

大阪大学工学部土木工学科 正会員 榎木 亨
大阪大学工学部土木工学科 正会員 青木伸一

1. はじめに

種々の浮遊式海洋構造物を設計するためには、波浪中の運動および係留力を精度よく算定することが最も重要である。一般に浮体の運動は外力の周波数に強く依存するため、実際の不規則な海洋波を有義波等の規則波で代表させて計算を行なったのでは大きな誤りを犯す危険性があり、波のスペクトルを用いなければならない。さらに不規則波中では、波群特性に関連した長周期の変動漂流力によって、長い固有周期をもつ係留浮体到大振幅の長周期動揺が発生することも報告されている。一方、海洋構造物の多くは定位置保持のためにチェーンやロープにより係留されているが、その係留系の変位-反力特性は通常非線形である。

以上のように浮遊式海洋構造物は非常に複雑な外力の下で複雑な運動をすると思われるが、その予測手法は大別して周波数領域で解析する方法と、時間領域で解析する方法の2つがある。本論文ではこれらの計算手法の概略を示すとともに、その適用性について若干の検討を加えた。さらに波群特性の異なる不規則波中に線形係留された2次元矩形断面浮体について水理模型実験を行ない、計算結果と比較した。尚、計算に用いた各種流体力は第10回の本シンポジウムにおいて発表した方法を用いて求めたものであることをあらかじめ断わっておく。¹⁾

2. 不規則波中の係留浮体の運動予測手法

まず、係留系の変位-反力特性が線形とみなせる係留浮体について考える。このような浮体の、周波数 ω の規則波中での運動方程式は普通次のように書かれる。

$$M_i \ddot{x}_i(t) + \sum_{j=1}^6 \{ a_{ij}(\omega) \ddot{x}_j(t) + b_{ij}(\omega) \dot{x}_j(t) + c_{ij} x_j(t) + k_{ij} x_j(t) \} = f_i(t) \quad \dots (1)$$

$(i=1, 2, \dots, 6)$

ここに、 M_i は浮体の質量(あるいは慣性モーメント)、 $a_{ij}(\omega)$ 、 $b_{ij}(\omega)$ はそれぞれjモードの運動によってiモードの運動に生じる付加質量および造波減衰係数である。 $a_{ij}(\omega)$ 、 $b_{ij}(\omega)$ は浮体を静水中において周波数 ω で振動させたときに浮体を受ける造波抵抗力を表現したもので、一般に運動周波数によってその値が異なる。また、 c_{ij} は静水反力(復元力)係数、 k_{ij} は係留系からの反力係数である。(1)式は線形な連立微分方程式であるので、 $x_i(t) = x_{0i} e^{F i \omega t}$ 、 $f_i(t) = f_{0i} e^{F i \omega t}$ (ただし x_{0i} 、 f_{0i} は複素振幅を表す)とおくことによって定常解を求めることができる。このようにして得られる波力に対する運動の応答関数を $H_{x_i f_i}(\omega)$ とすると、動揺振幅は $x_{0i} = H_{x_i f_i}(\omega) f_{0i}$ となる。また、波力の振幅は波を $\zeta(t) = \zeta_0 e^{F i \omega t}$ とすると、 $f_{0i} = H_{f_i \zeta}(\omega) \zeta_0$ と表されるので運動振幅は次式で与えられる。

$$x_{0i} = H_{x_i \zeta}(\omega) \zeta_0 \quad \dots (2)$$

ここに、 $H_{x_i \zeta}(\omega) = H_{x_i f_i}(\omega) \cdot H_{f_i \zeta}(\omega)$ であり、波に対する運動の周波数応答関数を表している。従って、線形システムの特性としてよく知られているように、スペクトル $S_{\zeta \zeta}(\omega)$ を持つ不規則波に対する応答スペクトルが次のように求められる。

$$S_{x_i x_i}(\omega) = |H_{x_i \zeta}(\omega)|^2 S_{\zeta \zeta}(\omega) \quad \dots (3)$$

さらに、 $S_{x_i x_i}(\omega)$ の有効幅が十分狭いときには極値の分布がRayleigh分布に従うとして、運動の有義振幅 $x_{i1/3}$ や超過確率などを求める統計解析を行なうことができる。

このように、(1)式中の係数 $a_{ij}(\omega)$ 、 $b_{ij}(\omega)$ 、さらに $f_{0i}(\omega)$ が全周波数にわたって決定されれば、不規則波中での応答は容易に求めることができる。(これらの求め方については種々の方法が提案されている)しかしながら、このような解析がなされうには(1)式が線形方程式でなければならない。したがって、係留系の非線形な変位-反力特性や主に水の粘性に起因すると思われる非線形な減衰力(普通 $V_i |\dot{x}_i| \dot{x}_i$ と表す)を考慮する際には何らかの方法で線形化することが必要となる。また外力についても波振幅に比例する強制力しかとり扱えず、波振幅の2乗に比例する長周期の変動漂流力の影響を考慮するためには多少の工夫が必要である。²⁾最近、高次スペクトルを用いて非線形応答の解析がなされつつあるが、非線形性の強い係留系に係留された浮体あるいは非線形減衰の影響が大きいような浮体にこのような周波数応答解析を適用するのは無理がある

ように思われる。

(1) 式を解く別の方法として、適当な初期条件の下に直接運動方程式を数値積分して運動の時系列を求めていく方法がある。この方法によれば、係留系の変位-反力特性や粘性減衰項を非線形なまま計算することが可能である。また、 $f_i(t)$ として不規則波の外力を用いることにより、不規則波中での運動を直接計算することができるだけでなく、不規則波の波群特性など時系列特性も容易に取り入れることができる。しかしながら、流体力係数 $a_{ij}(\omega)$ 、 $b_{ij}(\omega)$ は本来周波数 ω で運動する浮体についての係数であるため、不規則に運動する浮体の運動方程式として (1) 式をそのまま用いるわけにはいかない。近似的な方法として、不規則波のスペクトルのピーク周波数における流体力係数で代用することが多いが、その妥当性については疑問がある。著者らは、造波抵抗力の影響が運動の大きい所で顕著であることより、運動に明確な周波数応答特性がある場合には固有周波数における流体力係数を用いる方がよいことを数値計算および水理実験によって確かめている。³⁾ しかしながら、非線形係留されて明確な固有周波数を有しない場合や、固有周波数付近の外力が著しく小さくて運動があまり増幅されないような場合には適当な方法とは言えないであろう。

このようなあいまいさを避ける方法として、造波抵抗力を運動のインパルス応答として求める方法が Cummins⁴⁾ によって提案されている。それによれば、任意に運動する浮体の造波抵抗力は (1) 式の $a_{ij}(\omega)\ddot{x}_j(t) + b_{ij}(\omega)\dot{x}_j(t)$ のかわりに $m_{ij}\ddot{x}_j(t) + \int_{-\infty}^t K_{ij}(t-\tau)\dot{x}_j(\tau)d\tau$ とおくことによって表現できる。ここに m_{ij} は周波数によって変化しない付加質量、 $K_{ij}(t)$ は遅延関数あるいはメモリー影響関数と呼ばれるもので、 $t=0$ における単位インパルスの運動によって発生した波が浮体に及ぼす力の時間変化を表わしたものである。またこれらは $a_{ij}(\omega)$ 、 $b_{ij}(\omega)$ を用いて次式から求めることができる。

$$K_{ij}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} b_{ij}(\omega) \cos \omega t d\omega \quad \dots (4)$$

$$m_{ij} = a_{ij}(\omega) = a_{ij}(\omega') + \frac{1}{\omega'} \int_0^{\infty} K_{ij}(t) \sin \omega' t dt \quad \dots (5)$$

ω' は任意で m_{ij} は ω' によらず一定

この表現を用いて (1) 式を書きなおすと次のようになる。

$$M_i \ddot{x}_i(t) + \sum_{j=1}^6 \left\{ m_{ij} \ddot{x}_j(t) + \int_{-\infty}^t K_{ij}(t-\tau) \dot{x}_j(\tau) d\tau + c_{ij} x_j \right\} + V_i |\dot{x}_i| \dot{x}_i + R_i(x) = f_i^{(1)}(t) + f_i^{(2)}(t) \quad (\lambda=1, 2, \dots, 6) \quad \dots (6)$$

ただし、上式ではより一般化するために粘性減衰項 $V_i |\dot{x}_i| \dot{x}_i$ を付加し、係留系からの反力は運動ベクトル x の関数として $R_i(x)$ と書き直してある。また、外力についても波振幅に比例するいわゆる波浪強制力 $f_i^{(1)}(t)$ と波振幅の 2 乗に比例する長周期変動成分 $f_i^{(2)}(t)$ とに分けて表現した。(6) 式を時間領域での運動方程式と呼ぶこともある。(6) 式を用いることの有用性は高木、斉藤ら⁵⁾ によって詳しく調べられており、非線形係留された浮体の過渡応答をかなりよく説明できることが示されている。しかしながら (4) 式より明らかなように、 $K_{ij}(t)$ を求めるためには減衰係数 $b_{ij}(\omega)$ をかなり高周波数まで計算する必要があり、計算の精度が問題となる場合がある他、数値積分を行なって計算をすすめるため全般的に周波数応答解析に比べて計算誤差を多く含んでいる。また計算時間も周波数応答解析に比べると長いという短所を有している。さらに時系列解析を用いて浮体の運動を計算する場合、出力された時系列データの統計処理の問題が残されている。すなわち、計算値は有限な計算時間内の 1 つの標本値にすぎず、それから得られる最大値や平均値に果してどの程度の意味があるのかは疑問である。特に (6) 式のような非線形方程式を解いて求めた不規則運動は正規過程とはならないので、スペクトルを用いた統計解析は極めてやっかいである。このような時系列データの統計解析は今後研究されなければならない課題であろう。

3. 波群特性の異なる不規則波中での係留浮体の運動

以上、不規則波中の係留浮体の運動予測手法を簡単にとりまとめるとともにその適用性を論じたが、ここでは実際に不規則波を用いた水理実験と計算結果を比較し、数値計算によりどの程度まで運動の予測が可能であるかを確かめてみよう。ただし、対象とする浮体は線形なバネで係留された 2 次元矩形断面浮体であり、不規則波としては浮体の長周期動揺の変化をみるために波群特性の異なる 2 種類の波を用いた。また数値計算には波群特性を考慮できる時系列解析法 ((6) 式) を使用した。以下、不規則波中での長周期変動漂流力の算定方法と波群特性の異なる不規則波のシミュレーション法について簡単に述べた後、実験および計算結果を紹介することにする。

3-(1) 不規則波中の長周期変動漂流力について

係留浮体の水平運動および係留力の最大値を決定する上で無視することのできないものに係留浮体の長周期運

動がある。この動揺の周波数は一般に風波のエネルギーが集中する周波数よりもかなり小さく、したがって浮体に作用する波力としては短周期のそれに比べてはるかに小さなものである。しかしながら、外力の周波数が係留浮体の固有周波数に近いときは同調現象をひきおこし、さらに長周期運動の減衰は小さいことも手伝って大振幅の運動が発生して係留力の著しい増大を招く危険性がある。その長周期の外力の1つが長周期変動漂流力と呼ばれるものであり、これは不規則波の2nd orderの波力の長周期成分として説明されている。また概念的には、規則波中で生じる定常漂流力が波高や周期の変動とともに変化するために生じると考えることができる。この長周期変動漂流力のスペクトルは、本来、波のスペクトルから一義的に決定することはできず、波の連なり方の影響を受ける。したがって、係留浮体の長周期動揺を知る上においては波群特性が重要なfactorとなりうる。

Pinkster⁶⁾は不規則波の水位変動が(7)式のように表わされ、そのスペクトルが十分狭帯域で定義されている場合には長周期変動漂流力 $f^{(2)}(t)$ が近似的に(8)式で表わされることを示した。

$$\zeta(t) = \sum_{i=1}^n a_i \cos(\omega_i t + \epsilon_i) \quad \dots (7)$$

$$f^{(2)}(t) = \frac{1}{2} \rho g \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j C_d \left(\frac{\omega_i + \omega_j}{2} \right) \cos\{(\omega_i - \omega_j)t + \epsilon_i - \epsilon_j\} \quad \dots (8)$$

ここに a_i は周波数 ω_i の成分波の振幅、 ϵ_i は位相差であり、 $C_d(\omega)$ は周波数 ω の規則波に対する定常漂流力係数を表わしている。(8)式はあくまでも近似式ではあるが、多くの研究者によりその妥当性が確かめられている。

3-(2) 波群特性の異なる不規則波のシミュレーション

近年、不規則波における波の連なりの現象が注目され、その実態の解明と並行して種々の構造物に及ぼす影響が調べられるようになってきた。その際の波群特性の異なる不規則波のシミュレーション手法としては、スペクトルの尖鋭度を変える方法やスペクトルを分割するときの分割幅を操作する方法などもあるが、スペクトル形を変化させずに最も任意に波群をコントロールできる方法は以下に示すSIWEHを用いる方法であろう。⁷⁾

本手法は波のスペクトル以外に次式で定義される平滑化された波エネルギーの時系列SIWEH (Smoothed Instantaneous Wave Energy History) を用いるところに特徴がある。

$$SIWEH = E(t) = \frac{1}{T_p} \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2(t+\tau) Q(\tau) d\tau \quad \dots (9)$$

$$Q(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau|/T_p & ; -T_p \leq \tau \leq T_p \\ 0 & ; \tau < -T_p, \tau > T_p \end{cases}$$

ここに T_p はスペクトルのピーク周期で、 $Q(\tau)$ はデータウィンドーである。

また、SIWEHの時間平均値 $\overline{E}(t)$ と波のスペクトルとは次式で関係づけられる。

$$\overline{E}(t) = m_0 = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega \quad \dots (10)$$

(7)式のように不規則波を表現すると、水位変動の時系列は波の振幅スペクトル a_i および位相スペクトル ϵ_i が決まれば一義的に決定されることがわかる。しかし通常のスペクトルからは a_i のみしか与えられないので、 ϵ_i の与え方によって水位変動の時系列は幾通りにも変化する。本手法は、換言すれば、SIWEHを用いて位相スペクトル ϵ_i を決定しようとする方法である。詳細は割愛するが、繰返し計算によって最終的には与えられたスペクトルとSIWEHの両者に一致するような波形を作りだすことができる。

従ってシミュレーションにおいては何らかの方法でSIWEHを与えてやる必要があるが、それについては確立された手法はない。そこで今回は、次式に示すようなSIWEHの平均値まわりの自己相関関数 $C(\tau)$ を与えることにより決定した。

$$C(\tau) = C(0) e^{-\beta|\tau|} \cos \frac{2\pi}{T_g} \tau \quad \dots (11)$$

$$\text{ただし } C(0) = GF^2 m_0^2 \quad ; \quad GF = \sqrt{\frac{1}{T_n} \int_0^{T_n} \{E(t) - \overline{E}(t)\}^2 dt / \overline{E}(t)}$$

T_n : データ 長

すなわち、SIWEHを決定するパラメーターは T_g 、 GF 、 β の3つであり、 T_g は波群の繰返し周期を、 GF はSIWEHの変動係数で、波群の大きさを表わす。また β はSIWEHのスペクトルの尖鋭度、言い換えれば波群の出現の規則性を示すパラメーターである。

3-(3) 水理模型実験および計算の方法

模型実験は図-1に示すように造波水路を3つの小水路に区切り、中央の水路に矩形浮体を線形パネ4本で係

留して行なった。浮体は鉄製で幅25.1cm高さ25.9cm、吃水15.5cm、奥行39.5cm、バネ定数は1本11.2gf/cm（単位奥行あたりのバネ定数は2.58gf/cm²）である。また運動の測定は図-2に示すように、浮体重心位置に取付けたやわらかい板バネと係留バネの端部に取付けた剛な板バネの両者のひずみ量よりSWAYおよびROLLの変位量を算出した。造波信号は数値シミュレーションにより求めた不規則信号をD-A変換した後造波機

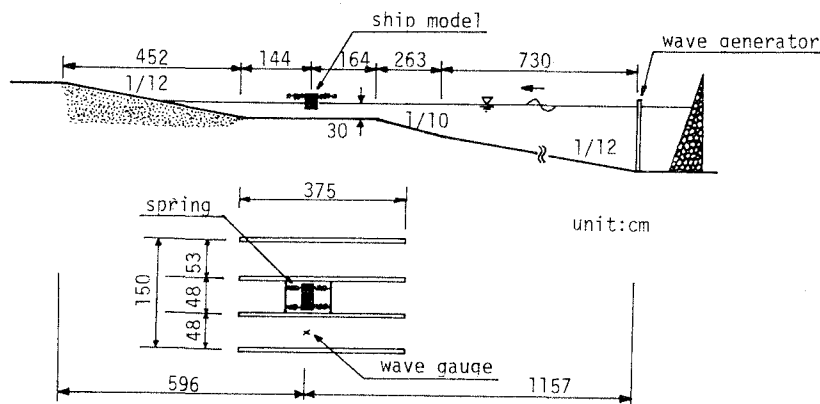


図-1 実験水槽

に入力したが、その際浮体係留位置で所定の波群特性が現われるように各成分波の伝播に伴う位相のずれを前もって入力信号に与えた。図-3中の破線は実線で示した自己相関関数をもとに作成した不規則信号を入力して造波した不規則波の、浮体係留位置での水位記録より求めたSIWEHの自己相関関数である。これより本シミュレーション法を用いることによりほぼ期待する波群特性を持つ不規則波が浮体係留位置で発生していることがわかる。尚、入力信号のスペクトルはBretschneider-光易型を用い、浮体に及ぼす定常漂流力の特性を考慮して $T_y/3 = 1.0\text{sec}$ とした。実験に用いた2つの不規則波はスペクトル形は全く同じで、1つは波群特性を考慮せずに(7)式中の位相差 ϵ_i をランダムに与えたものであり、他の1つは T_g がSWAYの自由振動周期6.8sec付近になるようにシミュレートしたものである。（ただし $GF=0.5$ ， $\beta=0.1$ ）またROLLの自由振動周期は1.2secであった。

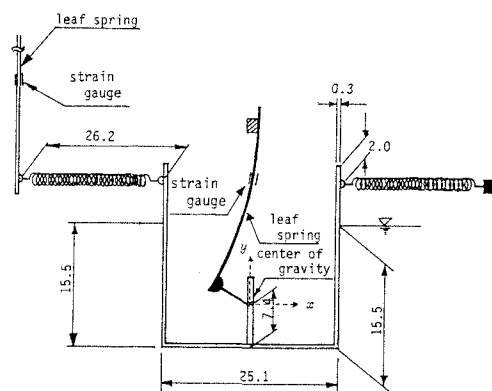


図-2 運動測定装置

数値解は(6)式をNewmark- β 法を用いて解くことによって求めた。その際の外力は浮体横の水路に設置してある波高計により測定した水位変動記録をFourier変換して成分波の複素振幅 ζ_0 を求めた後、1次の波力 $f_1^{(1)}(t)$ については波力の周波数応答関数 $H_{f_1\zeta}(\omega)$ を用いて次式より求めた。

$$f_1^{(1)}(t) = \sum_{k=1}^n H_{f_1\zeta}(\omega_k) \zeta_{0k} e^{\sqrt{-1}\omega_k t} \quad \dots (12)$$

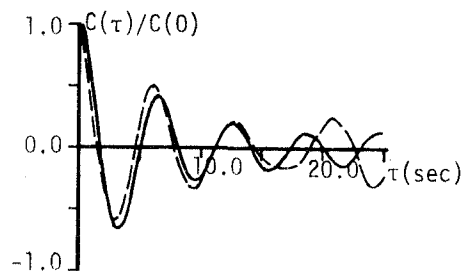


図-3 SIWEHの自己相関関数

また、長周期変動漂流力 $f_1^{(2)}(t)$ についてはSWAYのみ考慮すればよいので、それを $f_1^{(2)}(t)$ として(8)式を次式のように書き直して計算した。ただし、*は複素共役を表す。

$$f_1^{(2)}(t) = \frac{1}{2} \rho g \sum_{l=1}^n \sum_{m=1}^n \zeta_{0l} \zeta_{0m}^* C_d \left(\frac{\omega_l + \omega_m}{2} \right) e^{\sqrt{-1}(\omega_l - \omega_m)t} \quad \dots (13)$$

(12),(13)式のように複素数表示を行ない、逆FFTを利用することによって計算時間を著しく短縮することができる。

実験および計算結果の解析は3分間のデータをサンプリングタイム1/40secで処理し、(12)，(13)式中の成分波の数 n は650とした。（ $\Delta\omega=0.035$ ， $\omega_{\max}=22.69$ ）

3-(4) 実験結果と計算結果の比較

以下、ランダムに位相を与えたケースを”Random”、波群の繰返し周期がSWAYの固有周期に近いケースを”Group”と呼ぶことにする。図-4にはそれぞれのケースの水位変動、SIWEH、SWAY、ROLLのスペクトルを示している。ただし各スペクトルはいずれも水位変動のスペクトル面積 m_0 を用いて無次元化している。これより、RandomとGroupでは水位変動のスペクトル形はほとんど変わらないのに対し、水位変動の時系列はGroupの場合に顕著な波群構造を示しており、これはSIWEHのスペクトルにはっきりと現われている。これに伴って低周波数の運動が卓越するSWAYのスペクトルにはかなりの違いがみられ、Groupの場合の方が長周

期運動が大きくなっている。一方、ROLLのスペクトルには顕著な差はみられない。

図-5 (A), (B) は実験 (Exp.) および計算 (Cal.) による SWAY と ROLL の時系列を比較したもので、図中 No-damp は (6) 式中の粘性減衰項 V_i に $\dot{x}$ を考慮しない場合、Damp は自由振動実験およびシミュレーションを行なって両者の減衰振動曲線が一致するように V_i を決定して計算に取り入れた場合を示している。これより、SWAY、ROLL とも粘性減衰を考慮しない場合の計算結果は実験値を大きく上まわっているが、粘性減衰を考慮することによって、SWAY、ROLL とも若干大きいものの、ほぼ実験値に近い値を示すようになる。ただし、SWAY の短周期の運動については計算値の方が依然大きくあらわれており、この原因としては SWAY の周波数応答が 1 sec 付近で急激に変化することによる計算誤差、粘性減衰係数の与えかたの問題あるいは実験精度の問題などが考えられる。図-6 は Group の場合の SWAY の長周期運動のみをとりだして 3 者を比較したものであるが、これより粘性減衰を考慮した計算によってほぼ実験値が説明されていることがわかる。

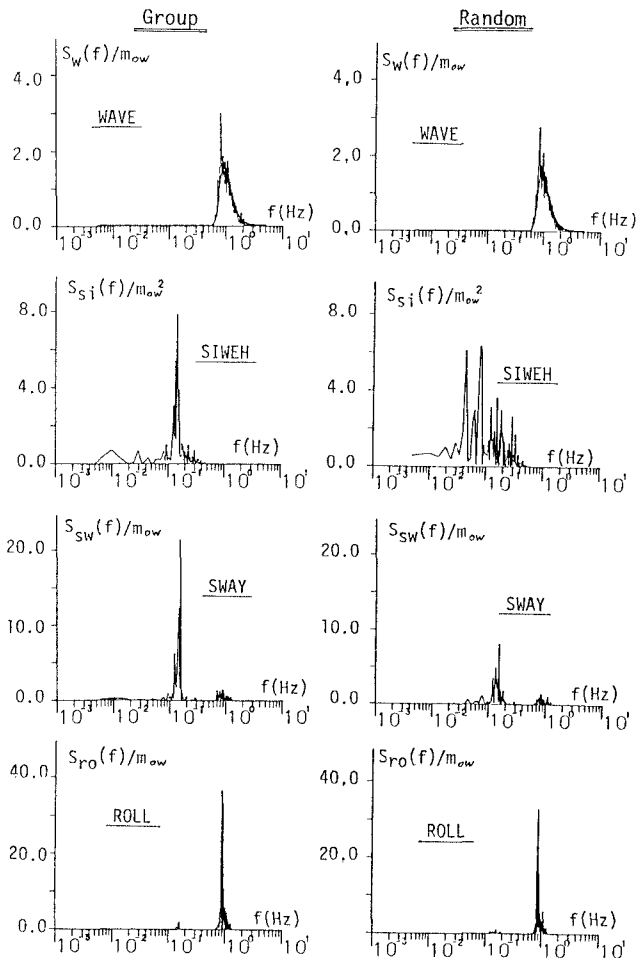


図-4 水位変動，SIWEH，および運動のスペクトル

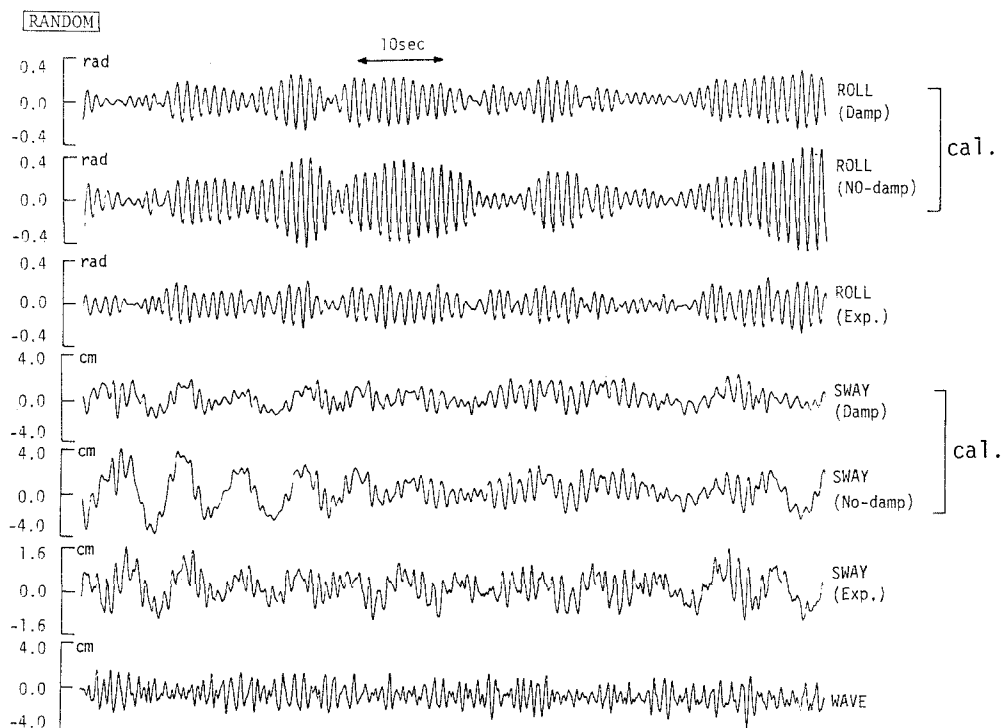


図-5 (A) 運動の時系列 (Random)

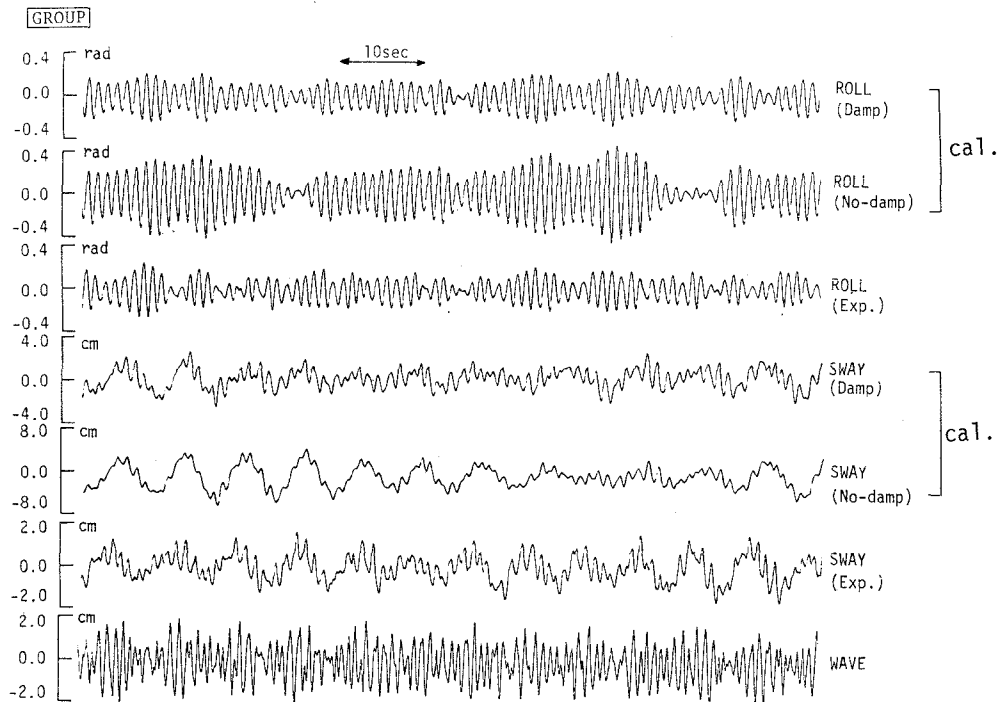


図-5 (B) 運動の時系列 (Group)

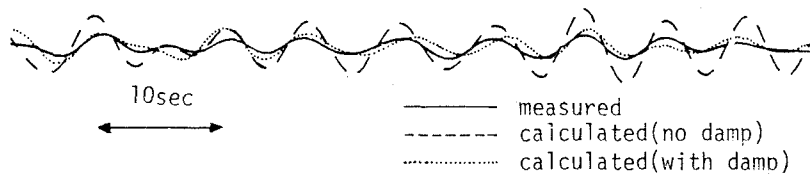


図-6 SWAYの長周期成分の比較

4. おわりに 本論文では不規則波中の係留浮体の運動予測手法の適用性について論じた後、波群特性の異なる不規則波を用いた水理模型実験結果と時系列解析による数値計算結果との比較を行なった。その結果、線形係留された2次元浮体に関しては、通常の波浪強制力以外に長周期変動漂流力、粘性減衰力といった非線形性の影響がその運動に大きく寄与し、これらを考慮することによってかなりの程度まで運動の予測が可能であることがわかった。しかしながら、非線形な系に係留された浮体や方向スペクトルを有する不規則波中での3次元浮体については長周期変動漂流力の特性やその影響が明らかではなく、また不規則運動する浮体に及ぼす粘性減衰力についても今後さらに研究を進めていく必要がある。

参考文献

- 1) 榎木 亨, 青木伸一: 浮体に及ぼす波による流体力について, 第10回海洋開発シンポジウム論文集, 1985
- 2) 新井信一, 根角幸明, 高木又男: 不規則波中の係留浮体の運動に関する研究, 日本造船学会論文集第140号, 1977
- 3) 榎木 亨, 青木伸一: 不規則波中での港内係留船の運動予測手法に関する一考察—流体力特性からみた検討, 第32回海岸工学講演会論文集, 1985
- 4) Cummins, W.E.: The Impulse Response Function and Ship Motions, Schiffstechnik, Bd. 9, Heft 47, pp. 101-109, 1962
- 5) 高木又男, 斉藤公男ほか: 非周期的造波問題の周波数領域での取扱い (第1報—第7報), 関西造船協会誌, 182号, 184号, 187号, 188号, 191号, 192号, 1981-1984
- 6) Pinkster J.A.: Low Frequency Phenomena Associated with Vessels Moored at Sea, Soc. of Petroleum Engineers of A.I.M.E., SPE Paper No. 4837, 1974
- 7) Funke E.R. and Mansard E.D.P.: On the Synthesis of Realistic Sea States in a Laboratory Flume, Hydraulics Laboratory Report LTR=HY-66, National Research Council of Canada, 1979