付部にあつて再反射をするためか、V 字型反射堤と大差がない結果になっている。模型 No. 2 は焦点が導流路内にあつて再反射が少なくなったため、最も大きい増幅率が得られたものと考えられる。

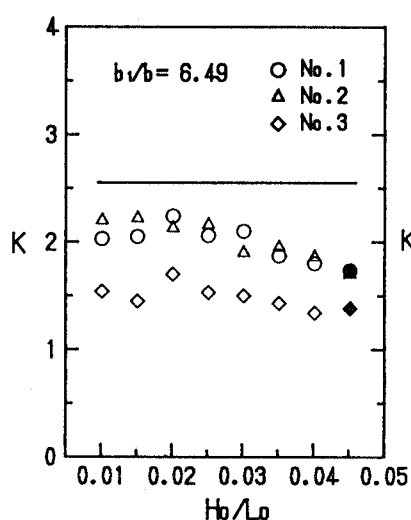


図-6 波高増幅率と波形勾配

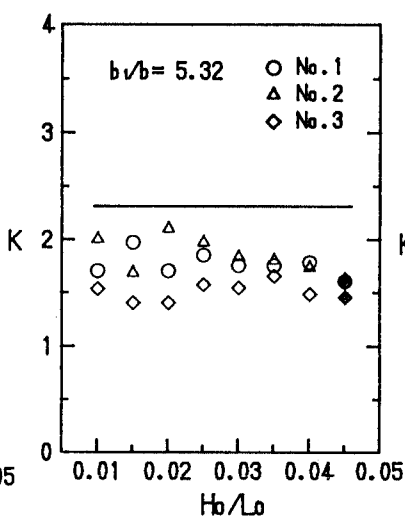


図-7 波高増幅率と波形勾配

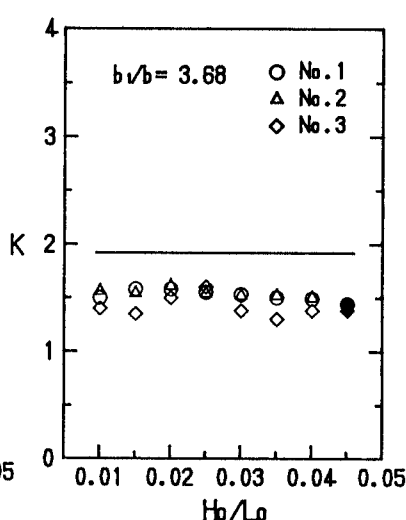


図-8 波高増幅率と波形勾配

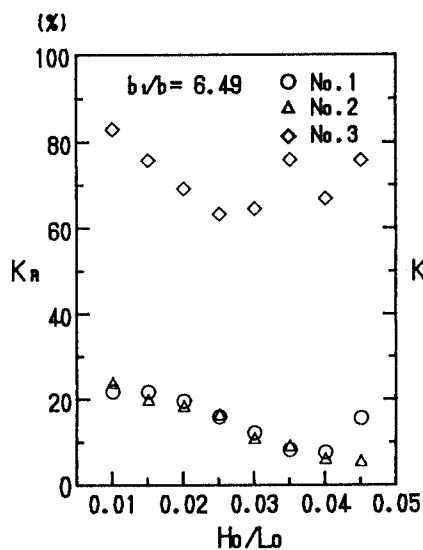


図-9 反射率と波形勾配

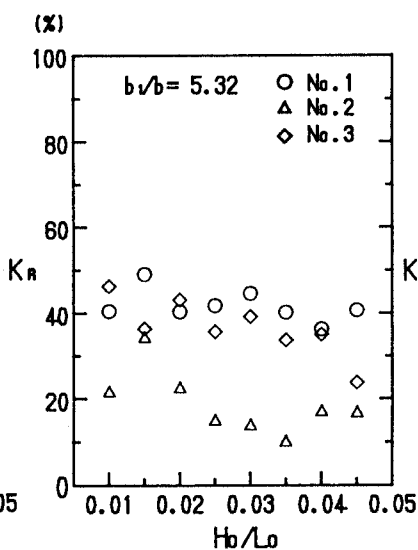


図-10 反射率と波形勾配

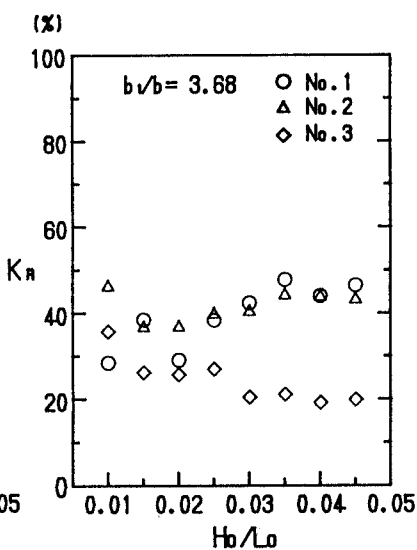


図-11 反射率と波形勾配

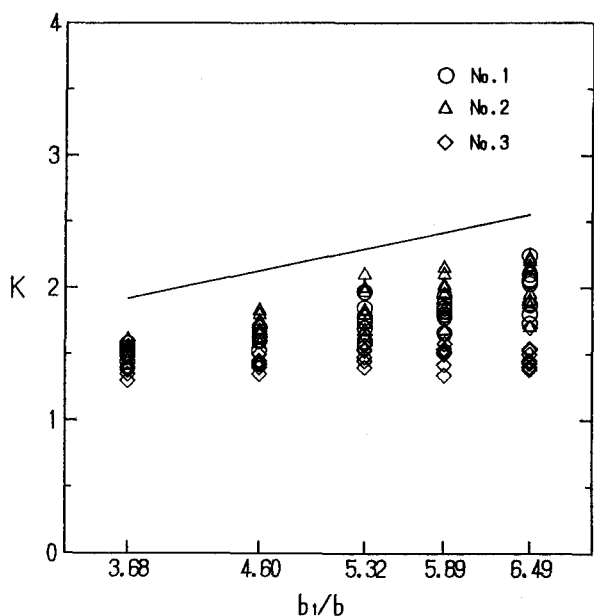


図-1 2 開口比と波高増幅率

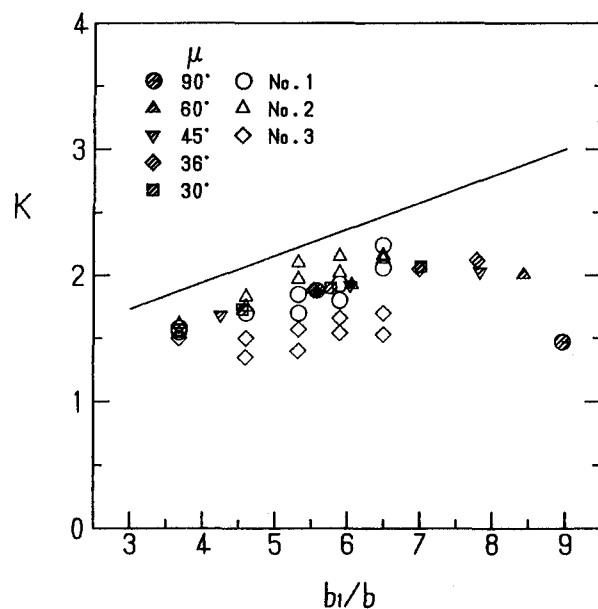


図-1 3 開口比と波高増幅率

3. 2 波の損失エネルギー

先端間隔 b_1 の反射堤に入射する波のエネルギーから反射波のエネルギーを差し引いたものが、幅 b の導流路内の波のエネルギーに等しいものとする、次式が成立する。

$$b_1 (H_1^2 - K_R^2 H_1^2) = b H^2 \quad (9)$$

ここに、 K_R は反射堤開口部の反射率、 H_1 は入射波高、 H は導流路内波高である。式(8)を式(9)に代入すると、 K_R と K/K_A との関係は次式のようになる。

$$(K/K_A)^2 + K_R^2 = 1 \quad (10)$$

縦軸に K/K_A 、横軸に K_R をとれば、上の式は原点を中心とする円になる。前述のように H_0/L_0 の変化の

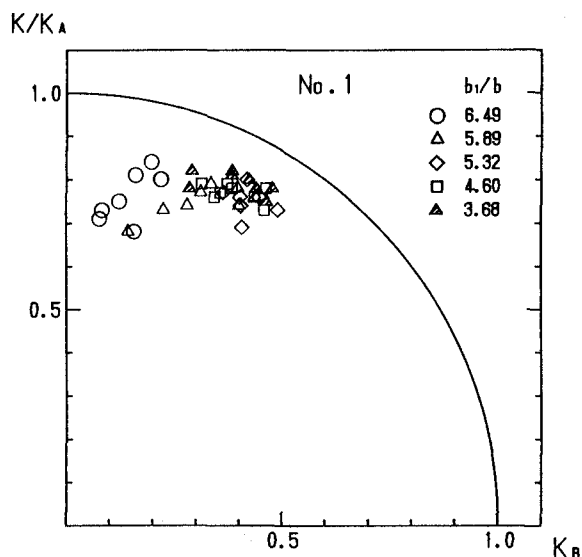


図-1 4 放物線型 (焦点位置導流路開口点)

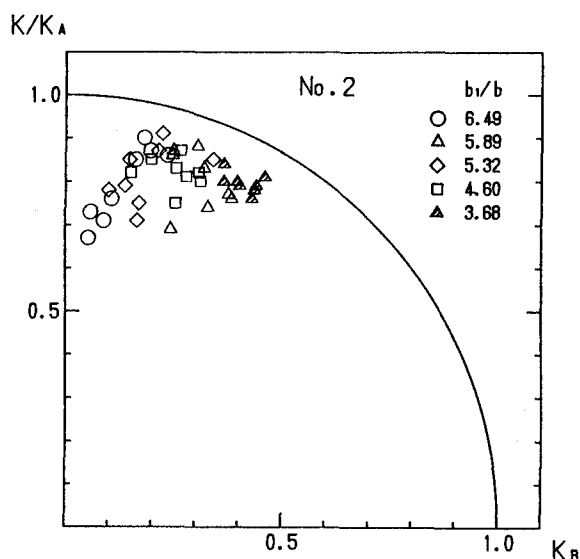


図-1 5 放物線型 (焦点位置流導路内部)

影響は小さいと思われるので、模型形状ごとに実験結果を 図-14~16 に示す。図中の円弧は式(10)により算出された理論値であり、エネルギー損失がない場合である。これらの図によれば、模型 No. 1, No. 2 では b_1/b が大きくなるほど反射率は小さくなり、エネルギー損失も大きくなっている。この原因としては、 b_1/b が大きいほど波高増幅率が大きくなり、したがって、波形勾配も大きくなって波の不安定が増し、エネルギー損失が大きくなることが考えられる。波高増幅率は、前述のように模型 No. 1 よりも模型 No. 2 の方が大きくなる傾向が現れている。模型 No. 3 では上述とは逆に、 b_1/b が大きいほど反射率は大きくなっている。この原因としては、模型 No. 3 では b_1/b が大きくなるほど反射堤先端開角度が大きくなるので、反射堤先端部に入射した波がすべて反射することが考えられる。また、 $b_1/b = 6.49$ の場合を除き、模型 No. 3 のエネルギー損失が最も大きい。これは、反射率を反射堤前面中心軸上で測定しているために過小な反射率になったものと思われる。反射堤前面の反射波高分布を測定して真の反射率を求めると、もっとエネルギー損失は小さくなるものと思われる。

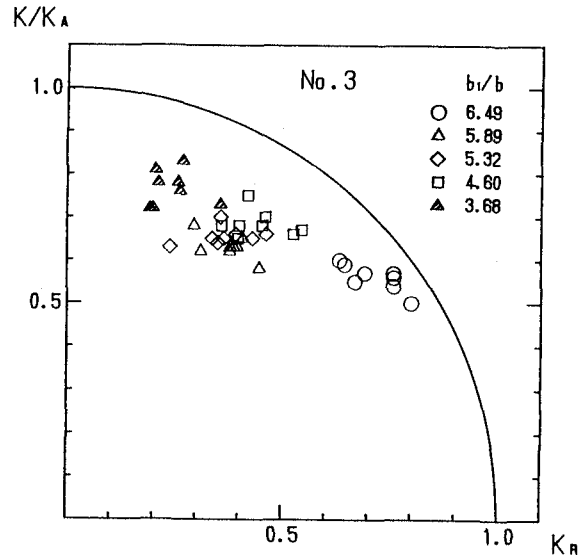


図-16 エクスポネンシャル・ホーン

4. 結言

(1) 放物線型反射堤の No. 1 および No. 2 においては、波高増幅率 K は開口比 b_1/b が大きいほど大きくなる傾向があり、また沖波波形勾配 H_0/L_0 が 0.035 以上になっても K は小さくならず、ほぼ一定の値となっている。エクスポネンシャル・ホーン型反射堤の模型 No. 3 では、 b_1/b , H_0/L_0 が変化しても、 $K = 1.5$ のほぼ一定値となる。一般に H_0/L_0 が大きいほど波は不安定になり、 K は小さくなるように思えるが、どの模型形状でもこの傾向は小さい。

(2) 一般に H_0/L_0 が大きいほど、また b_1/b が小さいほど、反射率 K_R は小さくなる傾向を示すが、このような K_R の変化傾向はどの模型形状においても認められず、模型 No. 3 における $b_1/b = 6.49$ のケースを除いて、 K_R は 20~40% の値となっている。

(3) 集波効率は模型 No. 2 が最も大きく、次に模型 No. 1 および V 字形反射堤、最も小さいのは模型 No. 3 である。これは、反射堤開口端の開角度が小さく、導流路開口端での冲向きの反射波が少ない順位である。

(4) 模型での波のエネルギー損失は、模型 No. 1, No. 2 では、 b_1/b が大きくなるほど反射率は小さくなり、エネルギー損失も大きくなっている。模型 No. 3 ではこの逆の傾向となっている。

最後にこの研究は文部省科学研究費補助金（一般B）によるものであることを付記し、感謝の意を表する。

参考文献

- 1) Stamnes, J. J., Lovhagen, O., Spjelkavik, B., Mei, C. C., Lo, E., Yue, D. K. P.: Nonlinear focusing of surface waves by a lens-theory and experiment, J. Fluid Mech., vol.135, pp.71-94, 1983
- 2) 今井貫爾・秋山義信・池谷毅：波浪制御技術に関する研究，鹿島建設技術研究所年報35号，pp.154-194, 1987
- 3) 廣瀬学・小森修蔵・関本秀夫：波浪揚水発電構造物の越波量に関する実験的検討，35回土木学会年次学術講演会概要集，2部門，pp.45-46, 1980
- 4) 朝田宏・山岸直人・山下誠也：サーフィン波発生装置，2 回波浪エネルギー利用シンポジウム，pp.191-198, 1987
- 5) 小松英則・中野晋・三井宏：集波用V字型堤の集波特性，14回海洋開発論文集，pp.257-261, 1989
- 6) 川村正司・小松英則・山本敦・中野晋・三井宏：V字状集波堤と潜堤による越波量の増大：海岸工学論文集，36巻，pp.623-627, 1989
- 7) 西巻正朗：電気音響振動学，電気通信学会編，コロナ社，1960