

海洋環境下でのケーブルの自由振動解析について

大同工業大学 正会員 水沢 富作
福井高専 正会員 前島 正彦
大同工業大学 正会員 事口 寿男

1. はじめに

ケーブルは、構造物の支持、物体の位置保持、曳船、設置回収のため、地上構造物や海洋構造物の主要構造要素として、古くから用いられている。Guyed Tower PlatformやTension Leg Platformなどのような深海開発用の大規模なCompliant Platformの係留ケーブルには、自重、浮力、風力、波力、潮流力などの外力が作用し、また次に示すような非線形性状を考慮しなければならない。(1)幾何学的非線形、(2)材料学的非線形、(3)波や潮流による非線形抗力(非保存力問題)、(4)非線形境界条件(接触問題)、(5)Slack状態で示されるケーブル剛性の減少やスナッチ荷重問題、(6)引張りとねじりによるKink問題、また(7)海波の非線形性状などが挙げられる。一般に、深海中で用いられるケーブルの固有周期はかなり大きく、海波の卓越基本周期に近いので、係留ケーブルの破断事故も生じており、海洋ケーブルの振動性状を知ることが設計上重要な問題となっている¹⁾。

Fig. 1には、各種海洋構造物のSway運動の基本周期と水深との関係が示されている²⁾。

単軸応力部材としてのケーブルのつり合い形状は、張力を与えることにより幾何剛性が生じ、また軸方向変位が小さくとも有限変形を考慮する必要がある。したがって、ケーブル問題の解析過程は、初期つり合い形状を求める形状決定問題と、この形状を基に解く動的問題に分けられる。これまでに、空中でのケーブルの自由振動問題は古くから研究され、解析的手法¹⁷⁾、半解析的手法、Lumped Parameter法や有限要素法³⁾などが広く用いられている⁴⁾。しかしながら、海洋中でのケーブルの自由振動問題は、それほど多く研究されていないように思われる。Rambergら¹⁾は、緊張ケーブルと緩係留ケーブルの振動性状を実験的に求め、これをIrvineの方法による値と比較検討している。一方、海洋環境荷重を受けるケーブルの動的な非線形応答解析については、Lumped mass法を用いた中島ら⁵⁾の研究、線形ケーブル要素を用いた吉田らの研究⁶⁾、3節点ケーブル要素を適用した福本らの研究⁷⁾やLoとLeonardらによる4節点要素を用いた研究⁸⁾が挙げられる。

本研究では、高次 Isoparametric要素を用いた海洋ケーブルの自由振動解析について検討を行っている。有限変位弾性理論、Total Lagrangian表現法及び仮想仕事の原理を用いて、ケーブルの3次元運動方程式が導かれている。ひずみと変位の大きさには制限を設けず、またHyper-elastic材料についても考慮されている。潮流による流体抗力は、Morisonの式より求めている。任意の定常荷重を受けるケーブルの初期つり合い形状を求めるために、Viscous Relaxation法⁹⁾を適用している。自由振動問題は、求められた初期つり合い形状を基に、Batheら¹⁸⁾により提案されたSubspace Iteration法を用いて解かれている。本解析手法の精度、有用性を示すため、高次要素の適用における低減積分の効果について述べ、また他の数値解や厳密解との比較検討を行なっている。Fig. 2に示すような潮流や風荷重などの定常荷重を受ける Catenary Anchor Leg Buoy(CALB)やTension Leg Platform(TLP)の振動性状を示す。

2. 式の定式化

始めにケーブルの運動方程式を、3次元有限変位弾性理論より導き、これに基づく高次ケーブル要素モデルの定式化について述べる。式の定式化にあたり、次の解析仮定を設ける。(i)ケーブルの断面は十分小さく、また単軸応力を仮定する。(ii)ケーブルの曲げとねじりの影響は無視する。(iii)ケーブル軸に垂直な平面は、変更後もこの軸に垂直である。(iv)変位とひずみの大きさに

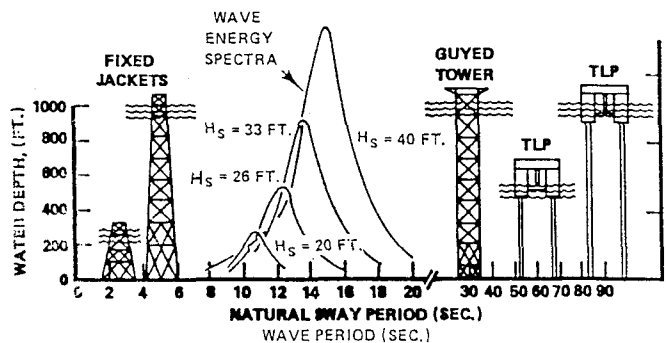


Fig. 1 PLATFORM NATURAL SWAY PERIOD
RELATIVE TO SEA STATE ENERGY

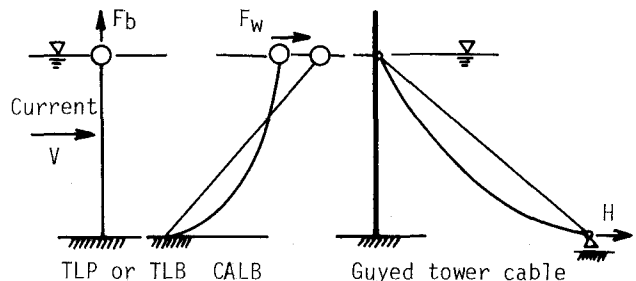


Fig. 2 Mooring systems

は、制限を設けない。(v) 無応力でのケーブルの初期形状を、変形後の形状における応力とひずみの表現に用いる(Total Lagrangian表現)。(vi) 構造減衰の影響は無視する。(vii) 海中の物体は剛体と仮定する。(viii) 曲線座標とテンソル表現を用いて式の定式化を行う。

2.1 変位とひずみ¹¹⁾

Fig. 3に示すように、全体座標系として、基底ベクトル e_1, e_2, e_3 を持つ直交座標系 (X_1, X_2, X_3) を用いる。いま、時刻 t_0 でのケーブル要素の初期形状を C_0 とし、外力の作用により時刻 t での変形後の形状を C とする。また、 C_0 上の任意の点 P_0 が C 上の P に変化するものとする。ケーブルを曲線座標系 (ξ_1, ξ_2, ξ_3) で表せば、 C 上の点 P は、 C_0 上の P_0 の座標と同じ値で表せる。 P_0 と P の位置ベクトルを全体座標系で r と R で表せば、次式で与えられる。 $r = X_i e_i, R = Y_i e_i; i=1,2,3 \dots (1)$ ここで、 X_i と Y_i は、 P_0 と P の座標値を示す。また、 P_0 から P に変形した場合の変位ベクトル u は、次のように与えられる。 $u = u_i e_i \dots (2)$

従って、 $R = r + u \dots (3)$ ここで、 $r = r(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ 、 $R = R(\xi_1, \xi_2, \xi_3, t)$ 、 $u = u(\xi_1, \xi_2, \xi_3, t) \dots (4)$ である。これらの関数は、微分可能であるので、曲線座標に接する、共変基底ベクトルは、 C_0, C 上で、それぞれ次式で定義される。 $g_i = r_{,i} = \partial r / \partial \xi^i$ 、 $G_i = R_{,i} = \partial R / \partial \xi^i \dots (5)$ したがって、 $dr = d\xi^i g_i$ 、 $dR = d\xi^i G_i \dots (6)$ であるので、 ds_0 と ds を、 dr と dR の大きさであると定義すると、 $ds_0^2 = dr \cdot dr = g_{ij} d\xi^i d\xi^j$ 、 $ds^2 = dR \cdot dR = G_{ij} d\xi^i d\xi^j \dots (7)$ ただし、 $g_{ij} = g_i \cdot g_j$ 、 $G_{ij} = G_i \cdot G_j \dots (8)$

であり、それぞれ C_0 と C での共変メトリックテンソルをなす。また、ひずみテンソル γ_{ij} は、次式で定義される。 $\gamma_{ij} = (1/2)(G_{ij} - g_{ij}) \dots (9)$ 共変メトリックテンソルより求められる3つのひずみ不変量は、 $I_1 = g^{rs} G_{rs}$ 、 $I_2 = G^{rs} g_{rs}$ 、 $I_3 = G/g$ ； $r, s=1,2,3 \dots (10)$ で与えられる。ここで、 $G = \det |G_{rs}|$ 、 $g = \det |g_{rs}|$ である。 g^{rs} 、 G^{rs} は、反変メトリックテンソルであり、次式で定義される。

$$g^{rs} g_{rt} = \delta_{st}, \quad G^{rs} G_{rt} = \delta_{st}, \quad \text{ただし、} \delta_{st} = \begin{cases} 1 & ; s=t \\ 0 & ; s \neq t \end{cases} \dots (11)$$

2.2 応力とひずみの関係式

応力を定義する場合、一般に2つの表現が用いられている。すなわち、Cauchyの応力テンソル σ^{ij} は、変形後の変位に基づき定義される。一方、Kirchhoffの応力テンソル τ^{ij} は、変形前の形状で定義される。これらの応力テンソル間には、次の関係式が成立する。 $\tau^{ij} = \sqrt{I_3} \sigma^{ij} \dots (12)$

次に、Cauchy応力テンソルとGreenのひずみテンソルを用いて、等方性弾性材料の構成式を示すと、

$$\sigma^{ij} = \{ E \nu / (1 + \nu) / (1 - 2\nu) g^{ij} g^{kl} + E / 2 / (1 + \nu) (g^{ik} g^{jl} + g^{il} g^{jk}) \} \gamma_{kl} \dots (13)$$

で与えられる。ここで、 E はYoung係数、 ν はPoisson比である。この式は、ひずみの大きさが小さい場合に用いられる。次に、Mooney¹²⁾により提案されたHyper-elastic材料の構成式について述べる。すなわち、単位体積当りのひずみエネルギー関数、 W は、 $W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \dots (14)$ で与えられる。ここで、 I_1, I_2 は、ひずみ不変量であり、 C_1 と C_2 は材料定数である。特に $C_2=0$ の場合には、Neo-Hooke材と呼ばれている。さて、次の関係式により、Kirchhoffの応力テンソルが与えられる。

$$\tau^{ij} = (1/2)(\partial W / \partial \gamma_{ij} + \partial W / \partial \gamma_{ji}), \quad \text{または} \quad \tau^{ij} = 2C_1 g^{ij} + 2C_2(I_1 g^{ij} - g^{ir} g^{js} G_{rs}) + 2(\partial W / \partial I_3) G^{ij} \dots (15)$$

2.3 ケーブルの形状、応力とひずみ

C_0 上のケーブル要素の初期形状は、Fig. 4に示すようにケーブル軸と一致した曲線座標で示される。 $r^1 = r^1(\xi_1) \dots (16)$ したがって、ケーブルの任意点は、次式で与えられる。

$$r = r^1(\xi_1) + \xi_2 a_2 + \xi_3 a_3 \dots (17)$$

ここで、 a_2, a_3 は、曲線座標系での単位ベクトルである。よって、共変基底ベクトル g_i は、 $g_i = \partial r / \partial \xi^i = r^1_{,i} + \xi_2 a_{2,i} + \xi_3 a_{3,i} \dots (18)$ で与えられ、またケーブル軸線では、 $\xi_2 = \xi_3 = 0$ より、 $g_i = r^1_{,i} = a_i$ 、 $g_i = a_i; i=2,3 \dots (19)$ で示される。同様に、変形後の形状 C でのケーブル軸線は、 $R^1 = R^1(\xi_1) \dots (20)$ で定義される。したがって、 C 上の点は、 $R = R^1(\xi_1) + \xi_2 A_2 + \xi_3 A_3 \dots (21)$ で与えられる。ここで、 A_2 と A_3 は、垂直ベクトルであるが、必ずしも単位ベクトルとはかぎらない。よって、ケーブル軸線上では、 $G_i = R^1_{,i} = A_i$ 、 $G_i = A_i; i=2,3 \dots (22)$ である。ここで、円形ケーブルの断面のび比を λc とし、次式で定義する。 $\lambda c = D/D_0$ 。ただし、 D_0 と D は、変形前後での直径である。したがって、ケーブル軸線 C_0 と C 上では、 $g_{11} = a_{11}$ 、 $g_{22} = g_{33} = 1$ 、 $g_{ij} = 0 (i \neq j); i, j=1,2,3$ 。また、 $G_{11} = A_{11}$ 、 $G_{22} = G_{33} = \lambda c^2$ 、 $G_{ij} = 0 (i \neq j); i, j=1,2,3 \dots (23)$ となる。単軸応力の仮定より、 τ^{11} のみが存在するので、等方性、線形弾性材料の構成式は次式で与えられる。 $\tau^{11} = E a^{11} a^{11} \gamma_{11}$

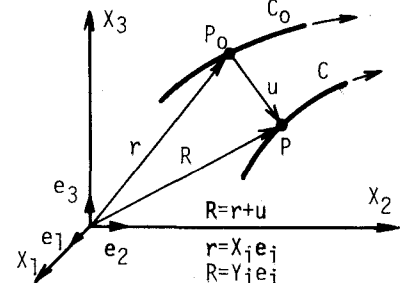


Fig. 3 Undeformed and deformed configuration of cable

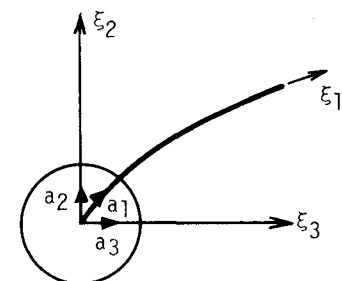


Fig. 4 Curvilinear coordinates of a cable element

...(24) また、Mooney材では、 $\tau^{11} = 2(C_1 + \lambda c^2 C_2)(a^{11} - \lambda c^2 A^{11})$...(25)で与えられる。ただし、 $a^{11} = 1/a_{11}$ 、 $A^{11} = 1/A_{11}$ である。

2. 4 Isoparametric Cable要素モデル

これまでに、多くの研究者によりケーブル問題への種々のIsoparametric要素の適用がなされている。高次の補間式を用いたIsoparametric要素の剛性方程式を仮想仕事の原理より導くと、次式で与えられる。

$$\int_{s_0} \tau^{11} \delta \gamma_{11} A_0 ds_0 + \int_{s_0} \rho_0 A_0 \ddot{u}_i \delta u_i ds_0 - \int_{s_0} \rho_0 A_0 b_{0i} \delta u_i ds_0 - \int_{s_0} t_{0i} \delta u_i ds_0 = 0 \quad \dots(26)$$

ここで、第1項は、内力による仮想仕事を示し、第2項以下は、それぞれ慣性力による仕事、物体力(b_{0i})による仕事及び表面力(t_{0i})による仮想仕事を示す。ただし、 ρ_0 は、密度、 A_0 と s_0 は、 C_0 上でのケーブルの初期断面積と初期長さである。Isoparametric要素モデルでは、座標関数と変位関数に同じ補間関数が用いられる。すなわち、 $u_i(\xi_1) = L^i(\xi_1) u_i^1$ 、 $X_i(\xi_1) = L^i(\xi_1) X_i^1$...(27)で仮定される。ただし、 i は要素の節点数を示す。 $L^i(\xi_1)$ は、補間多項式である。よって、 $a_i = (X_i e_i)_{,1} = L_{,1}^i X_i^1 e_i$ 、 $A_i = [(X_i + u_i)_{,1}]_{,1} = L_{,1}^i (X_i^1 + u_i^1) e_i$ ； $i=1, 2, 3, \dots, N$...(28) したがって、 $a_{11} = a_1 \cdot a_1 = L_{,1}^1 L_{,1}^1 X_1^1 X_1^1$ 、 $A_{11} = A_1 \cdot A_1 = L_{,1}^1 L_{,1}^1 (X_1^1 + u_1^1)(X_1^1 + u_1^1)$ が得られる。また、 $\gamma_{11} = (1/2) L_{,1}^1 L_{,1}^1 (X_1^1 + u_1^1)^2$ + $X_1^1 u_1^1 + u_1^1 u_1^1$...(29)で与えられる。以上の結果より、仮想ひずみ $\delta \gamma_{11}$ 、仮想変位、加速度 δu_i 、 $\ddot{u}_i$ 及び ds_0 は、次式で与えられる。 $\delta \gamma_{11} = L_{,1}^1 L_{,1}^1 (X_1^1 + u_1^1) \delta u_1^1$ 、 $\delta u_i = L^i \delta u_i^1$ 、 $\ddot{u}_i = L^i \ddot{u}_i^1$ 、 $ds_0 = \sqrt{a_{11}} d\xi_1$ 。これらを式(26)に代入すれば、

$$\left\{ \int \tau^{11} L_{,1}^1 L_{,1}^1 (X_1^1 + u_1^1) A_0 \sqrt{a_{11}} d\xi_1 + \int \rho_0 A_0 L^1 L^1 \ddot{u}_1^1 \sqrt{a_{11}} d\xi_1 - \int \rho_0 A_0 b_{01} L^1 \sqrt{a_{11}} d\xi_1 - \int t_{01} L^1 \sqrt{a_{11}} d\xi_1 \right\} \delta u_1^1 = 0.0 \quad \dots(30)$$

が得られる。 δu_1^1 は任意の値であるので、 $\{ \}$ がケーブル要素の運動方程式を与える。また、集中質量や集中バネなども、節点で容易に導入することができる。なお、上式の積分は、Gaussの数値積分法を用いて計算する。

2. 5 ケーブルに作用する流体力

ケーブル要素に作用する流体力は、次式で与えられる。 $F_i^1 = \int f_i L^1 \sqrt{A_{11}} d\xi_1$ ； $i=1, 2, \dots, N$...(31) ただし、 f_i は、変形後のケーブル形状における単位長さ当りの流体力の成分を示す。 N は、節点数である。ここでは、Morisonの一般式¹³⁾を用いて、流体抗力及び流体慣性力を表す。とくに、流体抗力は非保存力であり、ケーブルの変形形状に依存する。この非線形抗力は、ケーブル軸線に垂直方向の成分(垂直抗力) f_n と接線方向の成分(接線抗力) f_t に分けられる。 f_n のみ示すと次のようになる。 $f_n = (1/2) C_{dn} D_0 \rho_w |v - \ddot{u}_n| (v - \ddot{u}_n) + \rho_w A_0 C_m (-u_n)$...(32) ここで、 f_n =ケーブル軸に垂直な単位当りの流体力ベクトル、 C_{dn} =垂直抗力係数、 D_0 =ケーブル直径、 A_0 =ケーブルの断面積、 ρ_w =流体の密度、 v は一様な潮流速度、 C_m =付加質量係数、 u_n と $\ddot{u}_n$ =ケーブル軸に垂直なケーブルの速度及び加速度ベクトルである。ただし、 $f_n = f_{ni} e_i$ ； $i=1, 2, 3$ で表され、 f_{ni} は、全体座標系での垂直成分である。

したがって、式(31)及び(32)より得られる非線形運動方程式を、マトリックス表示すると次式のようなになる。 $[M_0 + M] \{\ddot{u}\} + [K_t] \{u\} = \{f\}$...(33) ここで、 $[M_0]$ は、式(32)の第2項より与えられる流体による付加質量マトリックスであり、 $[M]$ はケーブル及び浮体の質量マトリックスである。 $[K_t]$ は接線剛性マトリックスであり、 $\{f\}$ は外力ベクトルである。 $\{\ddot{u}\}$ と $\{u\}$ は、それぞれ加速度ベクトルと変位ベクトルである。

ここで、固有値解析を行うにあたり、式(33)で質量項をはずした定常荷重を受ける初期つり合い形状を求める。この問題は、次に述べるViscous Relaxation法により求める。従って、このつり合い形状の非減衰自由振動方程式は、 $([M_0] + [M]) \{\ddot{u}\} + [K_t] \{u\} = 0$ で与えられる。

したがって、Subspace Iteration法を用いて固有値計算を行えば、振動数と振動モード形状が得られる。

2. 6 Viscous Relaxation法⁹⁾

ケーブル構造は、初期張力を与えることにより構造の剛性が与えられるので、初期張力の与えられていない初期形状は、数値的に不安定である。幾何学的非線形問題として取り扱われるケーブルの初期つり合い形状を求めるために、これまでに種々の解析手法が提案されてきている^{14, 15)}。最もよく用いられる方法では、初期つり合い形状としてナテナリー解が用いられる。本研究では、任意のケーブルの初期つり合い形状を求めるために、強い非線形問題に有効なViscous Relaxation法を適用する。

この方法は、静的つり合い方程式に仮想的な減衰項を付け加えた方程式をNewton-Raphson法で解く手法である。また、この手法は、準動的解析法の一方法であり、Newton-Raphson法の一般化された方法でもある。いま、Newton-Raphson法に基づき本問題の非線形剛性方程式を増分式で示すと、次式で与えられる。

$\{^k K_t\} \{\Delta u\} = \{^{k+1} P\} - \{^k F\}$...(34) ここで、 $\{^{k+1} P\}$ =外力ベクトル、 $\{^k F\}$ =内力ベクトル、 $k+1$ は $(k+1)$ 次荷重増分ステップを示す。また、 $\{\Delta u\} = \{^{k+1} u\} - \{^k u\}$ である。式(34)に、仮想的な減衰項を付加し、また $k+1$ を $t + \Delta t$ に置き換えると次式が得られる。

$[{}^t C] \{ {}^t \Delta^t \dot{u} \} + [{}^t K_T] \{ \Delta u \} = \{ {}^t \Delta^t P \} - \{ {}^t F \} \dots (35)$ ここで、 $[{}^t C]$ は、仮想減衰マトリックスである。 $\{ {}^t \Delta^t \dot{u} \} = \{ \Delta u \} / \Delta t \dots (36)$ であるので、式(35)は、次のようにも表せる。

$[(1/\Delta t) [{}^t C] + [{}^t K_T]] \{ \Delta u \} = \{ {}^t \Delta^t P \} - \{ {}^t F \} \dots (37)$ ただし、 Δt は仮想時間増分を示す。したがって、式(35)を数値積分法を用いて解けば、減衰項が零になったときに、静的解が求められる。ただし、初期値として任意に仮定された変位が用いられる。さらに、解の収束を加速するために、 $[{}^t C] = C(t) [I]$ とし、減衰係数 $C(t)$ を次式のように各時間ステップで変化させている。

$${}^{t+\Delta t} C = {}^t C + \Delta t \mu {}^t C, \quad {}^{t+\Delta t} \mu = \mu \gamma \sqrt{\Sigma ({}^t u_i - {}^{t-\Delta t} u_i)^2 / \Sigma ({}^t u_i)^2} \dots (38)$$

ここで、 $[I]$ = 単位マトリックスであり、 $\mu, \gamma, {}^0 C$ はそれぞれ任意に仮定される¹⁶⁾。

3. 数値計算例及び考察

本数値計算では、弾性ケーブルの振動性状について示す。また、単位として foot-pound 系を用いている。

始めに、本手法の有用性を示すために、Viscous Relaxation 法によるケーブルの初期つり合い形状解析を行い、解析精度や数値計算上の問題点について検討する。

Table 1 には、Fig. 5 に示すようなサグをもつ水平に張られたケーブルの鉛直変位、 ΔC と支点の水平変位、 ΔR を、6 分割された 3 節点 Isoparametric 要素により計算している。ここで、ケーブル長 $L_0 = 200\text{ft}$ 、単位長さ当りの重量 $W_0 = 1.0\text{ lb/ft}$ 、断面剛性 $EA_0 = 1.0E5\text{ psf}$ を用いている。解に与える積分次数の影響を調べるために、この次数、 n を 2 と 3 にとっている。水平初期張力 $H = P$ の厳密解も示してある。これより、初期張力が小さく、サグが大きくなるケーブル問題では、高次のケーブル要素を用いる場合に、低減積分を考慮する必要がある。Fig. 6 には、初期水平張力を受ける長さ $L_0 = 100\text{ ft}$ の傾斜ケーブルの初期つり合い形状が示してある。これより、サグが大きくなるにつれて、低減積分を考慮しないとケーブルの断面剛性が過大評価されるために異なったつり合い形状が示される。したがって、次に述べるケーブルの振動解析でも、低減積分を考慮する。

さて、これまでに両端固定された単一ケーブルの振動解析については、古くから多くの研究が行われている。しかしながら、Guyed Tower Platform の緩係留ケーブルに見られるような係留支点の移動を考慮した研究は、あまり見られない。一般に、この影響は、サグの大きいケーブルで顕著に生じてくる。

始めに、Isoparametric 要素の精度を調べるために、空中で緊張されたケーブルの振動解析を示す。Table 2 では、12 分割線形要素と 6 分割された 3 節点要素を用いて、水平に張られた初期長さ $L_0 = 120\text{ in}$ のケーブルの 5 次までの円振動数 (rad/sec) を求めている。ここで、水平初期張力、 H を 100 - 10 lbs まで変化させている。また、Irvine¹⁷⁾ により与えられた厳密解との比較も示してある。これより、高次要素を用いれば、高次の振動数まで厳密解と良く一致した結果が示されている。また、両端固定されたサグを持つケーブルについても検討したが、解析解と良く一致した結果が得られた。次に、Fig. 5 に示すような支点移動持つケーブルの振動数に与える水

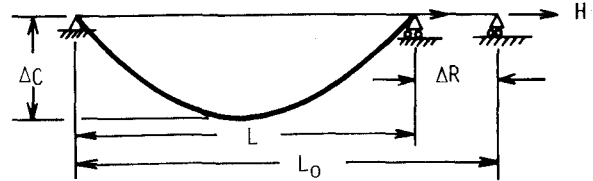


Fig. 5 Initial and final configurations of a suspended cable

Table 1 The effects of reduced integration on equilibriums of a suspended cable subjected to dead weight, $W_0 = 1.0E6\text{ psf}$, $A_0 = 0.1\text{ft}^2$, $W_0 = 1.0\text{ lb/ft}$, $P = 5.7735\text{ lbs}$ and $L_0 = 200\text{ft}$.

Horizontal Force, H (lbs)	ΔC (ft)	ΔR (ft)	L (ft)	Sag ratio $f = \Delta C/L$	Order of integration
20P	4.327	0.0186	200.0	0.0216	n=3
	4.327	0.0186	200.0		n=2
10P	8.594	0.8698	199.1	0.0432	n=3
	8.601	0.8714	199.1		n=2
2P	37.02	18.93	181.1	0.206	n=3
	37.29	19.06	180.9		n=2
P	57.13	47.69	152.3	0.380	n=3
	57.74	47.92	152.1		n=2
	(57.80)	(47.92)	(152.1)		
P/2	73.87	86.76	113.2	0.666	n=3
	75.24	87.08	112.9		n=2
P/4	85.59	123.0	77.00	1.18	n=3
	86.75	124.1	75.90		n=2

() is the exact solution.

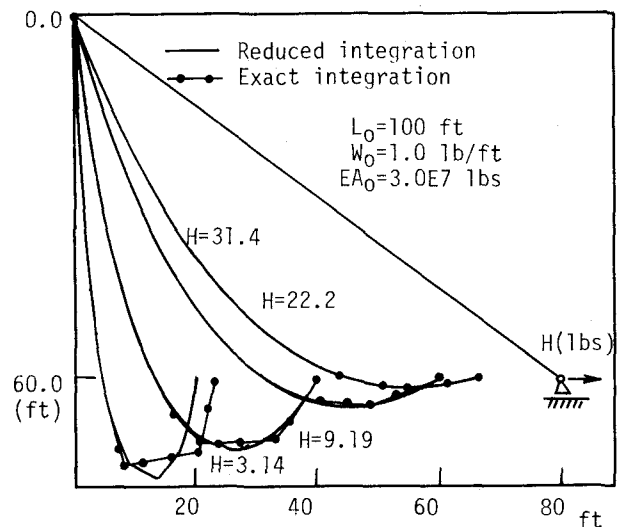


Fig. 6 The effect of the reduced integration on the equilibrium configuration of inclined cable

平張力, H の影響が Table 3 に示されている。ここで, $L_0=200\text{ft}$, $A_0=0.1\text{ft}^2$, $\rho_0=0.03106\text{ lbsec}^2/\text{ft}^4$ を用い, また 3 節点要素で 9 分割されている。これより, 水平張力が大きくサグ比が 0.05 以内であれば, 逆対称モードの振動数が両端固定の値と良く一致した結果が得られている。しかし, 支点移動の面内モードの振動数に与える影響は顕著に見られ, サグが増大すると, 非対称モードにもその影響が生じてくる。また, 両端固定の場合と異なり, 面内一次モードが常に対称モードであり, また Swing モードの振動数よりも小さい値を示す。これは, 面内対称モードがケーブルに付加張力を伴うためと考えられる。

海中ケーブルの振動問題は, 流体の付加質量による慣性力や流体抗力による影響を考慮する必要がある。ガイドケーブルやブイの係留ケーブルは, 一般に緩く係留され, また TLP のように, 緊張係留されるものもある。ここでは, 一様な潮流を受けるこのようなケーブルの面内振動解析を行う。

Table 4 には, Fig. 7 に示すブイ-ケーブル系に一様な潮流が作用したときの 5 次までの振動数が示してある。ただしブイの質量は無視し, またブイは静水面で水平方向のみ移動できるものとする。潮流速度は, $V=1.0\text{ft/sec}$ から 2.5ft/sec まで変化させてる。ケーブルの流体係数として, $C_{dn}=1.5$, $C_{dt}=0.015$, $C_a=1.0$ を用いた。Fig. 8 には, それぞれ潮流速度が 1.0 と 2.5ft/sec の場合の静的つり合い形状に対する 3 次までのモード形状が示されている。これより, ケーブルの振動性状に及ぼす潮流速度の影響が顕著に見られる。一般に, 潮流速度が大きくなるとケーブル張力が増大するので, 振動数が増大している。

Table 5 では, Fig. 9 に示すような浮体の浮力を利用してケーブルにプレストレスを導入した TLP の振動数に与える浮力, F_b と潮流速度の影響が示されている。ただし, 浮体は, 直径, $D=3.0\text{ft}$ の球体とし, その抗力係数 $C_d=0.5$, 付加質量係数 $C_a=0.5$ と仮定する。Fig. 10 は, TLP の 4 次までのモード形状に及ぼす浮力と潮流速度の影響を示す。これより, 振動数に与える浮力の影響は顕著に見られるが, 潮

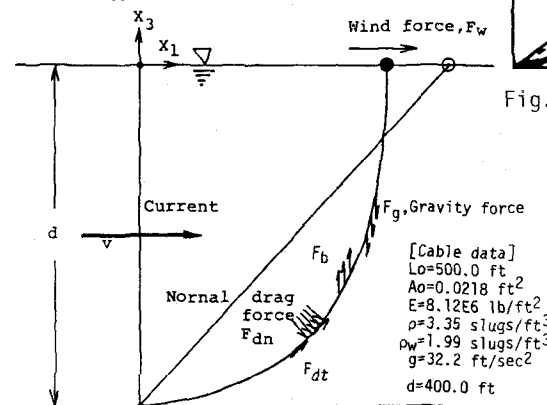


Fig. 7 Buoy-mooring system and coordinates

Table 2 First five natural frequencies(rad/sec) of a stretched cable; $L_0=120\text{ in}$, $E A_0=3.0E7\text{ lbs}$, $\rho=0.00075\text{ lbsec}^2/\text{in}^4$, $A_0=0.1\text{ in}^2$

Tension force, H (lbs)	Modes					Models
	1st	2nd	3rd	4th	5th	
100.0	9.543	19.32	29.41	39.99	51.23	12 linear elements
	9.585	19.14	28.78	38.65	48.91	6 quadratic elements
	9.560	19.12	28.68	38.24	47.80	Exact solution
50.0	6.778	13.67	20.80	28.28	36.23	12 linear elements
	6.741	13.53	20.36	27.32	34.59	6 quadratic elements
	6.760	13.52	20.28	27.03	33.80	Exact solution
20.0	4.287	8.646	13.16	17.89	22.91	12 linear elements
	4.176	8.606	12.85	17.27	21.88	6 quadratic elements
	4.275	8.550	12.83	17.10	21.38	Exact solution
10.0	2.958	5.974	9.223	12.59	16.13	12 linear elements
	3.021	6.139	9.114	12.25	15.48	6 quadratic elements
	3.023	6.046	9.069	12.09	15.11	Exact solution

Table 3 First eight frequencies(rad/sec) of suspended cables subjected to horizontal loads, H at one movable edge; $P=5.7735\text{ lbs}$, $L_0=200\text{ ft}$, $A_0=0.1\text{ ft}^2$, $E=10^6\text{ lbs/ft}^2$ and $\rho=0.03106\text{ lbsec}^2/\text{ft}^4$

Modes	Horizontal tension load, H (lbs)							
	20P	10P	3P	2P	1.5P	P	P/2	P/4
	{0.022}	{0.043}	{0.14}	{0.21}	{0.27}	{0.38}	{0.67}	{1.14}
1st	3.052	2.165	1.250	1.061	0.9138	0.7906	0.5590	0.5590
						(0.8660)	(0.7906)	
2nd	6.057	4.279	2.358	2.016	1.820	1.639	1.346	1.180
	[5.995]	[4.230]				(1.601)	(1.346)	
3rd	9.104	6.452	3.631	3.072	2.761	2.449	2.046	1.732
						(2.372)	(1.984)	
4th	12.15	8.602	4.796	4.023	3.623	3.202	2.704	2.385
	[12.00]	[8.522]				(3.162)	(2.646)	
5th	15.24	10.80	6.062	5.099	4.562	4.000	3.391	2.969
						(3.939)	(3.288)	
6th	18.37	13.01	7.276	6.103	5.466	4.796	4.093	3.683
	[18.01]	[12.79]				(4.770)	(4.016)	
7th	21.60	15.31	8.591	7.198	6.418	5.568	4.776	4.294
						(5.545)	(4.617)	
8th	24.91	17.65	9.931	8.374	7.529	6.671	5.648	5.037
						(6.633)	(5.601)	

{ } is sag ratio. [] is values calculated by Irvine for the antisymmetric modes. () is values for swinging modes.

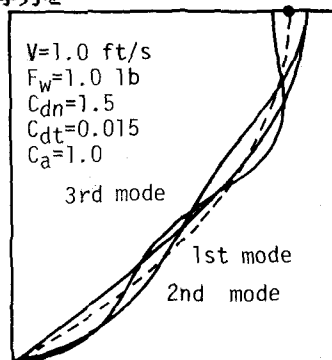


Fig. 8-a) The first three modes of mooring system; $V=1.0\text{ft/s}$

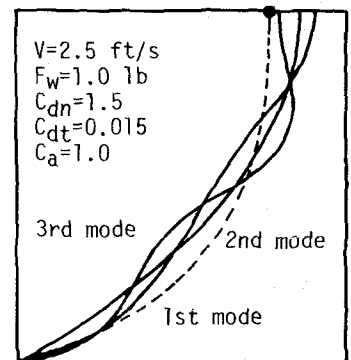


Fig. 8-b) The first three modes of mooring system; $V=2.5\text{ft/s}$

Table 4. Natural frequencies(rad/sec) of Buoy-cable in water

Modes	Current speed, v (ft/sec)			
	1.0	1.5	2.0	2.5
1st	2.669	3.937	5.214	6.490
2nd	4.770	7.045	9.317	11.59
3rd	6.869	10.12	13.38	16.64
4th	8.990	13.25	17.53	21.79
5th	11.21	16.52	21.84	27.00

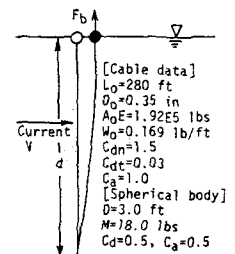


Fig. 9 Motion of TLP

流速は、振動次数に関係なくあまり大きな影響が見られない。また、一次モードとして、常にSwayモードが卓越して生じている。

5. あとがき

本研究では、高次のIsoparametric要素を用いて任意の3次元海洋ケーブルの自由振動解析について述べてきた。本手法を用いることにより、サグの大きなケーブルや緩係留されたケーブルから緊張ケーブルまで解析できる。また、Viscous Relaxation法を用いることにより、強い幾何学的非線

形問題であるケーブルの初期つり合い形状を、容易に求めることができる。本文では、このつり合い形状での振動解析を行っている。また、高次要素を用いる場合の低減積分についても触れた。移動支点をもつケーブルの振動性状について検討し、両端固定ケーブルとかなり異なる振動性状を示すことを明らかにした。さらに、海洋ケーブルの振動性状に与える潮流速度や浮体の浮力の影響について示した。海洋ケーブルを設計する場合、ケーブル構造の振動性状を知ることにより、前もって過酷な海域での波浪との共振問題が照査できる。

本研究は、科研費（海外学術研究）の援助を受けている。また、オレゴン州立大学のJ.W. Leonard教授から、懇切なるご指導を頂いた。数値計算には、大同工業大学情報処理センターHITAC 640/20を利用した。

参考文献

- 1) Ramberg, S.F. and Griffin, O.M.:Free vibrations of taut and slack marine cables. Proc. of ASCE, Vol.103, ST11, 1977.
- 2) Hudspeth, R.T.:Forces on marine structures, Chapter 6,Course Lecture Notes. Dept. of Civil Eng., Oregon State Univ., 1988.
- 3) Henghold, W.M. et al.:Free vibrations of cable in three dimensions. ASCE, Vol. 103,ST5, 1977.
- 4) Mizusawa, T. et al.:Bibliography and database on offshore structures. Symp. on Fundamental Study on Dynamic Failure and Design of Ocean Structures, Nagoya, Japan, 1988.
- 5) 中島他:係留浮体の運動を考慮した係留ラインの動的挙動. 日本造船学会論文集, 第150号, 1981.
- 6) 吉田他:有限要素法による水中線状構造物の応答解析. 日本造船学会論文集, 第144号, 1979.
- 7) 福元他:海中ケーブル構造の波浪応答解析とその計算プログラム. 土木学会論文集, 第356/I-3, 1985.
- 8) Lo, A. and Leonard, J.W.:Dynamic analysis of underwater cable. Proc. of ASCE, Vol.108, EM5,1982.
- 9) Webster, R.L.:On the static analysis of structures with strong geometric nonlinearity. Compt. & Struct., Vol. 11, 1980.
- 10) Bathe, K.J.:Finite element procedures in engineering analysis. Prentice-Hall, 1982.
- 11) Green, A.E. and Adkins, J.E.:Large elastic deformation and nonlinear continuum mechanics. Clarendon Press, London, 1960.
- 12) Mooney, M.:A theory of large elastic deformation. J. Appl. Phys., Vol. 11, 1940.
- 13) Morison, J.R. et al.:The force exerted by surface wave on pile. American Institute of Mining Metallurgical and Petroleum Engineers, Vol. 29, 1974.
- 14) Leonard, J.W.:Tension structures-behavior & analysis. MacGraw-Hill, New York, 1988.
- 15) Shugar, T.A.:A numerical study of automated dynamic relaxation for nonlinear static tensioned structures. NCEL Technical Note, TN-1778, 1987.
- 16) 水沢他:浮体とケーブルの力学的挙動に関する一解法. 土木学会中部支部研究発表講演概要集, 1-19, 1989.
- 17) Irvine, H.M.:Cable structures. The MIT Press, Cambridge, 1981.

Table 5. Natural frequencies(rad/sec) of TLP under the constant current,v and the buoyancy force,Fb at the floating body ;D=3.0 ft, Cd=0.5, Ca=0.5

Modes	Buoyancy tention force,Fb at the floating body (lbs)											
	100.0			200.0			300.0			400.0		
	Current velocity,v (ft/sec)											
	0.0	1.0	2.5	0.0	1.0	2.5	0.0	1.0	2.5	0.0	1.0	2.5
1	0.626	0.632	0.68	0.999	1.00	1.01	1.26	1.26	1.27	1.48	1.48	1.48
2	1.99	1.98	1.78	3.07	3.07	2.98	3.85	3.85	3.81	4.49	4.49	4.47
3	3.34	3.37	3.40	5.13	5.13	5.17	6.43	6.43	6.44	7.50	7.50	7.51
4	4.69	4.79	4.98	7.20	7.21	7.37	9.03	9.03	9.10	10.5	10.5	10.6
5	6.06	6.28	6.73	9.31	9.34	9.70	11.7	11.7	11.8	13.6	13.6	13.7
6	7.46	7.89	8.58	11.5	11.5	12.2	14.4	14.4	14.7	16.8	16.8	17.0
7	8.80	9.78	10.8	13.6	13.7	15.1	17.1	17.1	17.8	20.0	20.0	20.3

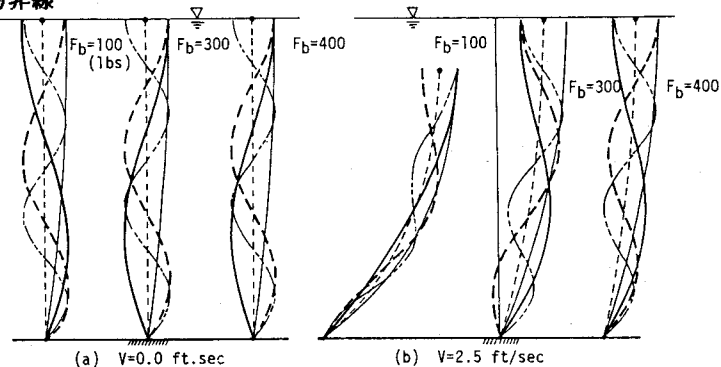


Fig. 10 First four vibration modes of TLP with different buoyancy forces,Fb. —1st mode, ---2nd mode, -.-3rd mode and ----4th mode.