

浮体に及ぼす波による流体力について

大阪大学工学部土木工学科 正会員 権木 亨
大阪大学工学部土木工学科 正会員 青木伸一

1. はじめに

浮防波堤、浮桟橋あるいは近年増えつつある浮遊式石油掘削装置といった浮遊式構造物を設計する際には、その運動および係留力を正確に算定しなければならず、精度よい算定手法の開発が望まれている。加えて、最近では海洋空間の有効利用の観点から、海上石油備蓄、浮遊式海上空港といった開発計画が注目され、その必要性はますます高まっている。これらの浮遊式海洋構造物は定位保持のためにチェーンやロープにより係留されているが、その係留系の反力特性は通常非線型である。しかも作用する波は不規則であるため、このような浮体の運動や係留力を予想する方法としては、浮体の運動方程式を時系列で解く方法が一般的である。本研究は2次元矩形浮体を対象とし、運動方程式を解いていく際に必要となる浮体に及ぼす波による各種の流体力を、井島の計算手法を応用して算定する方法を述べるとともに、それらの特性や計算上の問題点について若干の検討を行なったものである。

ここで本論文で取り上げる流体力について説明しておく。2次元自由浮体の運動方程式は、粘性減衰の影響を無視すると次式のように書くことができる。

$$\sum_{j=1}^3 \{ (M_{kj} + a_{kj}) \ddot{x}_j + b_{kj} \dot{x}_j + c_{kj} x_j \} = F_k(t) ; (k=1, 2, 3) \quad (1)$$

ここに M_{kj} は慣性マトリックスの要素、 c_{kj} は静水反力係数である。 a_{kj}, b_{kj} はそれぞれ付加質量および減衰係数であり、これらは浮体を静水中で動搖させたときに発生する波によって受ける力（造波抵抗力）を表現している。 $F_k(t)$ は外力項であり、不規則波中では一般に波浪強制力（1次の波力）と変動漂流力（2次の波力）に分けられる。波浪強制力は浮体を固定させたときの波力として求められるが、変動漂流力は運動と波との相互干渉の影響を含むので、波浪強制力のように浮体の運動と独立に考えることはできず、本来は外力として(1)式の右辺に置くことはできない。しかし一般にはこれも便宜的に $F_k(t)$ の中に含めて考えているようである。以下ではこれらのうち、波浪強制力、造波抵抗力、および変動漂流力の算定に必要となる規則波の定常漂流力（一周期平均された2次の波力）について考察を進めることにする。

2. 流体力の算定方法

2-1 井島の2次元矩形浮体に対する運動解析

本計算手法は文献1)に詳しいが、この手法を用いた各種流体力の算定方法を説明するに先立って、ここでは簡単にその概略を示しておく。座標系は図-1に示す通りであり、浮体はその重心を $(0, \bar{z}_0)$ にもつ、質量 M 、慣性モーメント I の2次元矩形浮体とする。浮体は規則波の作用の下に微小振幅の正弦的な振動を行ない、 x 方向に $\xi = \xi^* e^{i\omega t}$ (Sway), z 方向に $\eta = \eta^* e^{i\omega t}$ (Heave) また回転運動として反時計回りに $\delta = \delta^* e^{i\omega t}$ (Roll) の運動をするものとする。流体の速度ポテンシャル $\Phi(x, z, t)$ も $\Phi(x, z, t) = \varphi(x, z) \cdot e^{i\omega t}$ の形に表わされ、図-1の各領域I, II, IIIにおいて水底および自由表面あるいは浮体底面の境界条件を満足する $\varphi(x, z)$ として、次のような直交関数系の級数の形におくことができる。

$$\varphi_1(x, z) = (A e^{ik(x-l)} + B e^{-ik(x-l)}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} C_m e^{-km(x-l)} \frac{\cos km(z+h)}{\cos kmh} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(x, z) = & \sum_{r=0}^{\infty} \left(H_r \frac{\cosh Rx}{\cosh Rh} + I_r \frac{\sinh Rx}{\sinh Rh} \right) \cos R(z+gh) + Z_i \frac{k}{\ell} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s}{(\mu_sh)^2} \frac{\cosh \mu_sh(z+h)}{\sinh \bar{g}/\mu_sh} \\ & \cdot \left\{ \eta^* \alpha h \cosh \mu_sh + \left(\frac{k}{\ell} \right)^2 \delta^* \alpha l^2 \frac{\sinh \mu_sh}{\mu_sh} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\varphi_3(x, z) = J e^{ik(x+l)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} L_m e^{km(x+l)} \frac{\cos km(z+h)}{\cos kmh} \quad (4)$$

ここに A は入射波、 B は反射波、 J は通過波、 C_m, L_m は散乱波に対応する未知定数であり、 H_r, I_r も未知定数である。一方 k, km は次式より定まる固有値である。

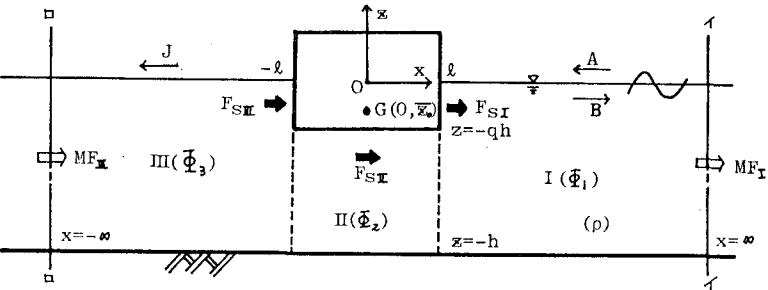
$$\alpha^2 h/g = k^2 h \tanh kh = -kmh \tanh kmh \quad (m=1, 2, \dots) \quad (5)$$

また $\bar{q}=1-q$, $\mu s=(2s+1)\pi/2\ell$, $R=\tau\pi/\bar{q}h$ である。未知定数 A は入射波条件により、 B, J, C_m, L_m, H_r, I_r は各領域の仮想境界面における力学的、運動学的境界条件を解くことによって決定されるがその詳細については省略する。

2-2 波浪強制力および造波抵抗力

波浪強制力は前述のように浮体を固定させた場合の波力であるから、

図-1



$\xi = \eta = \delta = 0$ とおき仮想境界面での連続条件を解いて各領域の速度ポテンシャルが決定されれば、浮体周辺にわたって圧力を積分することにより求めることができる。

一方、造波抵抗力は今の場合定常問題を考えているので、静水中で浮体を周期的に運動させたときにその周りに発生する波によってもたらされる力である。今、ある外力によって1つの運動モード、例えばSwayに $\dot{\xi} = \xi^* e^{i\omega t}$ の運動を行なわせる。このとき速度は $\dot{x} = i\sigma \xi^* e^{i\omega t}$ 加速度は $\ddot{x} = -\sigma^2 \xi^* e^{i\omega t}$ と表される。この運動によって発生した波が浮体におよぼすSway方向の力を F_R として、さらに F_R を速度および加速度と周位相の成分に分解して $F_R = -a\ddot{\xi} - b\dot{x}$ とおく。浮体はある外力の下で振動を行なっているから、運動方程式として次式が成立する。

$$M\ddot{\xi} = (\text{外力}) + F_R \quad \text{これを } a, b \text{ を使って書き直すと、 } (M+a)\ddot{\xi} + b\dot{x} = (\text{外力})$$

ここに、 a を付加質量、 b を造波減衰係数と呼ぶ。 a, b は $F_R / \ddot{\xi} = a \cdot \sigma^2 - ib\sigma$ より、次式で求められる。

$$a = \frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\left(\frac{F_R}{\ddot{\xi}}\right), \quad b = -\frac{1}{\sigma} \operatorname{Im}\left(\frac{F_R}{\ddot{\xi}}\right) \quad (6)$$

したがって井島の方法を用いて a, b を求めるには、 $A=0$ とおき、1つの運動モードに単位振幅の振動を与えて解いたポテンシャルより3方向の造波抵抗力 F_R を決定し、式(6)に代入すればよい。以上の展開より、付加質量および造波減衰係数は原理的には1つの運動モードについて3つづつ、計9つづつ存在することになるが、今の場合連成があるのはSwayとRollのみであり、結局5つづつ存在することになる。

2-3 定常漂流力

a) 運動量保存則を利用する方法(丸尾の方法)

本手法は丸尾²⁾により最初に示されたものである。その概要を以下に示す。図-1に示すように、浮体から十分遠く離れた点 ($x=\infty, -\infty$) に検査断面イーイ、ローロを設ける。断面イーイを通過して x の正方向に輸送される x 方向の運動量flux $M F_I$ の一周期平均値 $\overline{MF_I}$ は、

$$\overline{MF_I} = \int_{-\infty}^{\infty} (p_m + g u_m^2) dz = \frac{1}{2} \rho g h^2 + \frac{1}{2} \rho \int_{-\infty}^0 \left(\overline{\Phi}_{1x}^2(\infty) - \overline{\Phi}_{1x}^2(-\infty) \right) dz + \frac{1}{2} \rho g \overline{\zeta^2} \quad (7)$$

同様に断面ローロを通過して x の正方向に輸送される x 方向の運動量flux $M F_{III}$ の一周期平均値 $\overline{MF_{III}}$ は、

$$\overline{MF_{III}} = \frac{1}{2} \rho g h^2 + \frac{1}{2} \rho \int_{-\infty}^0 \left(\overline{\Phi}_{3x}^2(-\infty) - \overline{\Phi}_{3x}^2(\infty) \right) dz + \frac{1}{2} \rho g \overline{\zeta^2}_{-\infty} \quad (8)$$

浮体に働く x 方向の力を F とし、断面イーイ、ローロ、自由表面、水底および浮体の浸水面で囲まれる流体部分に適用すると、領域内部の運動量変化の一周期平均値はゼロであることより次式が成立する。

$$\overline{F} = \overline{MF_{III}} - \overline{MF_I} \quad (9)$$

ここに、 \overline{F} は x 方向すなわちSwayの定常漂流力であり、(9)式に(7),(8)式を適用し、さらに(2),(4)式のポテンシャルを代入して整理すると、次のような極めて簡単な式が得られる。ここに a は入射波の振幅である。

$$\overline{F} = -\frac{1}{2} \rho g a^2 \left(1 + \frac{2\bar{q}h}{\sinh 2\bar{q}h} \right) |\frac{B}{A}|^2 \quad (10)$$

b) 周辺積分による方法

この方法は2次のオーダーまで厳密に考慮して浮体周辺の圧力場を積分する方法であり、Pinksterら³⁾によって定式化された。本手法は丸尾の方法に比べて計算は繁雑ではあるが、丸尾の方法が規則波にしか適用できないのに対して不規則波中での変動漂流力を正しく評価できる可能性を有しており、有効な方法であると思われる。ここでは2次元矩形浮体への適用方法を示す。

摂動法を用いて速度ポテンシャル、圧力、水位変動、浮体の運動が次式のように微小パラメーター ϵ によって展開されているとする。

$$\left. \begin{aligned} \Psi &= \epsilon \bar{\Psi}^{(0)} + \epsilon^2 \bar{\Psi}^{(2)} + \dots, & p &= p^{(0)} + \epsilon p^{(1)} + \epsilon^2 p^{(2)} + \dots, & \zeta &= \epsilon \bar{\zeta}^{(1)} + \epsilon^2 \bar{\zeta}^{(2)} + \dots \\ \xi &= \epsilon \bar{\xi}^{(1)} + \epsilon^2 \bar{\xi}^{(2)} + \dots, & \eta &= \epsilon \bar{\eta}^{(1)} + \epsilon^2 \bar{\eta}^{(2)} + \dots, & \delta &= \epsilon \bar{\delta}^{(1)} + \epsilon^2 \bar{\delta}^{(2)} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

また Bernoulli の式より圧力 p は次式で表わされる。

$$p(x, z, t) = -\gamma g z - \gamma \bar{\Psi}_t - \frac{1}{2} \gamma |\nabla \bar{\Psi}_t|^2 \quad (12)$$

ここで新しい座標系として、運動する浮体に固定された座標系 O-X-Z を考える。ただしこの座標軸は浮体の運動の平均位置では O-x-z 軸に一致するものとする。また O-X-Z 系で定義される流体内部の圧力を $P(X, Z, t)$ と書くこととする。 $(P = P^{(0)} + \epsilon P^{(1)} + \epsilon^2 P^{(2)} + \dots) \quad (13)$ O-X-Z 系で定義された浮体表面上の点 (X_0, Z_0) を O-x-z 系で表わすと $(X_0 + \alpha, Z_0 + \beta)$ となる。ここに α, β は浮体の運動に基づく浮体表面上の点の変位量であり、次式のように表現できるものとする。

$$\alpha = \epsilon \alpha^{(1)} + \epsilon^2 \alpha^{(2)} + \dots, \quad \beta = \epsilon \beta^{(1)} + \epsilon^2 \beta^{(2)} + \dots \quad (14)$$

また Taylor 展開を用いると浮体表面上の圧力 $P(X_0, Z_0, t)$ は O-x-z 系で定義された圧力 p を用いて次式のように表現できる。

$$P(X_0, Z_0, t) = p(X_0 + \alpha, Z_0 + \beta, t) = p(X_0, Z_0, t) + \alpha p_x(X_0, Z_0, t) + \beta p_z(X_0, Z_0, t) + \dots \quad (15)$$

上式に(11),(12),(13),(14)式を代入し、 ϵ の同次の項を等しいとおけば、浮体表面上の圧力は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} P^{(0)}(X_0, Z_0, t) &= -\gamma g Z_0, & P^{(1)}(X_0, Z_0, t) &= -\gamma g \beta^{(1)} - \gamma \bar{\Psi}_t^{(1)} \Big|_{\substack{x=X_0 \\ z=Z_0}} \\ P^{(2)}(X_0, Z_0, t) &= -\gamma g \beta^{(2)} - \gamma \left\{ \alpha^{(1)} \bar{\Psi}_{xz} \Big|_{\substack{x=X_0 \\ z=Z_0}} + \beta^{(1)} \bar{\Psi}_{zz} \Big|_{\substack{x=X_0 \\ z=Z_0}} \right\} - \gamma \bar{\Psi}_t^{(2)} \Big|_{\substack{x=X_0 \\ z=Z_0}} - \frac{1}{2} \gamma \left| (\nabla \bar{\Psi}_t^{(1)})_{x=X_0} \right|^2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

この圧力を時々刻々変化する浸水表面にわたって積分することにより2次のオーダーまでの波力を求めることができる。以下ではSwayの波力についてのみ論議を進める。図-1中に示すように、Sway方向の波力を各領域毎に F_{SI} , F_{SII} , F_{SIII} とし、これらについても ϵ によって展開されるとする。すなわち、 $F_{SI} = F_{SI}^{(0)} + \epsilon F_{SI}^{(1)} + \epsilon^2 F_{SI}^{(2)} + \dots$ etc. (17)

$$F_{SI} = - \int_{-qh}^r P(l, z, t) n_x dz \quad (18)$$

ここに γ は、O-X-Z 系からみた水表面の高さ、 n_x は浮体表面に立てた外向き法線ベクトルの x 方向成分である。そしてこれらも $\gamma = \epsilon \gamma^{(0)} + \epsilon^2 \gamma^{(2)} + \dots$, $n_x = n_x^{(0)} + \epsilon n_x^{(1)} + \epsilon^2 n_x^{(2)} + \dots$ と表わされるものとする。(18)式の積分範囲を $-qh \sim 0$ と $0 \sim \gamma$ の部分に分け、 $0 \sim \gamma$ については静水圧分布を仮定すると

$$F_{SI} = - \int_{-qh}^0 P(l, z, t) n_x dz - \frac{1}{2} \gamma g h^2 n_x \quad (19)$$

上式に(18)式の P を代入し、O-X-Z 系で定義された浮体表面の座標は O-x-z 系で定義された運動の平均位置の座標と等しいことを考慮すると、2次のオーダーまでの波力が次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_{SI}^{(0)} &= -\frac{1}{2} \gamma g (gh)^2 n_x^{(0)}, & F_{SI}^{(1)} &= - \int_{-qh}^0 (-\gamma g \beta^{(1)} - \gamma \bar{\Psi}_t^{(1)} \Big|_{\substack{x=l \\ z=z}}) n_x^{(0)} dz - \frac{1}{2} \gamma g (gh)^2 n_x^{(1)} \\ F_{SI}^{(2)} &= - \int_{-qh}^0 \left\{ -\gamma g \beta^{(2)} - \gamma \alpha^{(1)} \bar{\Psi}_{xz} \Big|_{\substack{x=l \\ z=z}} - \gamma \beta^{(1)} \bar{\Psi}_{zz} \Big|_{\substack{x=l \\ z=z}} - \gamma \bar{\Psi}_t^{(2)} \Big|_{\substack{x=l \\ z=z}} - \frac{1}{2} \gamma \left| (\nabla \bar{\Psi}_t^{(1)})_{x=l} \right|^2 \right\} n_x^{(0)} dz \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$-\int_{-qh}^0 \left\{ -\gamma g \beta^{(2)} - \gamma \bar{\Psi}_t^{(2)} \Big|_{\substack{x=l \\ z=z}} \right\} n_x^{(1)} dz - \frac{1}{2} \gamma g (gh)^2 n_x^{(2)} - \frac{1}{2} \gamma g h \beta^{(1)} n_x^{(0)}$$

ここで、 $\bar{\Psi} = \bar{\Psi}_1$, $\alpha^{(1)} = \xi^{(1)} + (\bar{z}_0 - z) \delta^{(1)}$, $\alpha^{(2)} = \xi^{(2)} + (\bar{z}_0 - z) \delta^{(2)} - \frac{1}{2} l \delta^{(1)2}$, $\beta^{(1)} = \eta^{(1)} + l \delta^{(1)}$, $\beta^{(2)} = \eta^{(2)} + l \delta^{(2)} + \frac{1}{2} (\bar{z}_0 - z) \delta^{(2)2}$, $\delta^{(1)} = \xi^{(1)}|_{x=l} - \eta^{(1)} - l \delta^{(1)}$, $n_x^{(0)} = 1$, $n_x^{(1)} = 0$, $n_x^{(2)} = -\frac{1}{2} \delta^{(1)2}$ を(20)式に代入して整理すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} F_{SI}^{(0)} &= -\frac{1}{2} \gamma g (gh)^2, & F_{SI}^{(1)} &= \gamma g g h (\eta^{(1)} + l \delta^{(1)}) + \gamma \int_{-qh}^0 \bar{\Psi}_t^{(1)} \Big|_{\substack{x=l \\ z=z}} dz \\ F_{SI}^{(2)} &= \gamma g g h (\eta^{(2)} + l \delta^{(2)}) + \frac{1}{2} \gamma g g h (\bar{z}_0 + \frac{1}{2} gh) \delta^{(1)2} + \frac{1}{4} \gamma g (gh)^2 \delta^{(1)2} - \frac{1}{2} \gamma g (\xi^{(1)}|_{x=l} - \eta^{(1)} - l \delta^{(1)})^2 \\ &+ \gamma \int_{-qh}^0 \left[\left\{ \xi^{(1)} + (\bar{z}_0 - z) \delta^{(1)} \right\} \bar{\Psi}_t^{(1)} \Big|_{\substack{x=l \\ z=z}} + (\eta^{(1)} + l \delta^{(1)}) \bar{\Psi}_t^{(1)} \Big|_{\substack{x=l \\ z=z}} + \bar{\Psi}_t^{(2)} \Big|_{\substack{x=l \\ z=z}} + \frac{1}{2} \left| (\nabla \bar{\Psi}_t^{(1)})_{x=l} \right|^2 \right] dz \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

同様の手順によって、 F_{SII} , F_{SIII} を決定することができ、これらの和として Sway 方向の波力 $F_S (=F_S^{(1)} + \epsilon F_S^{(2)} + \epsilon^2 F_S^{(3)} + \dots)$ が求められる。以下に $F_S^{(2)}$ を示す。

$$F_S^{(2)} = \frac{1}{2} g f \left\{ (\xi^{(1)}|_{x=-l} - \eta^{(1)} + l \delta^{(1)})^2 - (\xi^{(1)}|_{x=l} - \eta^{(1)} - l \delta^{(1)})^2 \right\} \quad \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

$$+ g \int_{-qk}^0 \frac{1}{2} \left\{ |(\nabla \Phi_1^{(1)})|_{z=2}^2 - |(\nabla \Phi_3^{(1)})|_{z=2}^2 \right\} dz \quad \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

$$+ g \int_{-qk}^0 \left[\{\xi^{(1)} + (\bar{z}_0 - z) \delta^{(1)}\} (\Phi_{1zx}^{(1)}|_{z=2} - \Phi_{3zx}^{(1)}|_{z=2}) + \eta^{(1)} (\Phi_{1zx}^{(1)}|_{z=2} - \Phi_{3zx}^{(1)}|_{z=2}) + l \delta^{(1)} (\Phi_{1xz}^{(1)}|_{z=2} + \Phi_{3xz}^{(1)}|_{z=2}) \right] dz \quad \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

$$+ 2gfl \eta^{(1)} \delta^{(1)} + g \int_{-l}^l \Phi_{2zx}^{(1)}|_{z=2} dz \quad \dots \dots \dots \textcircled{4}$$

$$+ g \int_{-qk}^0 (\Phi_{1zx}^{(1)}|_{z=2} - \Phi_{3zx}^{(1)}|_{z=2}) dz \quad \dots \dots \dots \textcircled{5}$$

Heave, Rollについても同様の表現を得るがここでは省略する。Pinksterの表現に従えば、第①項は1次の相対波高による寄与分、第②項は1次の流速による圧力低下、第③項は1次の圧力の変動分、第④項は1次の運動の寄与分、第⑤項は2次のポテンシャルの寄与分をそれぞれ表わしている。Swayの定常漂流力は(22)式を一周期平均することによって得られるが、このとき第⑤項は消えて、結局1次の諸量のみ判明すれば定常漂流力が決定されることになる。(1次の諸量は井島の方法により求められている。)

3. 計算結果および考察

3-1 井島の計算手法の妥当性について

文献1)において指摘されているように、井島の計算手法の問題点は無限級数の形で表現される速度ポテンシャルの収束性である。井島らは、仮想境界面における速度ポテンシャルと水平流速の連続性を調べた結果、級数項は10項程度とればよいと述べている。図-2は $q=0.5$, $\ell/h=0.5$, $\bar{z}_0/h=-0.75q$, $I=2/3M\ell^2$ の場合について、級数項を10項までとて計算した運動の振幅の周波数応答を示したものである。(図中 a は入射波振幅である) 図-3は、散乱波の影響が比較的大きいと思われるRollの固有周期付近($\sigma^2 h/g=1.2$)での、級数項の項数Nの変化に伴う運動振幅の変化の状況を示したものである。これからも、運動については井島らが指摘している通り、10項以上とれば十分であることが確認できる。一次の波力である波浪強制力や造波抵抗力の算定においても10項以上とれば十分であると思われる。

3-2 波浪強制力および造波抵抗力について

図-4は波浪強制力の振幅 $|F_i^{(1)}|$ (Sway), $|\xi_i^{(1)}|$ (Heave), $|M_i^{(1)}|$ (Roll)の周波数応答を示したものである。図-4と図-2を比較すると、波浪強制力と運動の周波数応答特性は大きく異なっており、外力に対する運動応答の周波数依存性が強いことを示唆している。

図-5には付加質量の周波数応答を、図-6には減衰係数の周波数応答を示している。図中 a_{11}, a_{22}, a_{33} はそれぞれSway, Heave, Rollの付加質量(付加慣性モーメント) a_{11}, a_{22}, a_{33} を、 $a_{13}(a_{31})$ はSway-Roll(Roll-Sway)の連成による付加

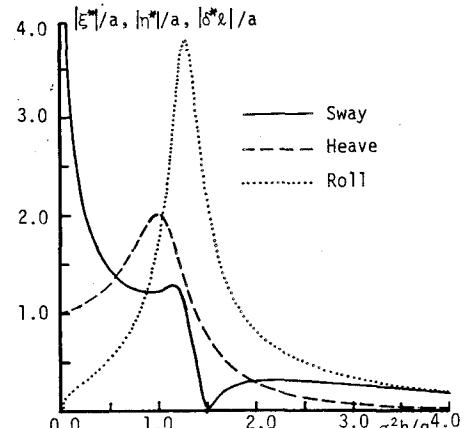


図-2

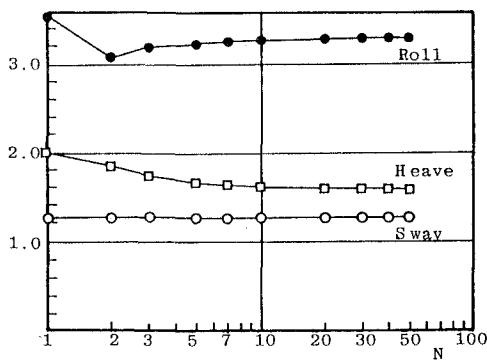


図-3

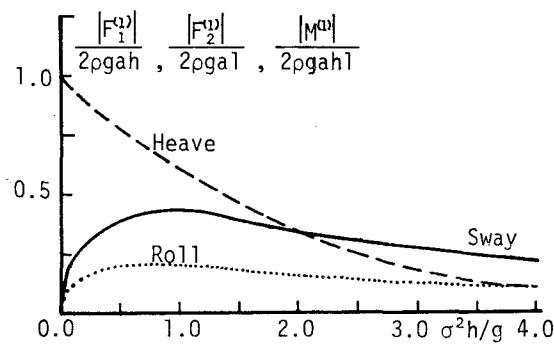


図-4

質量 (a_{13} (a_{31})) , Haskind の関係により a_{13} と a_{31} は等しい) をそれぞれ表-1に示す諸量で無次元化した値である。同様に b'_{11} , b'_{22} , ……は減衰係数 (b_{11} , b_{22} , ……) を表-1中の諸量で無次元化した値を示している。

これらの図より、付加質量、減衰係数とも周波数による変動はあまり大きくなことがわかる。しかしながらこの図からはこれらの係数がどの程度浮体の運動に影響を及ぼしているかは判別できないし、連成の影響を評価しようとしても、例えば a_{11} と a_{13} とは次元が異なるため単純にその大きさだけで比較することはできない。そこでここでは、付加質量と減衰係数はあくまでも造波抵抗力の一つの表現方法にすぎないことに注目して、(1) 式を次のように書き直す。

$$\sum_{j=1}^3 \{ M_{Rj} \ddot{x}_j + C_{Rj} \dot{x}_j \} = F_R(t) - \sum_{j=1}^3 a_{Rj} \ddot{x}_j - \sum_{j=1}^3 b_{Rj} \dot{x}_j \quad (23)$$

そして右辺第2項、第3項を、次のように波浪強制力との比 (A_{Rj} , B_{Rj}) によって定量的に評価することを試みる。

$$A_{Rj} = \frac{|-a_{Rj} \ddot{x}_j|}{|F_R(t)|}, \quad B_{Rj} = \frac{|-b_{Rj} \dot{x}_j|}{|F_R(t)|} \quad (24)$$

図-7, 図-8に上式より求めた A_{Rj} , B_{Rj} を示す。(ただし、 B_{11} と B_{31} , B_{22} と B_{33} は同じ値をとる) これらより、 A_{Rj} , B_{Rj} とも運動の影響を受けて周波数による変動が大きくなり、特に固有周波数付近 (Heave, Roll) では付加質量および減衰係数による力は波力の数倍にまで達しており、これらの係数の運動に及ぼす影響が非常に大きいことがわかる。また、SwayとRollの連成の影響を表わす A_{13} , A_{31} , B_{13} , B_{31} についても大きな値をとっており、連成の影響を無視することができないことを示している。

3-3 定常漂流力について

a) 計算手法の妥当性

丸尾の方法による定常漂流力の算定式(10)式には速度ポテンシャルの無限級数項が直接入っていないため、漂流力の収束性については3-1で調べたと同様、10項以上とすれば問題ないことが容易に想像される。図-9は $\sigma^2 h/g = 1.2$ の場合の定常漂流力の収束性を示したものであるが、やはり10項以上で収束していることがわかる。

一方、周辺積分法による算定式(22)式では無限級数項を直接積分する必要があるため、その収束性を検討しなければならない。図-10には丸尾の方法によって算定した定常漂流力を実線で、周辺積分法によって算定した定常漂流力をシンボルで示しており、図中白丸は級数の項数 $N = 10$ の場合、黒丸は $N = 50$ の場合である。浮体の運動が大きく散乱波の影響の大きい $\sigma^2 h/g = 0.8 \sim 1.6$ の付近では両者の方法による値は大きく異なっており、周辺積分法では正の値を示す点も現われている。(運動量保存則から考えてあり得ない。) 周辺積分法においても項数を増していくと次第に丸尾の方により求めた値に近づいていくようであるが、その収束性は非常に悪

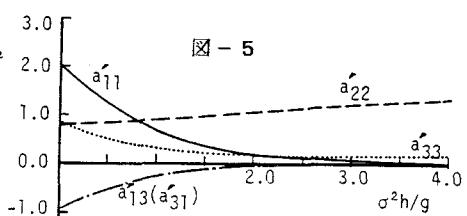


図-5

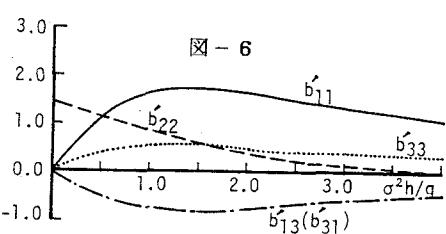


図-6

流体力係数	無次元化パラメータ
a_{11} , a_{22}	M
a_{13} , (a_{31})	$M\ell$
a_{33}	I
b_{11} , b_{22}	$M\sqrt{g/\ell}$
b_{13} , (b_{31})	$M\ell\sqrt{g/\ell}$
b_{33}	$I\sqrt{g/\ell}$

表-1

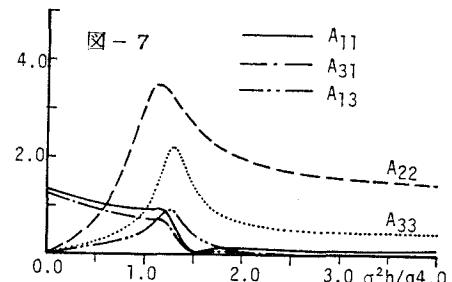


図-7

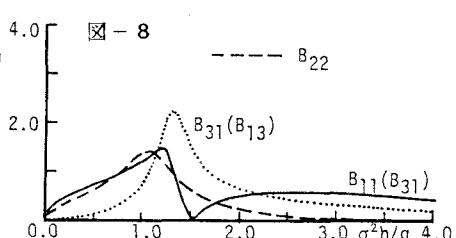


図-8

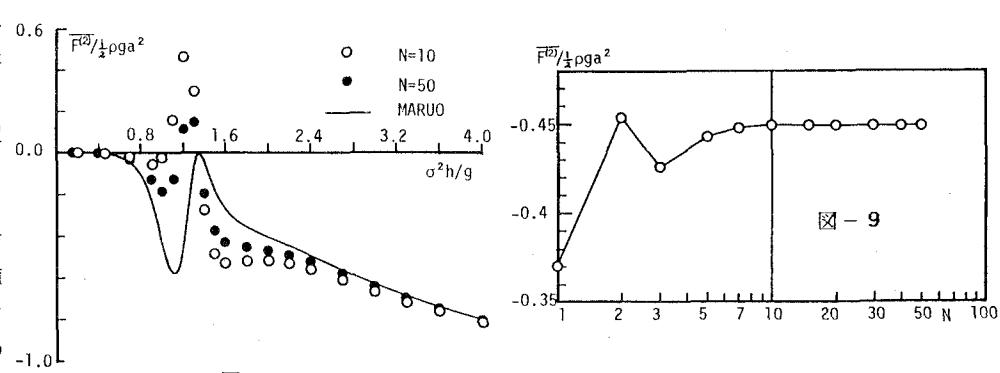


図-10

い。そこで(22)式中の各項①～④について、 $\sigma^2 h/g = 1.2$ での収束状況を調べたのが図-11である。ここではNは最大90までとっているが、図より明らかのように、①, ③, ④項については50項以上になれば収束しているのに対し、第②項は項数を増しても単調に減少しており、収束しそうはない。これは、運動が大きいところでは流速の収束性が悪くなり、流速の2乗の項として与えられる第②項の収束性も悪くなるためであろうと思われる。従って井島の方法は周辺積分法による定常漂流力の算定には適していないことが判明した。以下の考察に用いた定常漂流力の計算結果はすべて丸尾の方法により求めたものである。

b) 定常漂流力の特性について

これまでの論議は自由浮体を対象してきたが、前述したように漂流力は浮体の運動によって変化するものであり、浮体の拘束条件の影響を受ける。図-12は、拘束浮体、自由浮体、係留浮体(Swayにも変位に比例する反力を与えたもので、Swayの固有周波数は $\sigma^2 h/g = 0.2$ 付近に存在している)に対する定常漂流力の周波数応答を示したものである。これより、浮体の拘束条件によって応答特性は大きく変化し、特に係留した場合にはSwayの固有周波数付近で大きな値をとることがわかる。また、図-13は図-12中の係留浮体について、定常漂流力 $\bar{F}^{(2)}$ と波浪強制力の振幅 $|F_1^{(1)}|$ の比を示したものである。ただし、波浪強制力は波振幅に比例するのに対し、定常漂流力は波振幅の2乗に比例するため、波形勾配をパラメータにして示してある。これより、波形勾配を0.1と大きくとっても、Swayの固有周波数付近を除いては定常漂流力は波浪強制力に比べてはるかに小さいことがわかる。

4. 結び

以上、2次元矩形浮体に及ぼす波による流体力について、井島の計算手法を用いた算定方法を示すとともに、各種流体力の特性について若干の考察を行った。ここに得られた結論を列挙して結びとする。

- (1) 波浪強制力、付加質量、減衰係数および定常漂流力は井島の方法を用いて容易に計算することができる。
ただし周辺積分法を用いた定常漂流力の計算においては、浮体の運動が大きくなる領域で級数の収束性が悪くなり正しく算定することができない。
- (2) 付加質量および減衰係数は単に係数として評価するよりも波力として評価した方がその運動に対する影響をとらえ易く、波力として評価した場合運動の固有周波数付近で運動への影響力が大きいことが分かった。
- (3) 定常漂流力の特性は同一浮体であってもその拘束条件によって大きく異なり、特に係留浮体の場合には、Swayの固有周波数付近で大きな値を示す。

参考文献

- 1) 井島武士・田淵幹修・湯村やす：有限水深の波による矩形断面浮体の運動と波の変形，土木学会論文報告集，第202号，p.p.33-48, 1972
- 2) Maruo, H.: The drift of a body floating on waves, Jour. Ship Res., vol.4, No.3, 1960
- 3) Pinkster, J.A. and Oortmerssen G. Van : Computation of the first and second order wave forces on bodies oscillating in regular waves, Proc. 2nd International Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics, 1977

