

海中構造物に作用する不規則波の波力

京都大学工学部教授 工博 岩垣雄一

1. 概説

海洋技術の最近の発達には、原子力開発や宇宙開発から世界各国の注意を海洋資源の開発に向けさせた。食料・鉱物資源の供給源としての海洋の潜在力がとくに強調され、海洋は人間が征服すべき最後のフロンティアとも呼ばれている。しかし、総合的な意味での海洋開発は、まだその緒についたばかりであり、各種の要請に対して、ただちに応えるほど華々しいものではないが、世界各地で着実に進められている技術開発は、めざましい成果をみつつある。水産資源を除けば、海洋資源の開発は主として石油産業によって開始された。1920年代後半ダネズエラのマラカイボ湖に設置された固定式の木製プラットフォームによる海底油田の開発¹⁾を皮切りとし、特に戦後の急激な石油需要の増加に応えるため、現地の状況に応じて、固定式・潜水式・ジャッキアップ式等の各種プラットフォームが設計施工され、現在では作業水深が200m以上という大陸棚最深部の開発が可能なものまで製造されるようになった。

現在稼働中の各種石油採掘用のプラットフォームその他の海中構造物は、その大多数が鋼管を各部材として用いている。そこでここでは、円柱によって構成される杭状海中構造物を対象として考えることにする。海中構造物を設計する際の主要な要件である波力の算定は、これまで構造物設置地質における設計波を決定し、その設計波から Morrison²⁾の式にもとづいて行なってきたわけである。ところが1961年1月米国東海岸ニューヨーク沖に設置されていた米国空軍の海洋レーダー基地 Texas Tower No. 4 が劇壊・海没した事件を契機とし、不規則波による波力と構造物の応答に関する研究が開始された。

2. 不規則波力に対する基礎的概念

波動現象において、最も計測が簡単な水面変動から、構造物に作用する波力を推定するにあたり、一般には図-1に示すような解析過程が採用される。図中において線で囲まれた部分は、一種のフィルタとなっており、このフィルタの良否が結果である波力の精度に大きな影響を与える。

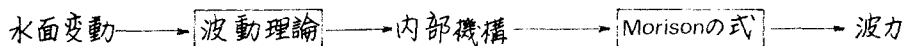


図-1 波力の解析過程

3. 不規則波の内部機構

不規則波の内部機構、特に水粒子速度および加速度の測定は技術的に非常に困難であり、従来の研究では水面変動からこれを推定する研究が行なわれている。ここでは Reid³⁾と Borgman⁴⁾の研究をもとにして水面変動 $\eta(t)$ より、水平方向水粒子速度 $u(t)$ ならびに加速度 $a(t)$ を計算する手法を略述する。

$\eta(t)$ と $u(t)$ および $a(t)$ のクロススペクトル密度 $S_{\eta u}(f)$ 、 $S_{\eta a}(f)$ は微小振幅波理論の関係をを用いて、次式のように表わされる。ただしZ軸は静水面を0とし上向きに正である。

$$S_{\eta\eta}(f) = \left\{ 2\pi f \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \right\} (\cos kd - i \sin kd) S_{\eta\eta}(f) \quad (1)$$

$$S_{\eta a}(f) = \left\{ 2\pi f \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \right\} (\sin kd - i \cos kd) S_{\eta\eta}(f) \quad (2)$$

ここに、 $S_{\eta\eta}(f)$ は uni-directional な水面変動のパワースペクトルであり、 k : 波数、 h : 水深、 d : $\eta(t)$ を測定した点と $u(t)$ または $a(t)$ を測定した点の間の波の進行方向に対する距離である。したがって、いま $d = 0$ とすると $u(t)$ と $a(t)$ に対する周波数応答関数 $K_u(f)$ および $K_a(f)$ はそれぞれ、

$$K_u(f, z) = (2\pi f) \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \quad (3)$$

$$K_a(f, z) = -i (2\pi f)^2 \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \quad (4)$$

となる。一般に、周波数応答関数 $K(f)$ は複素関数であり、次式のように示される。

$$K(f) = \int_{-\infty}^{\infty} k(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau - i \int_{-\infty}^{\infty} k(\tau) \sin 2\pi f \tau d\tau \quad (5)$$

ここで、 $k(\tau)$ は応答関数と呼ばれるものであり、周波数応答関数 $K(f)$ とフーリエ変換の対になっていることがわかる。したがって、(3)、(4)式で得た $K_u(f, z)$ と $K_a(f, z)$ をフーリエ変換すると、水粒子速度および加速度に対する応答関数 $k_u(\tau, z)$ と $k_a(\tau, z)$ が得られる。これらを用いて、 $\eta(t)$ に対するつぎのような積分変換をおこなえば、入力 $\eta(t)$ に対する出力 $u(t, z)$ および $a(t, z)$ が得られることになる。

$$u(t, z) = \int_{-\infty}^{\infty} k_u(\tau, z) \eta(t-\tau) d\tau \quad (6)$$

$$a(t, z) = \int_{-\infty}^{\infty} k_a(\tau, z) \eta(t-\tau) d\tau \quad (7)$$

筆者らは、最近開発された超音波流速計を用いて $u(t, z)$ を直接測定し、この理論の適合性を検討した。図-2 はその結果の1例を示したものである。実線が測定値であり、点線は $\eta(t)$ より(6)式を用いて推定した $u(t)$ である。図より明らかなように、両者の間にはきわめてよい一致が見られる。

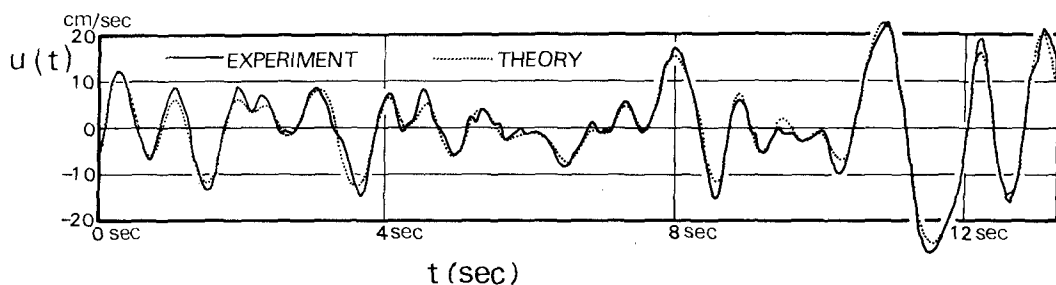


図-2 不規則波の水粒子速度

4. 不規則波力の確率分布

従来、海中構造物の設計において、波高の確率分布より求めた設計波に対して波力を算定していた

が、一歩すすめて波力そのものの確率分布を明らかにし、これから設計波力を決定する方がより合理的であると考えられる。この節では、波力の確率分布に関する、Borgman⁶⁾および Pierson and Holmes⁷⁾の研究をもとにして、その手法を略述する。

図-3に示されるような円柱に作用する単位長さあたりの波力 $\phi(t)$ は、Morisonの式より、

$$\phi(t) = C_D \frac{w}{2g} D |u| + C_H \frac{w \pi D^2}{g} a \quad (8)$$

$$= C_1 |u| + C_2 a \quad (9)$$

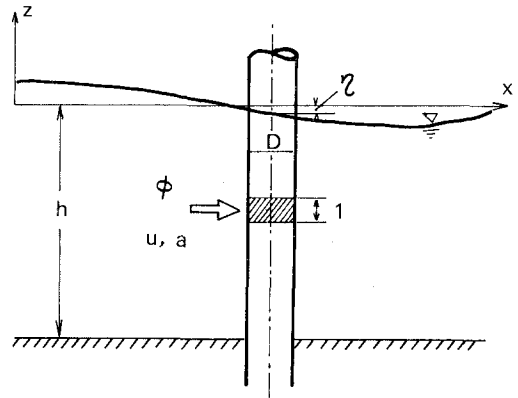


図-3 円柱に作用する水平方向の波力

であらわされる。ここに、 w : 海水の比重、 D : 円柱の直径、 C_D : 抗力係数、 C_H : 慣性係数、 g : 重力加速度である。Borgman は、 u および a に対して微小振幅波理論を用い、個々の波の最大波力 ϕ_m が 2 つのパラメーターにより直接波高 H と関係することを示した。すなわち、

$$\alpha \phi_m = \begin{cases} (\beta H)^2 + 0.25 & \beta H \geq 0.5 \\ \beta H & 0 \leq \beta H < 0.5 \end{cases} \quad (10)$$

$$0 \leq \beta H < 0.5 \quad (11)$$

とあらわされ、 α および β はそれぞれ

$$\alpha = \frac{2 C_D g T^2}{C_H^2 w \pi^4 D^3} \quad \beta = \frac{C_D \cosh k(z+h)}{C_H \pi D \sinh k h} \quad (12)$$

である。ただし T : 周期、(10)式は抗力と慣性力がバランスして作用する場合を、(11)式は慣性力が卓越している場合を示している。両式より、波力の最大値の確率分布は、波高の確率分布より決定できることがわかる。水面変動が狭帯域スペクトルを持つ場合、波高の確率分布は Rayleigh 分布をすること Longuet-Higgins⁸⁾により明らかにされている。この Rayleigh 分布の理論式に(10) または(11) 式を代入することにより、最大波力 ϕ_m の確率分布として次式が得られる。ただし、 $\bar{H}^2$: 波高の 2 乗平均、

$$f(\phi_m) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta^2 \bar{H}^2} \exp \left\{ -\frac{(\alpha \phi_m - 0.25)}{\beta^2 \bar{H}^2} \right\} & \alpha \phi_m \geq 0.5 \\ \frac{2 \alpha^2 \phi_m}{\beta^2 \bar{H}^2} \exp \left\{ -\frac{(\alpha \phi_m)^2}{\beta^2 \bar{H}^2} \right\} & 0 \leq \alpha \phi_m < 0.5 \end{cases} \quad (13)$$

$$0 \leq \alpha \phi_m < 0.5 \quad (14)$$

(13), (14)式においてパラメーター α 、 $\beta^2 \bar{H}^2$ は実際に測定した不規則波ならびに波力のデータより推定するものであり、Borgman はその方法として、モーメント法・最尤法および回式法を提案している。

一方、Pierson および Holmes は、個々の波の最大波力だけでなく、波力の時間記録の確率分布をとりあっている。いま、 $u(t)$ 、 $a(t)$ が互いに独立で定常ガウス過程にしたがうとすると、その結合確率密度関数 $f(u, a)$ は次式のように示される。

$$f(u, a) = \frac{1}{2\pi \sqrt{\psi_1 \psi_2}} \exp \left(-\frac{u^2}{2 \psi_1} \right) \exp \left(-\frac{a^2}{2 \psi_2} \right) \quad (15)$$

ただし, ψ_1 : 水粒子速度の分散, ψ_2 : 加速度の分散である。(9)式と(15)式より, 結局波力の確率密度関数として次式を得た。

$$f(\phi) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2\psi_2}} \int_0^\infty \left[\exp(-b) \left\{ \exp\left[-\frac{(2C_1\psi_1 b + \phi)^2}{2C_2^2\psi_2}\right] + \exp\left[-\frac{(2C_1\psi_1 b - \phi)^2}{2C_2^2\psi_2}\right] \right\} \right] \frac{db}{\sqrt{b}} \quad (16)$$

また, 抗力が卓越し慣性力が無視できる場合, (9)式より $C_2 = 0$ とおき,

$$f(\phi) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\psi_2 C_1 |\phi|}} \exp\left(-\frac{|\phi|}{2C_1\psi_1}\right) \quad (17)$$

慣性力が卓越し, 抗力が無視できる場合 $C_1 = 0$ とおき

$$f(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\psi_2 C_2}} \exp\left(-\frac{\phi^2}{2C_2^2\psi_2}\right) \quad (18)$$

と求めた。さらに, Pierson 等は構造物に作用する抗力と慣性力の比を示すものとして, $C_2\sqrt{\psi_2}/C_1\psi_1$ なるパラメーターを提案しており, 当然のことながらこの値が大きいほど慣性力が卓越し, 波力の確率分布はガウス分布に近づくとしている。

5. 不規則波力のスペクトル

Wiegel⁹⁾等はカリフォルニア州デベンポート沖, 水深49ftの地奥に設置されたプラットフォームにおいて, 現地波浪による波力を測定した。この記録をスペクトル解析した結果を示したのが図-4で, 破線が波力のスペクトル $S_{\phi\phi}$ で, 実線が海面変動のスペクトル $S_{\eta\eta}$ である。Wiegel 等は両者のスペクトル形が低周波領域では非常によく似ており, 高周波領域になるにつれてしだいに差が開いてくる奥に着目し, 疑問をなげかけた。Borgman¹⁰⁾および日野¹¹⁾は共に Morison の式を通信理論という, zero-memory 型非線型フィルタとしてとらえ, 不規則波力の自己相関関数を理論的に導き, Wiegel 等によって指適された水面変動と波力のスペクトルの関係に対し理論的な説明を与えた。Borgman は $u(t)$ および $a(t)$ が実常ガウス過程に従うものとして, つぎのように理論を展開した。

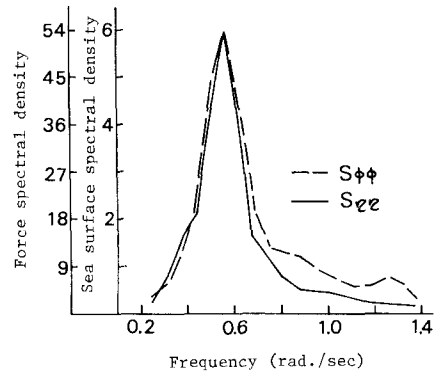


図-4 波力と水面変動のスペクトル

いま, (x_1, y_1, z_1, t_1) および (x_2, y_2, z_2, t_2) における波力, 水粒子速度, 加速度をそれぞれ $\phi_1(t_1), u_1(t_1), a_1(t_1)$ および $\phi_2(t_2), u_2(t_2), a_2(t_2)$ とすると, $\phi_1(t)$ と $\phi_2(t)$ の相互相関関数は, (9)式を用いて,

$$E[\phi_1\phi_2] = C_1^2 E[(u_1u_2)|u_1u_2] + C_1C_2 \{E[u_1u_1a_2] + E[a_1u_2|u_2]\} + C_2^2 E[a_1a_2] \quad (19)$$

と表わされる。ここで $E[\]$ はアンサンブル平均を示す。(19)式の右辺オ2, オ3, オ4項は簡単に,

$$E[u_1|u_1a_2] = \left(\frac{8}{\pi}\right)^{1/2} \rho_2 \sigma_1^2 \delta u a \quad E[a_1u_2|u_2] = \left(\frac{8}{\pi}\right)^{1/2} \rho_1 \sigma_2^2 \delta a u \quad (20)$$

$$E[a_1a_2] = \rho_1 \rho_2 \delta a a$$

のように得られる。ただし, $\delta u a, \delta a u, \delta a a$ はそれぞれ $(u_1, a_2), (a_1, u_2), (a_1, a_2)$ の相関関数を,

$\sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho_1^2, \rho_2^2$ はそれぞれ u_1, u_2, a_1, a_2 の分散である。(19)式右辺オ1項に於ては $W = u/\sigma$ として

$$G = E[(u_1 u_2) | u_1 u_2] / (\sigma_1^2 \sigma_2^2) = E[W_1 W_2 | W_1 W_2] \quad (21)$$

で示される関数 G を求めるとよい。これに対しては Price の解があり、結果のみを示すと、

$$G(r) = \frac{(4r^2 + 2) \arcsin r + 6r(1-r^2)^{1/2}}{\pi} \quad (22)$$

となり、結局波力の相互相関関数は次式で与えられる。ただし ρ は $(u_1 u_2)$ の相関係数 ρ_{uu} である。

$$E[\phi_1 \phi_2] = C_1^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2 G[\rho_{uu}] + C_1 C_2 \left(\frac{8}{\pi}\right)^{1/2} \left\{ \rho_2^2 \sigma_1^2 \rho_{ua} + \rho_1 \sigma_2^2 \rho_{au} \right\} + C_2^2 \rho_1 \rho_2 \rho_{aa} \quad (23)$$

ここで、水粒子速度ならびに加速度に対しては、定常ガウス過程ならびにエルゴード性が仮定できるので、結局波力の自己相関関数 $R_{\phi\phi}(\tau)$ は、

$$R_{\phi\phi}(\tau) = C_1^2 \sigma_1^2 G\left(\frac{R_{uu}(\tau)}{\sigma_1^2}\right) + C_2^2 R_{aa}(\tau) \quad (24)$$

となる。 $R_{uu}(\tau)$ および $R_{aa}(\tau)$ はそれぞれ水粒子速度および加速度の自己相関関数である。 $S_{\eta\eta}(f)$ と水粒子速度および加速度のスペクトル $S_{uu}(f), S_{aa}(f)$ との関係は、微小振幅波理論の関係式を用いると次式のようになる。

$$S_{uu}(f) = \left\{ 2\pi f \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \right\}^2 S_{\eta\eta}(f) = T_u S_{\eta\eta} \quad (25)$$

$$S_{aa}(f) = \left\{ (2\pi f)^2 \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \right\}^2 S_{\eta\eta}(f) = T_a S_{\eta\eta} \quad (26)$$

(24) 式の両辺をフーリエ変換すれば、波力のスペクトルが得られるわけであり、(25), (26) 式を用いると、 $S_{\eta\eta}$ より直接 $S_{\phi\phi}$ を求めることができる。しかしその途中の過程における (22) 式のとりあつかいが非常に面倒であり複雑であるので、Borgman はつぎのように級数展開を行ない、簡略化をはかった。(22) 式の $G(r)$ を $r=0$ に於て級数展開すると、

$$G(r) = \frac{1}{\pi} \left(8r + \frac{4}{3} r^3 + \frac{1}{15} r^5 + \dots \right) \quad (27)$$

となり、オ1項のみ取れば15%、オ2項まで取れば1.1%の誤差で関数 $G(r)$ を近似することができる。いま (27) 式のオ1項のみ取れば (24) 式は、

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \frac{8C_1^2 \sigma_1^2}{\pi} R_{uu}(\tau) + C_2^2 R_{aa}(\tau) \quad (28)$$

となり、(28) 式の両辺をフーリエ変換することにより、

$$S_{\phi\phi}(f) = \frac{8C_1^2 \sigma_1^2}{\pi} S_{uu}(f) + C_2^2 S_{aa}(f) = \left\{ \frac{8C_1^2 \sigma_1^2}{\pi} T_u + C_2^2 T_a \right\} S_{\eta\eta} \quad (29)$$

のようになる。図-5はWiegell等が行なった実験結果をもとにして、実験した波力のスペクトルと、(29)式により水面変動のスペクトルから推定した波力のスペクトルを比較したもので、実験が測定値破線が推定値である。両者の間には比較的良好一致がみられる。また、 $S_{\eta\eta}$ と $S_{\phi\phi}$ との相関性に対し

て示したものが図-6である。図中には $S_{\eta\eta}$ と(25)および(26)式で示した T_u , T_a を示した。図より明らかなように、 $2\pi f = 1.0$ より低周波領域では T_u が卓越し、その値は周波数の変化に対してもほぼ一定である。また $2\pi f = 1.0$ より高周波領域では、 T_a が卓越し周波数の増加とともに T_u との差が大きくなる。以上から、低周波領域においては $S_{\eta\eta}$ は $S_{\eta\eta}$ のほぼ定数倍であるが、高周波領域へと移行するにつれて T_a の影響が顕著となり、両者のスペクトルの差が大きくなる。これで Wiegel 等が提起した問題に対して理論的な説明が与えられたわけである。

一方、日野は(9)式で示される Morison の式の右辺オ1項の非線型伝達特性を以下に述べるように、特性関数法を用いて波力の自己相関関数を求めた。いま(9)式における右辺オ1項を $G(u(t))$ とあくと、つぎのようにあらわすことができる。

$$G(u(t)) = G_+(u(t)) + G_-(u(t)) \quad (30)$$

ただし、

$$G_+(u) = \begin{cases} C_1 u^2 & u \geq 0 \\ 0 & u < 0 \end{cases} \quad (31)$$

$$G_-(u) = \begin{cases} 0 & u > 0 \\ -C_1 u^2 & u \leq 0 \end{cases} \quad (32)$$

(30)式はつぎのようなラプラス変換が可能である。

$$g_+(\dot{u}) = \int_0^\infty G_+(u) e^{-\dot{u}u} du = C_1 T(3) / (\dot{u})^3 \quad (33)$$

$$g_-(\dot{u}) = \int_{-\infty}^0 G_-(u) e^{-\dot{u}u} du = -C_1 T(3) / (\dot{u})^3 \quad (34)$$

また(33), (34)式より逆に $G_+(u)$, $G_-(u)$ は

$$G(u) = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{C_+} g_+(\dot{u}) e^{\dot{u}u} d\dot{u} + \int_{C_-} g_-(\dot{u}) e^{\dot{u}u} d\dot{u} \right] \quad (35)$$

と表わされる。ただし(35)式における積分経路 C_+ , C_- はそれぞれ実軸を $-\infty$ から $+\infty$ へ向い、原点で反時計まわり、および時計まわりに半周する。また、(9)式の右辺オ2項に対しても(35)式とまったく同様にして求められ、(35)式により明らかなように、 u に關する2乗項が直接あらわれなくなる。したがって波力の自己相関関数は、

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \overline{\phi(t)\phi(t+\tau)} = \overline{\{F_1(t) + F_2(t)\} \{F_1(t+\tau) + F_2(t+\tau)\}}$$

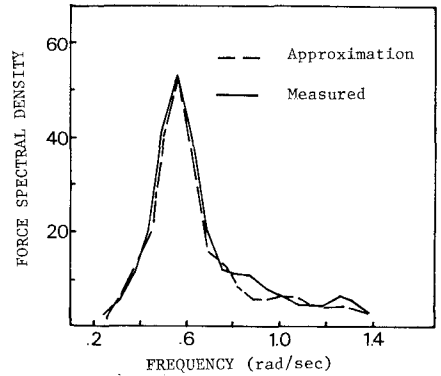


図-5 実験値と推定値の比較

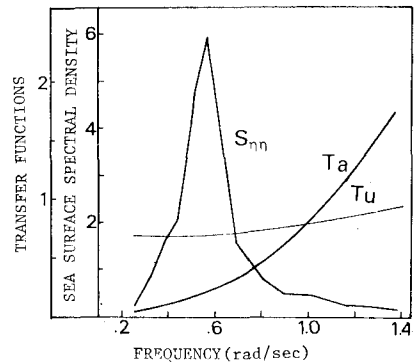


図-6 波のスペクトル密度と周波数応答関数

$$= R_{11}(\tau) + R_{12}(\tau) + R_{21}(\tau) + R_{22}(\tau) \quad (36)$$

として、(36)式の各項について計算を進めると結局、

$$R\phi(\tau) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\alpha_i^2}{i!} (R_{uu}(\tau))^i + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\beta_i^2}{i!} (-R_{uu}''(\tau))^i + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\alpha_i \beta_i}{i!} \{ (R_{uu}'(\tau))^i + (-R_{uu}'(\tau))^i \} \quad (37)$$

となる。 $R_{uu}'(\tau)$ および $R_{uu}''(\tau)$ は $R_{uu}(\tau)$ の τ に関する1回または2回微分である。また、

$$\alpha_i = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (C_1 R_{uu}(0))^{i-\frac{1}{2}} [H_{i-3}(0) + (-1)^{i+1} H_{i-3}(0)] \quad (38)$$

$$\beta_i = \frac{C_2}{\sqrt{2\pi}} (-R_{uu}(0))^{i-\frac{1}{2}} [H_{i-2}(0) + (-1)^{i+1} H_{i-2}(0)] \quad (39)$$

であり、 $H_n(0)$ はエルミート多項式の変数が0の場合である。以上のように、日野はBorgmanと異なった方法で波力の自己相関関数を理論的に求めた。その結果である(37)式は(24)式と形を異にするか、(37)式において $i=1$ の第2項目までを採用すると、

$$R\phi(\tau) = \frac{8}{\pi} C_1^2 R_{uu}(0) R_{uu}(\tau) - C_2^2 R_{uu}''(\tau) \quad (40)$$

となり、 $-R_{uu}''(\tau) = R_{aa}(\tau)$ であるから、Borgmanが近似解として示した(28)式と全く一致することになる。

スペクトル法とは多少趣を異にするが、Reidはオ3節で述べたように応答関数を用いて、 $\eta(t)$ より $u(t)$ 、 $Q(t)$ を求め、これらの値を(9)式に代入し $\phi(t)$ を求めた。この方法によればMorisonの式における非線型項を特に問題とすることなく不規則波の波力を求め、さらにこのスペクトルを得ることが出来る。図-7はテキサス州カプラン沖でこなした実験結果を示すもので、図中で実線は波力の実測値であり、波線は水面変動より推定した波力である。図中において、両者の間にはかなりよい一致がみられる。

6. あとがき

海中構造物に作用する不規則波力を取扱った研究のうち、理論的な研究を中心として、代表的な2, 3の例を取りあげ、簡単な説明を加えた。不規則波力に関する研究の現状は、Morisonの式における非線型項のとりあつかいに対する方法論の研究にとどまっております、すでに規則波に対する研究でとりあつかわれている円柱の表面粗度や円柱相互の近接効果などは今後の問題として残されている。また、紙面の関係で省略したが、Morisonの式における抵抗係数 C_D と質量係数 C_M の2つの定数の決定も、波力の算定には重要な問題である。 C_D は元来実験的に決定されるものであり、 C_M は完全流体においては円柱の場合2.0と理論的に求めら

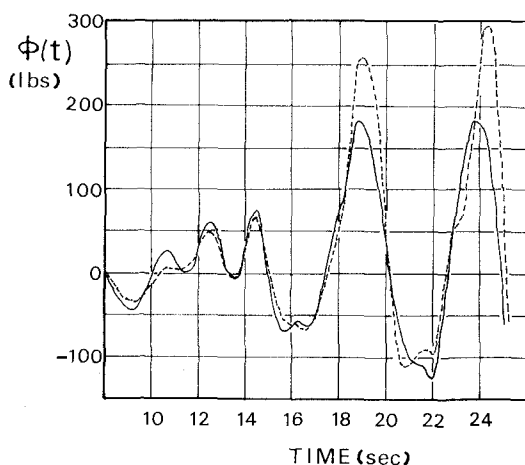


図-7 波力の時間記録

る。すでに規則波に対する研究でとりあつかわれている円柱の表面粗度や円柱相互の近接効果などは今後の問題として残されている。また、紙面の関係で省略したが、Morisonの式における抵抗係数 C_D と質量係数 C_M の2つの定数の決定も、波力の算定には重要な問題である。 C_D は元来実験的に決定されるものであり、 C_M は完全流体においては円柱の場合2.0と理論的に求めら

れているが、完全流体では抵抗力の原因となる後流が考慮されておらず、この意味において C_H も実験的に決定されなければならないものである。不規則波力におけるこれら定数の決定方法に關しては、Brown and Borgman⁽¹²⁾の研究があり、最小二乗法等2, 3の方法が述べられている。しかし、不規則波力における C_D , C_H の値は各研究者によりまうまうの結果が与えられており、Bretschneider⁽¹³⁾によって指摘されたように、円柱の水深方向に対してこれらの値が変化するのではないが、等の問題もある。その他にも幾多の問題があり、今後の研究成果が待たれる。

最後にこの小文を書くにあたって木村見助手の協力を得たこと、およびこの研究は文部省科学研究費(総合研究)による研究の一部であることを記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 佐々木忠義：海洋崩落，オウ巻，海洋崩落センター出版局
- 2) Morison, J.R., J.W. Johnson, M.P. O'Brien and S.A. Shaaf: The force exerted by surface wave on piles, Petroleum Trans., Vol. 189, 1950
- 3) Reid, R.O.: Correlation of water level variations with wave forces on a vertical pile for nonperiodic waves, Proc. on 6th Conf. on Coastal Eng., Chap. 46, 1958
- 4) Borgman, L.E.: Ocean wave simulation for engineering design, Proc. ASCE, WW4, Nov. 1969
- 5) 岩垣雄一・酒井哲郎・石田啓・中村誠之：不規則波の水粒子速度に関する実験的研究，昭和47年度関西支部年次学術講演会概要，1972
- 6) Borgman, L.E.: Wave forces on piling for narrow-band spectra, Proc. ASCE, WW3, Aug. 1965
- 7) Pierson, J. Jr and P. Holmes: Irregular wave forces on a pile, Proc. ASCE, WW4, Nov. 1965
- 8) Longuet-Higgins, M.S.: On the statistical distribution of the heights of sea waves, J. Marine Research, Vol. 11, 1952
- 9) Wiegel, R.L., K.E. Beebe and J. Moon: Ocean wave forces on circular cylindrical piles, Proc. Paper 1199, Hydraulics div., ASCE, 1957
- 10) Borgman, L.E.: Random hydraulic forces on objects, Annals of Math. Statistics, Vol. 38-1 1967
- 11) 日野幹雄：柱体に働く不規則波力 - (1), 東京工大土木工学部研究報告, No. 4, 1968
- 12) Brown, L.J. and L.E. Borgman: Tables of the statistical distribution of ocean wave forces and methods of estimating drag and mass coefficients, Tech. memo. No. 24, Oct. 1967
- 13) Bretschneider, C.L.: Probability distribution of wave forces on piling, Proc. ASCE, Vol. 93, WW2, May. 1967