

水中における円柱に作用する流体減衰力について

防衛大学校 土木工学教室 正員 林建二郎

1. はじめに

作用外力による構造物の振動（強制振動）は、同時に作用する減衰力によって抑制される。従って構造物の動的応答を検討する場合には、構造物に作用する減衰力の特性を十分に考慮する必要がある。海洋構造物のように水中で振動している構造物に作用する減衰力は、構造減衰力と流体減衰力によって構成される。構造減衰力は、a)構造物部材の内部粘性による粘性抵抗力と、b)構造物部材相互間や支点等における粘性抵抗力より成る。流体減衰力は、a)構造物表面に作用する流体粘性せん断力（表面抵抗力）と、b)構造物表面からの境界層はく離から生ずる後流渦の存在による圧力抵抗力よりなる¹⁾。構造減衰力は、空中における構造物の減衰自由振動の変位時間曲線より評価可能である。しかし、流体減衰力の評価・測定は難しい。なぜなら、流れ場に設置された水中構造物の振動を引き起こす流体外力もまた上述と同様な流体力（表面抵抗力、圧力抵抗力）によって構成されているからである。静水中で減衰自由振動している円柱や、流れ場中で渦励振動している円柱に作用する流体減衰力の特性を調べた研究成果はかなり報告されているが^{2)~5)}、しかし、まだ十分に流体減衰力の特性は把握されていないようである。従って流体減衰力の的確な算定は困難でありまだ明確な評価法も確立されていないようである。

本研究は、この流体減衰力の特性を明確に評価可能な算定法を得ることを目的として、まず静水中で減衰自由振動している円柱（振動系に外部から振動的な力が加えられていない状態で振動している）に作用する流体減衰力の特性を実験的に調べるとともに若干の理論的考察を行ったものである。

2. 実験装置および方法

実験は、長さ18m、幅 0.75m、高さ1mの両面ガラス張り2次元造波水路を用いて行った。使用した試験円柱体の概略を図-1に示す。試験円柱は、外径 $D=19.05\text{mm}$ 、肉厚 $=0.536\text{mm}$ 、長さ $=985\text{mm}$ ステンレス管製である。試験円柱体の上下両端は、径 $=10\text{mm}$ 、長さ $=1105\text{mm}$ のアルミ製心軸円柱にフランジを用いて接続されている。従って試験円柱体の剛性は剛体とみなせる程十分大である。心軸円柱の上端は水路方向に対して直角な両方向にそれぞれ引っ張りバネを用いて弾性的に支持され、その下端は試験円柱支持板（ $200\times50\times6\text{mm}$ ）に接続されている。長軸が水路方向と平行になるように設置された試験円柱支持板の水路方向両端はピボットの的に造波水槽床部に置かれている。従って試験円柱体は、水路方向に対して直角な方向のみにロッキング振動する。水路直角方向への剛性（復元力）を与えている1対の引っ張りバネはそれぞれステンレス製の板バネ（ $100\times10\times3\text{mm}$ ）で支持されている。板バネの下端に作用するバネの伸張力（=円柱体の振動量と比例する）による曲げモーメントを測定するために、これらひずみゲージ（G1-G4）は4ゲージ法を用いたホインストンプリッジ回路に組み込まれている。円柱体の質量を調整するために、心軸円柱上部には荷重円盤が取り付け可能である。ホインストンプリッジ回路からの出力信号（円柱体の振動量に対応している）は、ミニコンピューター内のディスクおよびラビコダに記録した。空中および任意設定水深 d を有する静水中での減衰自由振動実験を行った。設定水深 d は、0cm（空中）、10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90cmの10ケースである。円柱体の固有振動数 $=f_{nw}$ は、空中($d=0\text{cm}$)で1.52Hz、水深 $d=80\text{cm}$ で1.46Hzである。

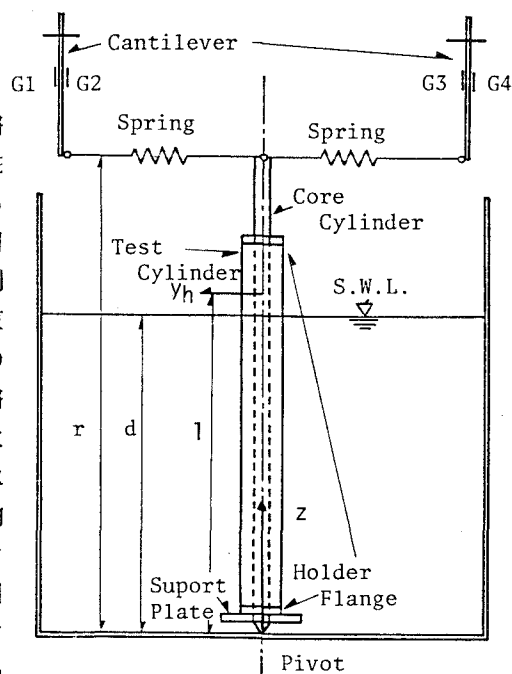


図-1 試験円柱体の概要

3. 減衰自由振動方程式

3-1 振動方程式

静水中でロッキング振動している試験円柱体の減衰自由振動方程式は、円柱体下部のピボット点におけるモーメントの釣り合い条件を満たす式(1)で表せる。

$$M_{m0} \cdot \ddot{y}_h + C_{m0} \cdot \dot{y}_h + K_{m0} \cdot y_h = 0 \quad \text{-----}(1)$$

ここに、 y_h :ピボット点から距離 l 上方の基準点における円柱体の振動量、 M_{m0} :全質量マトリックス、 C_{m0} :全減衰マトリックス、 K_{m0} :全剛性マトリックス。

$M_{m0} \cdot \ddot{y}_h$ は、円柱体の水中付加質量を考慮した円柱体の慣性力による、ピボット点回りのモーメントである。 $C_{m0} \cdot \dot{y}_h$ は、主として引っ張りバネ部において生ずる構造減衰力と円柱体水中部に作用する流体減衰力による、ピボット点回りのモーメントである。 $K_{m0} \cdot y_h$ は、円柱体が振動変位する結果生じる、ピボット点回りの引っ張りバネ反力および円柱体に作用する重力、浮力による復元力モーメントである。

(1)式は通常(2)式のように表現される。

$$\ddot{y}_h + 2\zeta_{tw} \cdot \omega_n \cdot \dot{y}_h + \omega_n^2 \cdot y_h = 0 \quad \text{-----}(2)$$

式中、 ω_n 、 ζ_{tw} は次式でそれぞれ示される、円柱体の静水中における円固有振動数および減衰定数である。

$$\omega_n = 2\pi f_{nw} = \sqrt{K_{m0}/M_{m0}} \quad \text{-----}(3)$$

$$\zeta_{tw} = C_{m0}/(2\omega_n M_{m0}) = \zeta_s + \zeta_f \quad \text{-----}(4)$$

ここに、 f_{nw} =固有振動数、 ζ_s =構造減衰定数（主として引っ張りバネ部の減衰定数）、 ζ_f =流体減衰定数。

3-2 流体減衰定数と抗力係数との関係

流体減衰力は、円柱体の振動速度の2乗に比例する抗力よりなると仮定すると、流体減衰定数 ζ_f は次式で示される。

$$\zeta_f = \rho \cdot D \cdot l \cdot \dot{y}_h \int_0^d C_D \cdot (z/l)^2 \cdot z \cdot dz / (4\omega_n M_{m0}) \quad \text{-----}(5)$$

ここで、 ρ =水の密度、 D =円柱径、 C_D =抗力係数

C_D はピボット点からの距離 z および時間 t の関係である。(5)式は、流体減衰定数 ζ_f は、時間的に変動する円柱振動速度 $\dot{y}_h$ と抗力係数 C_D の関数であることを示している。

今、以下に示す仮定を設ける。

- 1) 流体減衰定数 ζ_f および抗力 C_D は、減衰自由振動の一周期間では一定である。その値をそれぞれ ζ_{fi} 、 C_{Di} とする。
- 2) 一周期間の減衰自由振動量は y_h は(6)式で近似される。

$$y_h = Y_{hi} \cdot \sin(\omega_n t) \quad t_i < t < t_i + T \quad \text{-----}(6)$$

ここで、 Y_{hi} は $t=t_i$ における y_h の値である（=円柱の振動振幅量：図-2参照）。

減衰振動の一周期間内に費やされる流体減衰力によるエネルギーを考慮すると、 ζ_{fi} と C_{Di} の関係は次式で示される。

$$\zeta_{fi} = 2\rho \cdot D \cdot Y_{hi} \int_0^d C_{Di} \cdot (z/l)^2 \cdot z \cdot dz / 3\pi M_{m0} \quad \text{-----}(7)$$

(7)式は、 ζ_{fi} は振動振幅量 Y_{hi} と抗力係数 C_{Di} の関数であることを示している。

4. 実験結果および考察

本実験に使用した円柱体の減衰自由振動記録例を図-2に示す。一周期間では、流体減衰定数 ζ ($\zeta = \zeta_f + \zeta_s$)は一定であると仮定すると、ピボット点から距離 l 上方の基準点における円柱体の振動振幅 Y_{hi} に対応する値 ζt_{wi} は次式で示される。

$$\zeta t_{wi} = \pi/2 \cdot \ln(Y_{hi-1}/Y_{hi}) \quad \text{---(8)}$$

各設定水深 d における、これら減衰定数 ζt_{wi} と無次元振動振幅 Y_{hi}/D の関係を図-3に示す。 $d=0$ における ζt_{wi} は空中における減衰定数つまり構造減衰定数 ζ_s を示している。 $d=0$ における ζt_{wi} ($=\zeta_s$)と $d \neq 0$ における ζt_{wi} の差は流体減衰定数 ζ_f を示す。

ζ_f と Y_{hi}/D を設定水深 d をパラメータとして 図-4に示す。図-3, 図-4より次のことが明らかである。

- 1) 構造減衰定数 ζ_s は、 Y_{hi}/D の変化に対してほぼ一定である。
- 2) 流体減衰定数 ζ_f は、 $Y_{hi}/D < \text{約} 0.2$ では一定であるが、 $Y_{hi}/D > \text{約} 0.2$ では Y_{hi}/D の増加とともに増加する。その増加率は水深 d の増加とともに大きくなっている。
- 3) 流体減衰定数 ζ_f は、水深 d の増加とともに大きくなる。

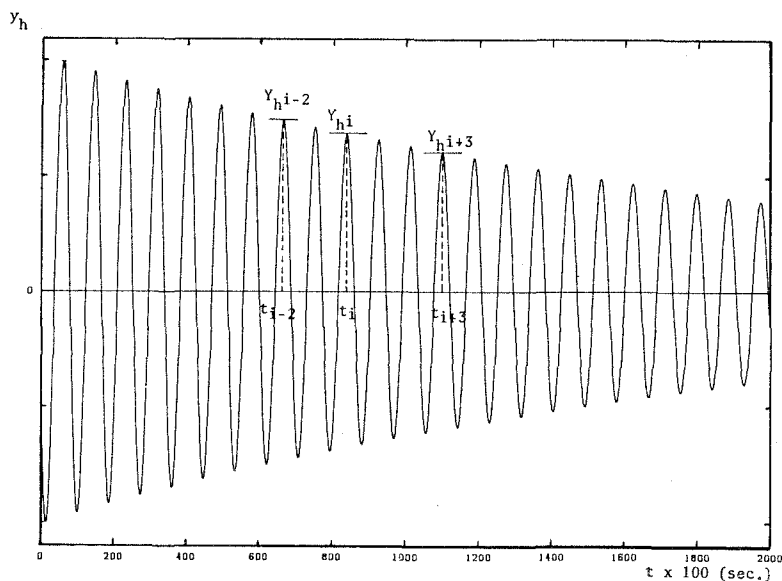


図-2 減衰自由振動の記録例

次に、これら得られた流体減衰定数 ζ_f の特性をより明らかにするために、流体減衰力を抗力係数 C_D を用いて評価してみる。一周期間内で一定と仮定された、流体減衰定数 ζ_f と抗力係数 C_{Di} の関係は(7)式で示されている。ここで、抗力係数 C_{Di} は円柱軸方向 (=水深方向) にも一定であると仮定すると ζ_f と C_D の関係は 次式で示される。

$$\zeta_f = 2\rho \cdot D \cdot Y_{hi} \cdot C_{Di} \int_0^d (z/l)^2 \cdot z \cdot dz / 3\pi M_{m0}$$

$$= \{ \rho D^2 \cdot SKC \cdot d^3 / (12\pi^2 \cdot M_{m0} \cdot l) \} C_{Di} \quad \text{---(9)}$$

ここに、 SKC は静水表面の位置における Keulegan-Carpenter数 (=表面 KC 数)であり次式で示される。

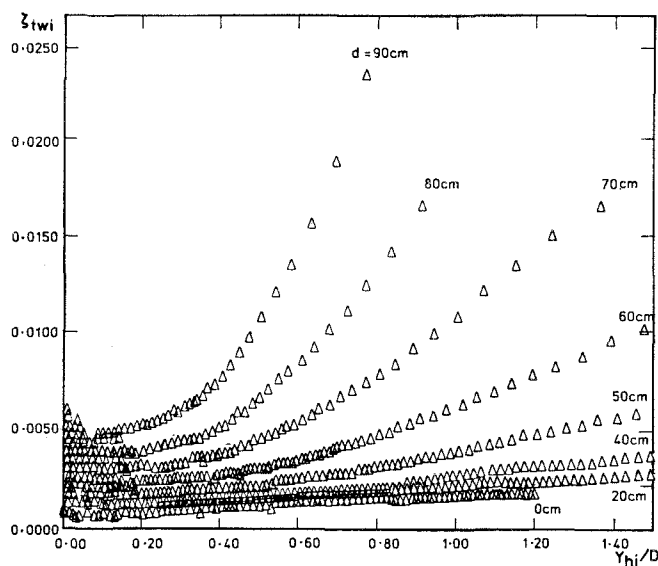


図-3 静水中における減衰定数(ζt_{wi})と Y_{hi}/D の関係

$$KC = (Y_{hi}/D) \cdot 2\pi \cdot d/l \quad \text{-----}(10)$$

(9)式は次式のように表現できる。

$$C_{Di} = \{12\pi^2 \cdot M_{mo} \cdot l / (\pi \cdot D^2 \cdot SKC \cdot d^3)\} \zeta_{fi} \quad \text{-----}(11)$$

(10)式、(11)式に、 ζ_{fi} 、 Y_{hi}/D の測定値、
ならびに実験諸元値 M_{mo} と d/l をそれぞれ代入
することによって得られた、 C_{Di} と SKC の関係を
設定水深 d をパラメーターとして図-5に示
す。図中には、次式で示される C_D と KC 数の関係
を示す理論値^{6), 7)}を実線で記入している。

$$C_D = 3\pi^{5/2} / (2KC\sqrt{\beta}) \quad \text{-----}(12)$$

式中、 β は次式で定義される粘性一周波数パ
ラメーターである。

$$\beta = Re/KC = D^2 \cdot fnw/\nu \quad (\nu = \mu/\rho) \quad \text{-----}(13)$$

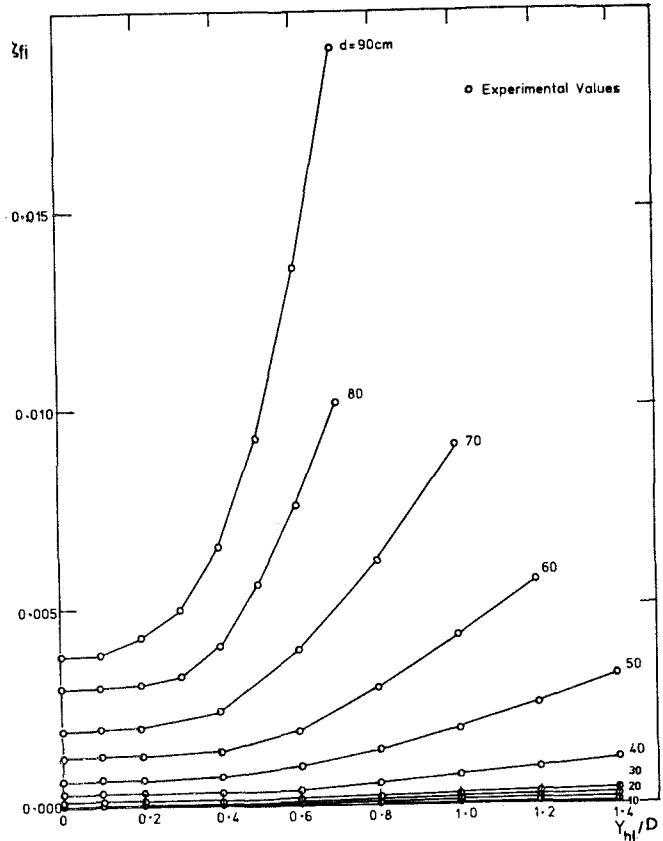


図-4 流体減衰定数(ζ_{fi})と Y_{hi}/D の関係

(12)式は、一様振動流中に固定された円柱の
表面に発達する層流境界層による流体粘性摩
擦力等を考慮することによって
得られたものである。

また、一様振動流中に固定さ
れた円柱に作用する力の実測値
から C_D と KC 数の関係を調べた
Sarpkaya⁸⁾と Bearman等⁹⁾の結
果も β をパラメーターとして示
している。図-5より以下のこと
が明らかである。

1) 本実験結果 (C_{Di} と SKC の関
係、 $\beta \approx 500$)と一様振動流中
での実験結果 (C_D と KC の関係
 $400 < \beta < 1100$) との一致は良
好である。

2) C_{Di} と SKC の関係には水深 d
の影響が認められない。

3) $SKC < 約2.5$ の範囲では、 C_{Di} は SKC の増加とともに減少し(12)式で示される理論値でほぼ近似されている。

4) $SKC > 約2.5$ の範囲では、 C_{Di} は SKC の増加とともに増加し理論値((12)式)との差は大きくなる。

KC 数が2~3以上になると、一様振動流中や波動場中に設置された円柱の表面からはく離渦が発生することが報告さ

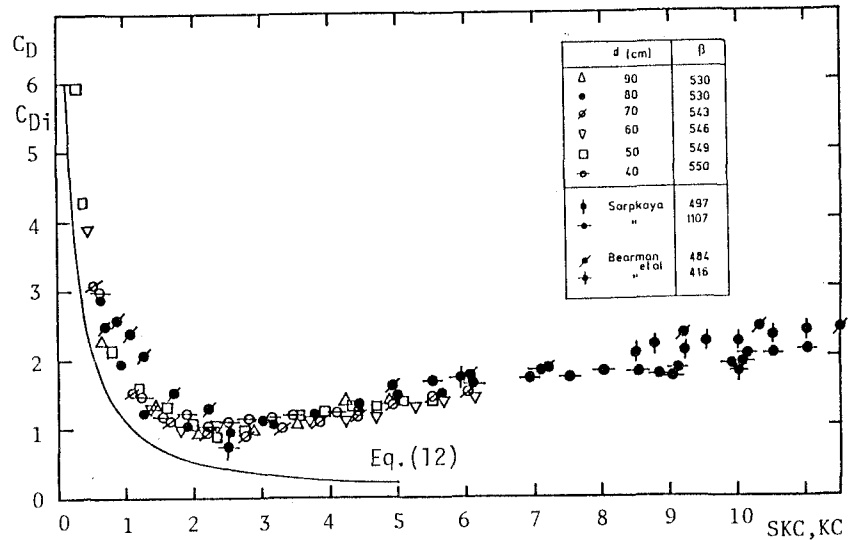


図-5 抵抗係数(C_D, C_{Di})と KC, SKC 数との関係

れている^{10)~13)}。従って、上記4)に記述されている現象は、円柱体の静水表面近傍にはSKCが2~3以上になるとはく離渦が発生しているためと推測される。上記3)に記述されている現象は、SKC<約2.5では円柱体の静水表面近傍には、はく離渦の発生が存在しない結果によるものと考えられる。

実験値 C_{Di} と理論値((12)式)との一致が良好であることから、SKC<約2.5では、円柱体に作用する流体減衰力は主に層流境界層の発達による円柱表面に作用する粘性摩擦力によって支配されていると考えられる。

実験値 C_{Di} は理論値 C_D より若干大である(SKC<約2.5)。これは、 C_{Di} の算定法((7)~(11)式参照)において流体減衰力の円柱軸方向変化特性が考慮されてないためと考えられる。この C_D の円柱軸方向変化特性を評価することを目的として以下の考察を行う。

C_D は一周期間および円柱軸方向に一定であり静水表面でのKC数つまりSKCを用いた(12)式で表現できると仮定すると、円柱体の振動量が小さい場合(SKC<約2.5)の流体減衰定数 ζ_{fi} は(9)式と(12)式を用いて次式のように表現できる(註(12)式中のKC数をSKC数と置換)。

$$\zeta_{fi} = \rho \cdot D^2 \cdot \pi^{1/2} \cdot d^3 / (8 \cdot M_{mo} \cdot l \sqrt{\beta}) \quad \text{-----(14)}$$

一方、 C_D は一周期間では一定であるが、円柱軸方向には変化し、円柱軸上各点での C_D 値はその点におけるKC数を用いた(12)式で表現できると仮定すると流体減衰定数 ζ_{fi} は(7)式と(12)式を用いて次式のように表現できる。

$$\zeta_{fi} = \rho \cdot D^2 \cdot \pi^{1/2} \cdot d^3 / (6 \cdot M_{mo} \cdot l \sqrt{\beta}) \quad \text{-----(15)}$$

(14)式、(15)式は円柱体の振動量には依存しない関数であり、円柱体の振動量が小さい場合(SKC<約2.5)の流体減衰定数 ζ_f の理論値をそれぞれ示している。これら理論値と円柱振動量が小さい場合の流体減衰定数 ζ_f の各水深 d における実験値($Y_{hi}/D=0.1$ における ζ_{fi} 、図-3参照)との比較を図-6に示す。流体減衰力の円柱軸方向変化をも考慮した(14)式で示されると ζ_f の理論値と実験値の一致は大変良好である。このことは、円柱体の振動量が小さい場合(具体的にはSKC数が約2.5以下)の円柱体に作用する流体減衰力は、円柱表面に発達する層流境界層による粘性摩擦力等を考慮した理論式((12)式)で評価可能であることを示している。

5. おわりに

以上は、静水中でロッキング振動しながら減衰自由振動している円柱に作用する流体減衰力の特性を調べたものである。その結果以下の主要な結果が得られた。

- 1) 流体減衰力の特性を支配する重要なパラメータは表面KC数(=SKC:静水自由表面の位置におけるKC数)である。
- 2) 円柱振動量が小さい場合(SKC<約2.5)には流体減衰力は円柱表面に作用する流体粘性摩擦力によって支配される。
- 3) 一方、円柱振動量が大きくなると(SKC>約2.5)、流体減衰力は円柱表面からの境界層はく離より生ずる後流渦の存在による圧力抵抗力によって支配

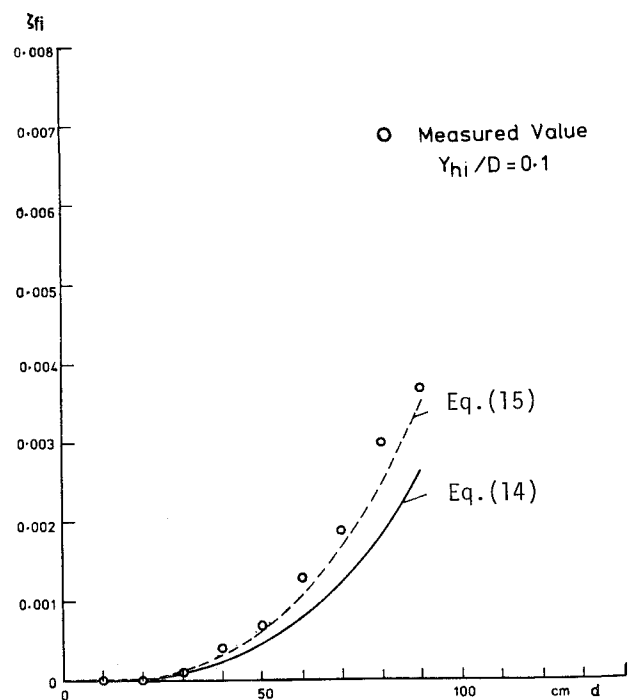


図-6 流体減衰定数(ζ_{fi} , Y_{hi}/D)の水深変化
(実験値と理論値の比較)

される。

- 4) 流体粘性摩擦力は、円柱表面に発達する層流境界層による流体粘性せん断力等を考慮した理論式((12)式)で評価可能である。従って、円柱振動量が小さい場合 (SKC<約2.5)の流体減衰定数は、(12)式で示される理論式を用いた、(14)式、(15)式でそれぞれ評価可能である。

これら得られた成果をもとにして、今後は、工学的に重要な、流れ場（一方向流、振動流、波動場）中で渦励振動している円柱に作用する流体減衰力の特性を調べる予定である。

謝辞

本研究を進めるにあたり、有益な討論ならびにご助言をしてくださいました英国 National Maritime Instituteの J. R. Chaplin先生、London大学Imperial CollegeのP. W. Bearman先生、J. M. R. Graham先生に謝意を表します。

参考文献

- 1) Blevins, R. D., "Flow-Induced Vibration", Van Nostrand Reinhold, pp. 217-1977.
- 2) Bramley, M. E., "On the Hydrodynamic Damping of a Circular Cylinder", M.Sc. Thesis, Dept. of Civil Engineering, Imperial College of Science and Technology, London, 1966.
- 3) King, R., "the Hydrodynamic Damping of Natural Vibrations of a Cantilevered Cylinder", The British Hydromechanics Research Association, BHRA, Reoprt RR-1122, 1972.
- 4) Verley, R. L. P., "An Investigation into the Hydrodynamic Damping of Cylinder Oscillating in Steady Currents of Various Velocities", River and Harbour Laboratory Report No.STF-60-A78049, Norwegian Institute of Technology, Trondheim-NTH, 1978.
- 5) 川建和雄, 長浜智基, 篠崎高茂, "円断面片持梁の水中振動", 九州大学応用力学研究所報告第48号, pp. 25-37, 1978.
- 6) Stokes, G. G., "On the Effects of Internal Friction of Fluid on the Motion of Pendulums", Trans. Camb. Phil. Soc.9, pp. 8-106, 1851.
- 7) Bearman, P. w., Downie, M. J., Graham, J. M. R. and Obasaju, E. d., "Forces on Cylinders in Viscous Oscillatory Flow at Low Keulegan-Carpenter Numbers", J. Fluid Mech., Vol.154, pp. 337-356, 1985.
- 8) Sarpkaya, T., "Vortex Shedding and Resistance in Harmonic Flow about Smooth and Rough Circular Cylinders at High Reynolds Numbers", Technical Report No. NPS-59SL76021, Naval Postgraduate School, Monterey, CA., 1976.
- 9) Bearman, P. W., Graham, J. M. R., Naylor, P. and Obasaju, E. D., "The Role of Vortices in Oscillatory Flow about Bluff Cylinder", International Symposium on Hydrodynamics in Ocean Engineering, The Norwegian Institute of Technology, pp. 621-644, 1981.
- 10) Bidde, D. B., "Laboratory Study of Lift Forces on Circular Piles", ASCE., Vol.97, No. WW4, pp. 595-614, 1971.
- 11) Isaacson, M. Q. and Maull, D. J., "Transverse Forces on Vertical Cylinders in Waves", ASCE., WW1, pp. 49-60, 1976.
- 12) Sawaragi, T. and Nakamura, T., "Analytical Study of Wave Force on a Cylinder in Oscillating Flow", Proceedings of the Specialty Conference on Coastal Structures 79, ASCE., pp. 154-173, 1979.
- 13) 沢本正樹, 菊池健治, "振動流中におかれた円柱に作用する揚力", 第26回海岸工学講演会論文集, pp. 429-433, 1979.