

カルマン渦列を利用した小型水力発電装置の開発と基礎的検討

Basic Examination and Development of Small Hydroelectricity Device by Kármán Vortex Street

朝倉 壘¹・高橋智幸²

Rui ASAKURA and Tomoyuki TAKAHASHI

Most of hydroelectricity development represented by the dam in our country has almost completed. In comparison with it, the use of ocean energy generation is still a development stage. For this reason, we aim at development of the small hydroelectricity device using a piezo-electric element, it will harness Kármán vortex street which occurred by put the object in flow. In this paper, we perform basic examination by numerical simulation and hydraulic experiment about the relationship between Kármán vortex street and the object shape in flow, and vortex-induced vibration. Then we will make generation experiment based on its results, and suggest suitable model of generation.

1. はじめに

ダムに代表される既存の水力発電開発に比べ、海洋エネルギーの利用に関して実用化に至っている例は少ないといえる。特に海流エネルギーに関しては、国内に黒潮という有効資源があるものの、その利用方法は基礎研究、調査段階にとどまっております。しかしながら、海洋エネルギーの利用には、発電装置の設置、管理方法という点で大きな問題を抱えており、海流が持つエネルギーを利用しようとするほど、それらの問題は重要となる。本研究では、メンテナンスが容易であり、汎用性が高い圧電式発電方式を海洋発電に適応させることを目指し、カルマン渦列を利用した小型発電装置の開発とその基礎的検討を行った。

2. 発電モデル

圧電式発電とは負荷を電圧に変換する圧電素子 (Piezo-electric element) を利用した発電方式であり、発電量こそ低いものの、構造が単純であるため汎用性が高く、コストが低いといった長所が挙げられる。圧電素子を発電装置として利用しようという試みは広く行われており (東日本旅客株式会社, 2008)、本研究においては、海流エネルギーへの適応を目指し、カルマン渦列によって振動を発生させて圧電素子に効果的な負荷を与えることで発電を行う。本稿では海流を定常流と考え、数値計算から物体形状とカルマン渦列の関連性を求めるとともに、そこから最適な物体形状を提案する。また、図-1に示す発電モデルを用いて発電実験を行い、その有効性を検討する。

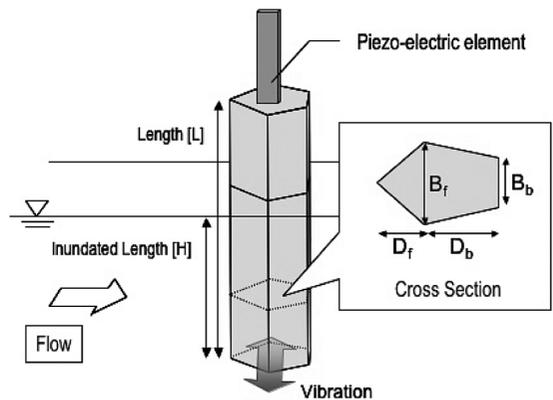


図-1 圧電式発電を利用した発電モデル

3. カルマン渦列と物体形状

(1) カルマン渦列とは

カルマン渦列は流れの剥離が生じる断面物体に対して $50 < Re < 10^5$ の範囲において物体後流で周期的に放出される渦列であり、渦周波数 f_v は流速 U と物体幅 B を用いて式 (1) で示される。

$$f_v = St \frac{U}{B} \dots\dots\dots (1)$$

ここで St (Strouhal 数) は物体形状と Re の関数として実験的に求められる定数である。代表的なものとして、正円形は $10^2 < Re < 10^7$ で $St \approx 0.21$ である (土木学会, 1985)。

(2) 物体形状モデル

物体形状と St の関係を調べる際に、流れの剥離が生じる形状においてカルマン渦列は発生することから、楕円形といった剥離位置が見極めにくい形状を利用すること

1 学生会員 修(工) 東北大学大学院研究生工学研究科
2 正会員 博(工) 関西大学教授社会安全学部

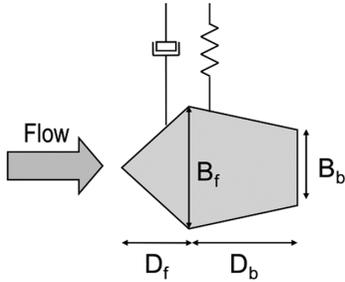


図-2 物体形状モデル (B_f , D_f , D_b , B_b は各部の長さ)

は望ましくなく、幅広い Re 範囲での適応を考慮した際、物体形状上、剥離が発生するような形状が望ましい。そのため、図-2に示す五角形状のモデルを使用し、幅 B_f の位置で流れが剥離すると仮定して検討を行った。

また、カルマン渦列によって物体は流れ方向にも振動するが、流れによって受ける抗力が渦の剥離によって得る反力よりも大きく、振動が不安定であるため、圧電素子では発電しにくい。そのため、本稿においては流れ方向の振動は省略している。

4. 数値計算

(1) 計算方法

流れ場に関する支配方程式として2次元におけるNS方程式、物体を振動させる方程式として1自由度系の運動方程式を使用する。また、物体を固定した場合の計算も行い、比較を行う。無次元計算を行わない理由としては、代表長さに物体幅 B_f をとった場合、 $St = f_v B_f / U$ 、 $Re = UB_f / \nu$ となるためである。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u - \dot{x}) \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \dots (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (u - \dot{x}) \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad \dots (4)$$

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = f(t) \quad \dots\dots\dots (5)$$

x , u を流れに垂直方向, y , v を流れ方向の長さ, 流速成分とし, \dot{x} は物体の移動速度である。 ζ , ω_n はそれぞれ物体形状モデルの減衰比, 減衰固有振動数である。計算は差分法によるMAC法を使用する。時間微分は前進差分, 空間微分は中央差分, 非線形項は3次精度をもつ風上差分で差分化されている。

(2) 計算条件

計算条件として $U=0.25\text{m/s}$ を定常流として与えている。物体形状モデルの計算範囲は表-1に示すとおりである

表-1 物体形状モデルの計算範囲

	B_f 固定	D_f	D_b	B_b
最小値 (cm)	3.0	0.5	0.5	0.0
最大値 (cm)	3.0	5.0	5.0	4.5
計算間隔 (cm)	—	0.5	0.5	0.5
計算数	1	10	10	10

表-2 振動実験結果と近似結果

B_f	D_f	D_b	B_b	$\zeta_{\text{実験}}$	$\omega_n_{\text{実験}}$	$\zeta_{\text{近似}}$	$\omega_n_{\text{近似}}$
3.0	1.5	1.5	1.0	2.8E-2	3.6	2.6E-2	3.62
3.0	1.5	1.5	2.0	2.4E-2	3.6	2.5E-2	3.47
3.0	1.5	3.0	1.0	1.9E-2	3.0	2.1E-2	2.98
3.0	1.5	3.0	2.0	2.0E-2	2.8	2.0E-2	2.79
3.0	3.0	1.5	1.0	2.7E-2	3.4	2.3E-2	3.27
3.0	3.0	1.5	2.0	2.5E-2	3.2	2.2E-2	3.27
3.0	3.0	3.0	1.0	2.2E-2	2.8	2.0E-2	2.92
3.0	3.0	3.0	2.0	2.3E-2	2.7	1.9E-2	2.75

が、代表長さを B_f とした場合の Re は $Re=7.5 \times 10^3$ となる。 $Re=1.0 \times 10^3 \sim 10^5$ の範囲においては、どのような形状であっても、 St は安定した値をとることが確認できるため、その範囲内において St は物体形状によって決まる定数と考えることができる。しかしながら、黒潮の最大流速 2m/s ($Re=6.0 \times 10^4$) を考えた場合、 St の変動、あるいはカルマン渦列の発生が安定しない、もしくは周期性が乱れる可能性があることを指摘しておく。時間刻み幅 $\Delta t=0.001\text{s}$ として、境界条件は物体表面で粘着条件、圧力に関しては物体表面で $\text{div } u=0$ になるように反復計算を行っている。流入面は初期条件を維持させ、流出面では物理量の流れ方向の勾配を0として計算を行っている。

(3) 振動実験

式 (5) の運動方程式に各物性値を与えるために、図-2に示す物体形状モデルを表-2に示す断面形状とした長さ 15cm の振動柱 (杉材: $E=1000\text{MPa}$) を作成し、振動実験を行った。そこから求めた物性値から実験式 (6), (7) を作成し、他のモデルに適用させて計算を行う。ここで m はモデルの質量である。振動計算は振動柱下端を想定するため、物体に働く揚力 $f(t)$ は2次元計算によって求められる単位長さあたりの揚力を振動柱を定常流に設置するときの浸水長さでかけたものとなっている。なお、6. 水理実験においては、これらのモデルにたいしても発電実験を行う。

$$\zeta = \frac{1.48 \times 10^{-2}}{2\sqrt{6.82 \times 10^1 \times m}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{6.82 \times 10^1}{m}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

5. 計算結果

(1) 計算結果1 (物体を固定させた場合)

図-3 (a), (b) は物体を固定した場合の $D_f=0.5, 2.5\text{cm}$ での B_b と D_b を変化した場合の St の等高線である。 D_f が大きくなるほど St は増大する傾向にあるが、 $D_f=2.0\text{cm}$ 以降では、各 D_f での最大 St はそれぞれ 0.26 となっており、そのときの B_b と D_b はどちらも小さい傾向にあった。したがって、 D_f が大きくとも得られる最大 St に差はなく、物体前方が鋭い形状をしていることはカルマン渦列の渦周波数に大きな変化を与えなかった。一方で剥離以降の物体形状が大きくなると、剥離した流れが物体に付着、または物体両端から発生した渦同士が物体背後において影響しにくくなるため、渦列の発生、剥離が不安定になることがあった。揚力については St とは逆の傾向にあり、渦

の剥離が発生しにくい形状ほど物体背後の渦が増大するため、剥離の反力が増すためだと考えられる。

(2) 計算結果2 (物体を振動させた場合)

4. (3) 振動実験で示した実験式を用いて物体を振動させた場合の計算を行った。図-4 (a), (b) はモデルを振動させた場合の $D_f=0.5, 2.5\text{cm}$ の B_b と D_b における St の等高線である。物体を固定させた場合のものと比較すると、両者に大きな差はなく、カルマン渦列による強制振動が発生していると考えられる。しかしながら、 D_b の大きい形状においては、物体を固定させた場合よりも St の減少が見られた。これは渦周波数の低下というよりも、渦列の発生自体が不安定となっているためであり、振動することにより、剥離した流れが物体に付着したためだと考えられる。

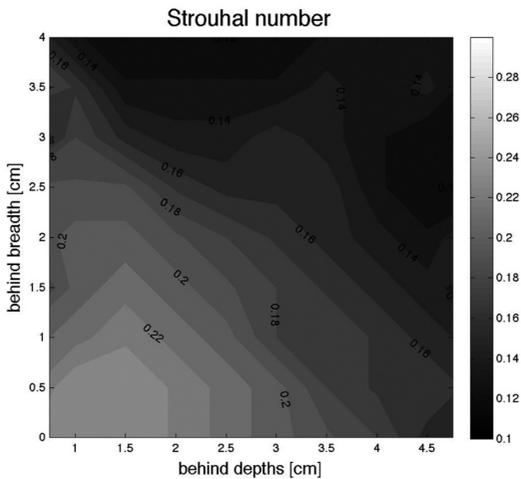


図-3 (a) $D_f = 0.5\text{cm}$ の St 固定

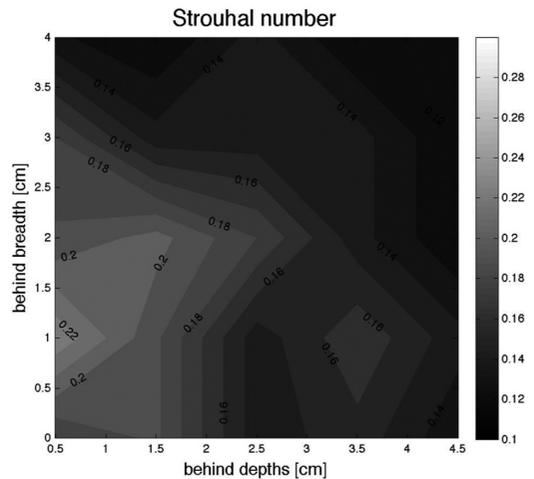


図-4 (a) $D_f = 0.5\text{cm}$ の St 振動

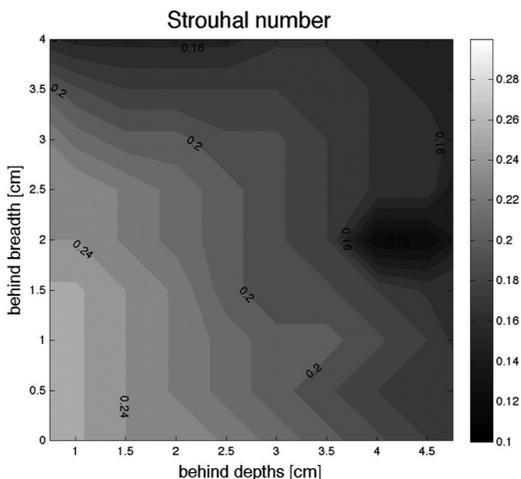


図-3 (b) $D_f = 2.5\text{cm}$ の St 固定

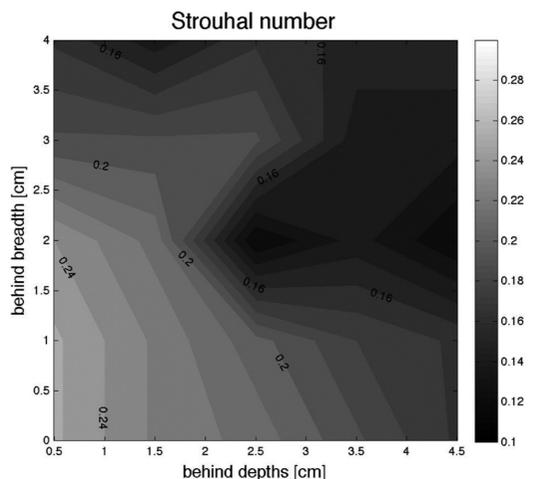


図-4 (b) $D_f = 2.5\text{cm}$ の St 振動

(3) 計算結果3 (物体に働く応力とひずみ)

圧電素子の発電量に関して、ひずみ：S、電束密度：D、応力：T、電場：Eとすると、圧電素子の圧電効果は式(8)、(9)で示される。

$$S = s^E T + dE \dots\dots\dots (8)$$

$$D = dT + \epsilon^T E \dots\dots\dots (9)$$

ここでd：圧電定数、s^E：弾性コンプライアンス定数、ε^T：誘電率である。圧電素子の発電量を検討するために、圧電素子に加わる応力Tを物体の最大加速度a_{max}として式(10)を用い、圧電素子のひずみSを動ひずみとして、式(11)を用いて計算した。

$$a_{max} = 4\pi^2 A f^2 \dots\dots\dots (10)$$

$$S = (x^k - x^{k-1})/l_p \dots\dots\dots (11)$$

ここでA：振幅、f：周波数、x：物体位置、l_p：圧電素子の長さである。最大加速度については、D_fが小さく、B_bとD_bについても小さな形状が優れていることがわかる。これは、物体形状が流れ方向に大きくなるにつれ、物体振動にたいして働く抵抗が大きくなるため、物体がほとんど振動しないためであり、剥離以降の形状が大きい場合では、振動が安定しない場合があったためと考えられる。動ひずみについては、計算上、物体の移動速度に近いパラメータとなるため、最大加速度と線形比例する関係となり、最大加速度と似た結果となっている。

6. 水理実験

(1) 実験方法

計算で使用したモデル形状を実験装置の断面形状とした長さL=15cm、浸水深さH=10cmの五角形柱状の振動柱を使用する。これを定常流中に設置することでカルマン

表-3 実験結果と計算値との差

No	B _f [cm]	D _f [cm]	D _b [cm]	B _b [cm]	St _{振動}	St _{実験}	a _{max} [cm/s ²]	S [10 ⁻⁵]	V [V]
1	3.0	1.5	1.5	1.0	0.22	0.22	1.07	3.11	0.36
2	3.0	1.5	1.5	2.0	0.22	0.20	1.14	3.29	0.32
3	3.0	1.5	3.0	1.0	0.14	0.14	0.71	2.52	0.64
4	3.0	1.5	3.0	2.0	0.09	0.14	0.44	2.78	0.08
5	3.0	3.0	1.5	1.0	0.24	0.23	1.71	4.21	0.90
6	3.0	3.0	1.5	2.0	0.24	0.24	0.83	2.61	0.16
7	3.0	3.0	3.0	1.0	0.13	0.15	0.82	1.48	0.28
8	3.0	3.0	3.0	2.0	0.11	0.13	0.48	1.99	0.18
9	3.0	0.5	1.0	1.0	0.22	0.25	2.35	7.53	1.32
10	3.0	2.0	1.0	0.0	0.26	0.26	2.07	5.66	0.98

渦列を発生させた。柱上端は圧電素子と固定し、圧電素子に負荷を与えることで発電を行った。実験装置は幅0.3m、長さ10mの短矩形循環水路を使用し、流速をU=0.25m/sとして実験を行った。実験は表-3に示すように、4.(3) 振動実験で使用した振動柱と、それを元に計算を行った5.(3) 計算結果3から得た最大加速度、動ひずみの大きかった形状について実験を行っている。

(2) 実験結果

表-3に示すNo.1~8が4.(3) 振動実験を行った際に使用した形状であり、5.(3) 計算結果3で求めた最大加速度、ひずみの大きかった形状がNo.9~10となっている。Stから判断する限り実験結果と計算結果に大きな差異はないが、実験においては、数値計算上では発生しなかった振動のむらが発生し、特に振幅の変化が顕著に観察された。これは、物体の振動が大きくなると、水表面の変動が大きくなり、流況に影響を与えたためと考えられ、準3次元として数値計算を行った上では考慮されなかった問題が生じたと考えることができる。これ以外にも、末端渦の影響も予想される。

発電性との関連を見てみると、物体に働く最大加速度については相関係数R²=0.810、ひずみについてはR²=0.741となった。

7. おわりに

今回の研究から得られた成果は以下の通りである。

- (1) 物体形状のモデルを作成し、数値計算を行うことで物体形状とカルマン渦列との関連性が確認できた。
- (2) 振動実験から近似した物性値から、本研究における計算範囲においては、物体の振動はカルマン渦列による強制振動に近い現象であると判断できた。
- (3) 数値計算から発電効率の高い物体形状を見つけ、水理実験において発電性を確認することができた。

(1) について、モデルの剥離以降の物体形状が大きくなると渦の発生が不安定となり、実験と計算で差異を生む原因となった。しかしながら、それらは往々にして発電効率が低いことが多く、水理学的な問題としては興味

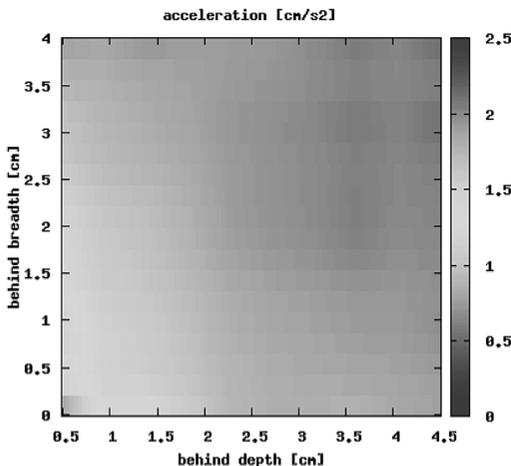


図-5 D_f = 2.5cmのa_{max}

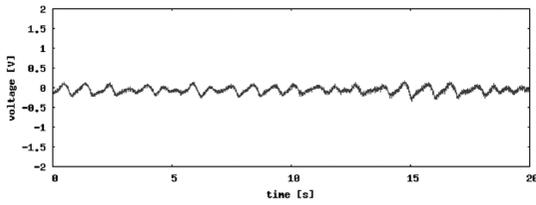


図-6 (a) No.4の発生電圧

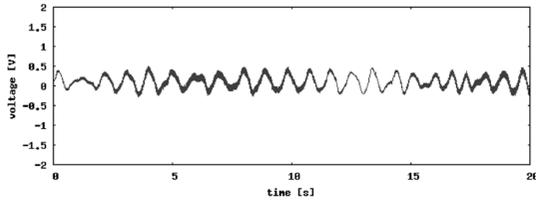


図-6 (b) No.8の発生電圧

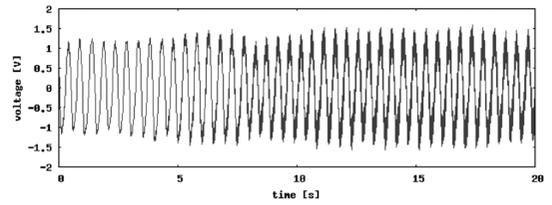


図-6 (c) No.9の発生電圧

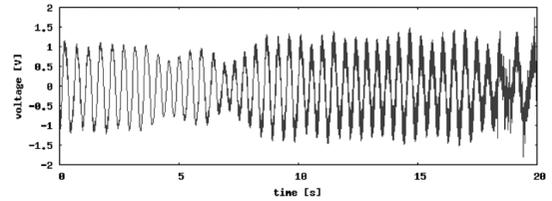


図-6 (d) No.10の発生電圧

深いが、本研究としては副次的な問題だと判断できる。

(2) について、振動による St への影響を考えた場合、物体の振動が小さい場合には、物体は渦列による強制振動を行うため、固定した場合と振動させた場合で St はほとんど変わらなかった。しかし、振動が大きくなると、発電実験中に確認できたように、物体振動による流れへの影響が大きくなり、振動が変化する可能性がある。

(3) について、数値計算で物体を振動させることにより、物体に加わる最大加速度と動ひずみを求め、それを基に発電実験を行った。結果として最大電圧 1.32V、最大電力 $2.80 \times 10^{-7} \text{W}$ を得ることができ、本発電装置の発電性の評価としてこれらを用いる妥当性を確認できた。

これらを踏まえ、本研究から推奨できる発電性の高い物体形状を述べる。ここでは、低振幅、高周期で剥離以降の形状が短く、渦の放出が安定している形状を挙げることにする。低振幅が望ましい理由としては、振動と渦列による相互作用を解析する上で、振動が大きくなると、流れ場にたいする影響が大きくなり、3次元的な現象を考慮しなければならないためである。数値計算においては、運動方程式で使用する物性値に対して振動実験によって作成した実験式を利用したように、数値計算だけから解析を行うのが難しい。そのため、渦列による強制振動を想定して解析を行うことで、物体を振動させて計算をする必要性を低く見積もることができる。

以上の結果より、カルマン渦列を利用した発電を行うこともできるが、数値計算によって判明する St を利用することで、渦周波数を物体の固有振動数を一致させ、ロ

ックイン現象や共振を利用して発電効率を高めることができる。しかしながら、小型水力発電ということもあり、発電量は決して高くなく、また、圧電素子に負荷を与えるという構造上、高負荷を与える続けることも現実的ではない。そのため、計測器などの自律型システムへ組み込み、電源供給として利用する方法が考えられる。他の利用法としても、海中にある微生物やサンゴ礁に微弱電流を与えることで成長を促進させる効果(鯉淵ら, 2009)が期待できる。

ある程度の流速があればどのような場所においても利用でき、発電量こそ低いものの、波力、海流など海洋における幅広いエネルギーに対応できる可能性をもつ発電方法は、小型発電装置の長所である実験的な設置を行うことも容易さはもとより、そのコストの低さから、装置の大規模な設置を行うことも可能となる。しかしながら、本研究はまだ検討段階であり、実用化には実際の海流に本手法を適応させる必要がある。そのため、本研究では検討されていない高レイノルズ領域での安定したカルマン渦列の発生方法や、波力への適応を検討していく必要がある。

参考文献

- 鯉淵幸生・木村一禎・近藤康文・山本 悟 (2009)：微弱電流を利用したサンゴ増殖に関する研究，海洋開発論文集，25，pp.467-472.
- 土木学会 (1985)：水理公式集，pp.36-37.
- 東日本旅客株式会社 (2008)：東京駅における「発電床」実験について，2pp.