

# 消波施設耐力と外的負荷を考慮した応急修復を伴う年齢型予防保全問題

## Age Preventive Maintenance Model with Imperfect Repair under Resistance of Armour Block Facility and External Shock

佐藤 毅<sup>1</sup>・松見吉晴<sup>2</sup>・平山隆幸<sup>3</sup>・角 勇人<sup>4</sup>・太田隆夫<sup>5</sup>

Takashi SATOW, Yoshiharu MATSUMI, Takayuki HIRAYAMA, Hayato SUMI and Takao OTA

Maintenance policies for armour blocks are discussed to minimize total expected maintenance cost over target horizons. The armour block facility is subject to waves which occur at a homogeneous Poisson process, deterioration of the facility's performance occurs cumulatively. The broken facility is maintained immediately as corrective maintenance. This study proposes three kinds of maintenance models; repair level  $R_1$ , block with minimal repair  $T$ , and discrete  $k$  models. An optimal  $R_1^*$  to minimize the expected total maintenance cost in service period is discussed. Optimal time  $T^*$  and the number of corrective maintenances  $k^*$  are derived. Some numerical examples are given.

### 1.はじめに

海岸保全施設の維持管理では、要求性能の維持のために保全実施の必要性がある。しかし、無計画な保全や突発的な事後保全是総保全費用増大の要因となる。海岸構造物の保全問題は、施設の設計フェーズにおいてライフサイクルコスト (LCC) を最小化する問題として考察されている。鹿島ら (1988) は、供用期間中、被災により補修の可能性がほとんどないように施設を設計するという従来の設計法に対し、一時的にはある程度の損傷を許容する考え方に基づいた設計法の実現性を考察した。また、氏家ら (1991) は、鹿島らと同様な供用期間中における損傷を許容する立場のもと、消波ブロックの安定係数や波高等の変動性を考慮した損傷確率を考慮した設計法を提案した。国土交通省・農林水産省 (2008) により海岸保全施設の維持管理に対し、ライフサイクルマネジメント (LCM) と呼ばれる概念を導入したマニュアル (案) が作成され、適時、適切な保全対策の必要性を訴えている。

保全計画策定には、施設の物理・性能面の劣化過程を把握し、施設破壊への信頼性評価が重要である。本稿では、異常波浪などによる外的負荷 (以後外力)、および外力に抵抗する施設耐力の劣化に注目した信頼性評価に基づき、事後・予防保全を考慮した消波施設保全計画問題について考察する。また、消波施設とは消波護岸や離岸堤を主な対象とする。施設破壊時において、新設時と

同等の耐力まで回復させる修復は、修復コストと緊急性の観点から現実的ではない。このため、事後保全是事前に定める耐力値まで修復する応急修復を実施するが、修復レベル  $R_1$  の決定は重要な意思決定問題となる。また、予防保全是施設年齢  $T$  ごとに完全修復を実施し、新設時と同等の耐力値まで修復を行う。このモデルを一定水準修復モデルと呼び、修復レベル  $R_1$  を保全計画上の意思決定変数とする。次に、事後保全時に施設破壊直前の状態に回復させ、予防保全を時間間隔  $T$  ごとに実施する現状回復モデルを考察する。現状回復モデルでは、予防保全年齢  $T$  を保全計画上の意思決定変数とする。最後に、予防保全年齢に到達する以前に事後保全回数が  $k$  回に達した場合、新設時と同等な状態まで回復させる現状回復回数制限モデルについて考察を行う。このモデルにおける保全計画上の意思決定変数を  $k$  とする。前述の保全シナリオのもと、経済的評価規範として総期待保全費用、および単位期間あたりの総期待保全費用を導出し、各評価規範のもと、最適修復レベル  $R_1^*$ 、最適予防保全年齢  $T^*$ 、および最適事後保全回数  $k^*$  について解析的に議論するとともに数値実験による考察を加える。

### 2.モデルの概要

各異常波浪によりもたらされる施設への負荷量は、独立かつ同一な確率分布に従うものとする。施設破壊事象はある程度の外力が必要と考えられ、破壊事象に無影響な外力は考察の対象外とする。ここで、破壊事象に無影響な負荷の大きさ、つまり負荷の最大値を最小負荷量  $I_m$  と定義する。また、施設破壊は負荷が施設の耐力を超えた場合に発生する。つぎに、施設破壊をもたらす外力の負荷量を確率変数  $H$  とし、確率分布関数  $G$  を用い  $P\{H \leq x\} \equiv G(x)$  とする。消波施設に破壊、つまり  $I_m$  以上の負荷をもたらす異常波浪 (以後、第1種波浪) 襲来をパラメ

1 博(工) 鳥取大学助教工学研究科社会基盤工学専攻  
2 正会員 工博 鳥取大学教授工学研究科社会基盤工学専攻  
3 正会員 三省水工(株)九州支店 設計課  
4 学生会員 鳥取大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻  
5 正会員 博(工) 鳥取大学准教授工学研究科社会基盤工学専攻

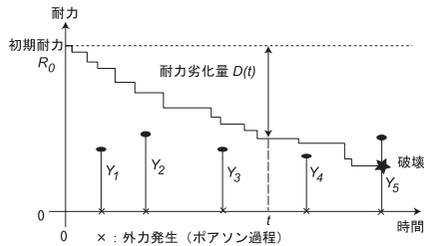


図-1 しきい値モデル

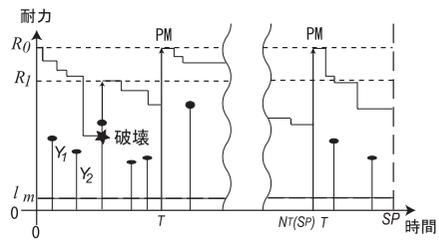


図-2 一定水準修復モデル

一タλの定常ポアソン過程に従い発生すると仮定し、時刻  $t$  までに  $j$  回の第1種波浪が襲来する確率を次式とする。

$$P\{N(t) = j\} = \frac{(\lambda t)^j}{j!} e^{-\lambda t} \dots\dots\dots (1)$$

消波施設の新設時、異常波浪等によりもたらされる外力に対し  $R_0$  の耐力をもつ。消波施設の耐力は時間とともに衰え、施設の修復保全を実施しない限り回復することはない。耐力の衰えを非負かつ連続関数  $\{D(t), t \geq 0\}$  と仮定する。つまり、新設時から  $t$  時間後の施設耐力は  $R_0 - D(t)$  となる。施設耐力劣化、および第1種波浪襲来に伴う施設破壊過程の概略図を図-1により示す。施設が新設時から  $t$  単位期間後までに破壊されない確率を求める。ここで、時刻  $t$  までに  $j$  回の第1種波浪襲来（ポアソン到着）がある場合、時間間隔  $[0, t]$  上に一様分布する  $j$  個の事象で構成される順序統計量をもって第1種波浪到着時間列と見なすことができる。時刻  $t$  までに  $j$  回の第1種波浪襲来の条件のもと、施設が破壊されない条件付確率は次式となる。

$$P_j(t) = \left\{ \frac{1}{t} \int_0^t G(R_0 - l_m - D(y)) dy \right\}^j \dots\dots\dots (2)$$

全確率の法則より、時刻  $t$  までに施設が破壊されない確率  $\bar{Z}_1(t)$  は次式として求まる。

$$\bar{Z}_1(t) = \exp \left\{ -\lambda \int_0^t \bar{G}(R_0 - l_m - D(y)) dy \right\} \dots\dots (3)$$

上記定式化は、Van Noortwijkら (2007) を参照している。

**3. 一定水準修復モデル**

施設は、一定期間  $T$  ごとに大規模修復を受け、新設時と同等な状態に回復する。大規模修復完了時は再生点と呼ばれ、施設運用開始と同時に先と同じ過程のもと施設劣化が進行する。一般に予防保全と呼ばれる保全形態となる。以後、一定期間  $T$  ごとの予防保全形態を予防保全年齢  $T$  と称する。次に、施設破壊が生じた場合、応急的な修復により状態  $R_1$  ( $R_0 > R_1 > l_m$ ) へと回復させる。修復に必要な期間は供用期間長に比し短いと考え、無視するものとする。大規模修復費用を  $c_p$ 、応急修復費用は修復状態に依存すると仮定し  $c_f(R_1)$  とする。施設の新設時、もしくは再生点から次の再生点までを再生期間と呼ぶ。

最後に、消波施設の供用期間を  $S_p$  とする。本モデルに関する概略図を図-2により示す。

供用期間  $S_p$  中に実施される施設の予防保全回数は次式として求められる。

$$N_T(S_p) = \left[ \frac{S_p}{T} \right] \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $[ ]$  は演算結果の整数部のみを出力する記号である。ただし、割り切れる場合は1を減算するものとする。また、1再生期間における期待事後保全回数は次式として求められる。

$$\int_0^T 1 + M(R_1, T - t) dZ_1(t) \dots\dots\dots (5)$$

ここで、関数  $M(R_1, t)$  は時刻  $t$  までの平均事後保全回数をあらわす再生関数であり、次式として求められる。

$$M(R_1, t) = \sum_{j=1}^{\infty} Z_{R_1}^{(j)}(t) \dots\dots\dots (6)$$

関数  $Z_{R_1}^{(j)}(x)$  は分布関数  $Z_{R_1}(x)$  の  $j$  重畳み込みである。また、関数  $Z_{R_1}(t)$  は、次式として与えられ、施設耐力が  $R_1$  から減少した場合の施設破壊分布関数となる。

$$Z_{R_1}(t) = \exp \left\{ -\lambda \int_0^t \bar{G}(R_1 - l_m - D(y)) dy \right\} \dots\dots (7)$$

以上より、各再生期間における総期待保全費用は次式として求められる。

$$A_T(R_1) = c_p + c_f(R_1) \int_0^T 1 + M(R_1, T - t) dZ_1(t) \dots (8)$$

次に、最後の再生点（予防保全時点）から供用期間までの期待保全費用は次式として求められる。

$$B_T(R_1) = c_f(R_1) \int_0^{S(T)} 1 + M(R_1, S(T) - t) dZ_{R_1}(t) \dots\dots\dots (9)$$

ここで、関数  $S(T)$  は最後の大規模修復時から供用期間終了時までの期間長であり、次式で表わされる。

$$S(T) = \begin{cases} S_p - N_T(S_p)T & (\frac{S_p}{T} \text{が整数}) \\ S_p - \{N_T(S_p) + 1\}T & (\frac{S_p}{T} \text{が整数でない}) \end{cases} \dots\dots (10)$$

以上より、供用期間における総期待保全費用は次式として求められる。

$$C_f(R_1) = N_T(S_p)A_f(R_1) + B_f(R_1) \dots\dots\dots(11)$$

(1) 最適修復レベル $R_1^*$ について

総期待保全費用を最小にする最適修復レベル $R_1^*$ について考察する。本稿では、供用期間 $S_p$ が予防保全年齢 $T$ で割切れる場合における最適修復レベル $R_1^*$ について考える。式(11)は変数 $R_1$ の連続関数であることから、 $R_1^*$ が0以上 $R_0$ 未満で存在するための必要条件は式(11)を $R_1$ で偏微分し0と置くことにより次式として求まる。

$$\frac{Z_1(T) + \alpha(R_1, T)}{\alpha'(R_1, T)} + \frac{c_f(R_1)}{c'_f(R_1)} = 0 \dots\dots\dots(12)$$

$$\alpha(R_1, T) = \int_0^T M(R_1, T-t) dZ_1(t) \dots\dots\dots(13)$$

また、記号'は $R_1$ に関する偏微分を意味し、任意の連続関数 $Q(R_1)$ に対し $Q'(R_1) = \partial Q(R_1) / \partial R_1$ である。また、十分条件については次式としてまとめられる。式(12)左辺を $\beta_1(R_1)$ とおいた場合、

$$\lim_{R_1 \rightarrow 0} \beta_1(R_1) < 0 \text{ かつ } \lim_{R_1 \rightarrow R_0} \beta_1(R_1) > 0 \dots\dots\dots(14)$$

(2) 数値実験

ここでは、最適修復レベル $R_1^*$ 、最適予防保全年齢 $T^*$ を数値的に導出する。本数値実験における施設破壊に至る基本設定として、オランダ北西部 Den Helderの海岸防波堤のデータ Van Noortwijkら(2007)を使用する。異常波浪に対する施設耐力は、物理面と性能面の2つの意味合いをもつ。物理的耐力は施設変形に代表され、性能的耐力とは防波および消波性能を意味する。本数値実験では、施設耐力変化を異常波浪による堤高変化にともなう性能変化ととらえ、防波堤高をもって施設耐力と仮定する。ここで、初期堤高 $R_0=4.61\text{m}$ 、 $t$ 年後の堤高(耐力)の低下を $0.07t\text{m}$ とした。各パラメータ値は断りがないかぎり、次のように設定する。施設破壊に無影響な負荷の最大値である最小負荷量を $I_m=2.19\text{m}$ とする。パレート分布の尺度パラメータ $\beta=0.3245$ 、および形状パラメータ $\xi=0.05465$ とする。従来、50年確率波を前提とした施設劣化過程による評価モデルが一般的であった。しかし、本モデルにおける施設破壊は1機会により生じる外力によってのみ生じるのではなく、累積的な施設疲労にともなう施設耐力の低下を考慮し、中規模な外力であっても施設状態によっては施設破壊が生じうる。したがって、ポアソン過程の外力到着パラメータを $\lambda=0.5$ 、つまり期待値的に2年に1度程度第1種波浪が襲来すると仮定する。また供用期間 $S_p=100$ 年とする。確率変数 $H$ の分布 $G$ は、以下の一般化パレート分布(Pickands III, 1975)として与え、 $P\{H \leq x\} \equiv G(x)$ と記す。

$$P\{H > x\} \equiv \begin{cases} \left(1 - \frac{\xi}{\beta}x\right)^{-1/\xi} I_{(0,\infty)}(x) & (\xi \neq 0) \dots\dots(15) \\ \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) I_{(0,\infty)}(x) & (\xi = 0) \end{cases}$$

なお、次章以降の2モデルについても上記数値設定条件を適用する。一定水準モデルにおける事後保全費用は、修復レベル $R_1$ に依存する項、および緊急対応および社会的損失を表すペナルティ項 $c_d$ により構成する。予防保全費用 $c_p$ を単位費用( $c_p=1$ )とし、事後保全費用を次式として定義する。

$$c_f(R_1) = c_p \frac{R_1}{R_0} + c_d \dots\dots\dots(16)$$

図-3、図-4は修復レベルに対する総期待保全費用を、3種類の予防保全計画時間 $T=10,13,17$ (単位:年)のもとそれぞれ計算している。事後保全時のペナルティ費用を以下に設定する。特急工事費用などの直接経費については標準工事費と考える予防保全費用のおおよそ2倍から3倍程度、社会基盤機能停止にともなう損失を先の直接費用と同額の場合(ケース1)と、相対的比較対象としてケース1の5倍の損失が生じる場合(ケース2)とする。図-3をケース1、図-4をケース2とする。総期待保全費用を最小とする最適修復レベル $R_1^*$ には▼印を図中に記す。

大まかな傾向としては、予防保全年齢の延長は最適修復レベル $R_1^*$ の上昇を招くことがわかる。これは、予防年齢の延長にともなう施設破壊リスクの増大を避けるため、応急修復レベルを引き上げることにより施設破壊リスクの低減を図っているものと考えられる。また、図-3では予防保全年齢が短いほど総期待保全費用が高くなっているが、図-4では一部逆転現象が生じている。これは、施設のおかれる環境毎に適切な保全計画を立てる必要があることを示唆していると考えられる。図-5は予防保全年齢に対する総期待保全費用について、事後保全時のペナルティ $c_d=12$ (先のケース2に相当)における修復レベ

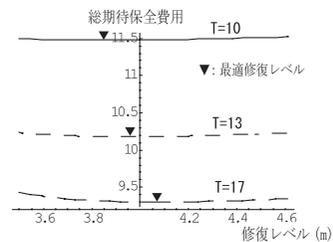


図-3 修復レベルに対する総期待保全費用 (ケース1)

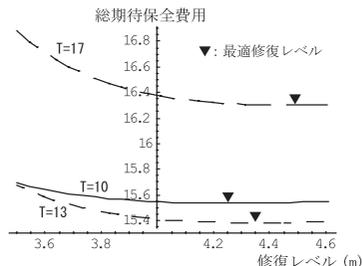


図-4 修復レベルに対する総期待保全費用 (ケース2)

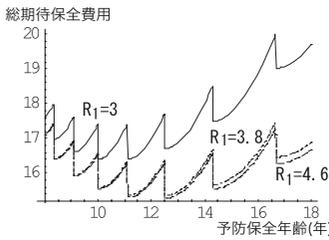


図-5 予防保全年齢に対する総期待保全費用

ルの違いごとにまとめた結果で、いわば最適予防保全時間を記した図である。図-5では、事後保全レベル $R_1$ が初期耐力値 $R_0$ に近い場合、ほとんど差が出ない様子がわかる。ケース2の場合、図-4および図-5より最適予防保全年齢 $T^*$ は13年、最適修復レベル $R_1^*$ は4.35mであることがわかる。本ケースの場合、修復レベルは総期待保全費用に対し大きな影響を与えていないが、予防保全年齢はそれに比し大きな影響力を持っている。つまり、施設管理者は両保全方針 $R_1^*$ 、 $T^*$ を決定後、13年ごとの予防保全実施を厳守すべきであると考えられる。

4. 現状回復モデル

施設は、一定期間 $T$ ごとに大規模修復を受け、新設時と同等な状態（初期耐力レベル $R_0$ ）に回復する。ただし、施設破壊が生じた場合、応急的な修復により施設破壊直前の状況に修復するモデルである。破壊直前と同等な状態に戻す修理形態は小修理と呼ばれ、信頼性工学における保全問題では広く知られ、理論考察はNakagawa・Kowada (1983)により行われている。一定水準修復モデルにおいては、供用期間を考慮した総期待保全費用を導出し、最小化問題として議論をした。本モデルでは、供用期間が十分に長く事前設定が適切ではない場合を想定し、無限計画期間における単位期間あたりの総期待保全費用を評価規範とする。本モデルに関する概略図を図-6により示す。

はじめに、事後保全発生回数に関する確率を求める。関数 $N_2(t)$ は、時刻 $t$ までに施設破壊が何回発生するかを数え上げる計数過程である。本モデルでは、事後保全後施設破壊が発生する直前と同状態まで修復を実施するこ

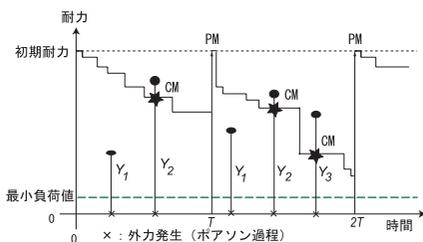


図-6 現状回復モデル

とから、供用開始、もしくは予防保全実施直後から $t$ 単位期間経過までに $j$ 回事後保全が実施される確率は平均値関数 $\Lambda(t)$ を持つ非定常ポアソン過程に従うと考えられ、次式として与えられる。

$$P\{N_2(t) = j\} = F_j(t) = \frac{\{\Lambda(t)\}^j}{j!} e^{-\Lambda(t)} \dots\dots\dots (17)$$

$$\Lambda(t) = \lambda \int_0^t \bar{G}(R_0 - l_m - D(y)) dy \dots\dots\dots (18)$$

したがって、1再生期間 $T$ 中に発生する期待事後保全回数は次式として求めることができる。

$$E[N_2(T)] = \sum_{j=0}^{\infty} j P\{N_2(T) = j\} = \Lambda(T) \dots\dots (19)$$

修復にかかわる費用構造としては、1回の予防保全に必要な大規模修復費用を $c_p$ とする。また、1回的事後保全費用を $c_m$ とし、修復レベルに依存しないとする。これより、各再生期間における総期待保全費用は次式として求められる。

$$A_{II}(T) = c_p + c_m \Lambda(T) \dots\dots\dots (20)$$

以上より、無限計画期間における単位期間あたりの総期待保全費用は次式として求めることができる。

$$C_{II}(T) = \frac{A_{II}(T)}{T} \dots\dots\dots (21)$$

(1) 最適予防保全時間 $T^*$ について

単位期間あたりの総期待保全費用 $C_{II}(T)$ を最小にする最適予防保全時間 $T^*$ について考察する。最適予防保全時間 $T^*$ 存在の必要条件として、次式を与えることができる。

$$T \lambda_A(T) - \Lambda(T) = \frac{c_p}{c_m} \dots\dots\dots (22)$$

$$\lambda_A(T) = \frac{\partial \Lambda(T)}{\partial T} = \lambda \bar{G}(R_0 - l_m - D(T)) \dots\dots (23)$$

上式 (22) の解の存在、およびそのユニーク性について考える。式 (22) の左辺を $\xi(T)$ とおく。このとき、明らかに次式が成立する。

$$\lim_{T \rightarrow 0} \xi(T) < \frac{c_p}{c_m} \dots\dots\dots (24)$$

また、

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \xi(T) > \frac{c_p}{c_m} \dots\dots\dots (25)$$

が成立すれば、有限な解 $T^*$ が存在する。さらに、式 (22) を満足する最適予防保全時間 $T^*$ を式 (21) に代入することにより、最小化された単位期間あたりの総期待保全費用 $C_{II}(T^*)$ を次式として与えることができる。

$$C_{II}(T^*) = c_m \lambda(T^*) \dots\dots\dots (26)$$

(2) 数値実験

ここでは、最適予防保全年齢 $T^*$ を数値的に導出する。

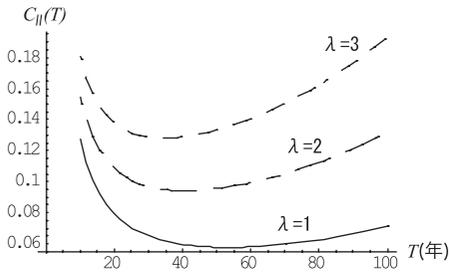


図-7 総期待保全費用  $C_H(T)$

本数値実験における施設破壊に至る基本設定として 2. (2) と同じオランダ北西部 Den Helder の海岸防波堤のデータ設定とする。予防保全費用  $c_p$  を単位費用、つまり  $c_p=1$  とする。また、事後保全費用  $c_m$  を緊急対応および社会的損失を表すペナルティを考慮し、単位保全費用に対する重み  $\delta$  を用い  $c_m = \delta c_p$  とする。本数値実験においては  $\delta=13$  とし、前章の数値例におけるケース 2 の費用設定とほぼ同じ状況とする。図-7 では、第 1 種波浪襲来間隔の変化  $\lambda=1,2,3$  に対する単位期間あたりの総期待保全費用を表している。第 1 種波浪襲来の期待襲来時間間隔の減少 ( $\lambda$  の増加) 対し、最適予防保全時間  $T^*$  は短くなる。これは、施設耐力減少に伴う施設破壊確率の増加がもたらす現象であり、先と同様直感的にも理解しやすい。

5. 現状回復回数制限モデル

先の現状回復モデルにおいて、予防保全実施までの事後保全回数は無制限であった。しかし、頻繁な事後保全は総保全費用の増加を招く恐れがある。そこで、1 再生期間における事後保全回数に上限  $k$  を設定し、上限数に達した場合、新設時と同様な状態にまで修復するモデルを提案する。これより、本モデルでは事後保全回数上限  $k$  に達する場合、もしくは上限到達以前に予防保全時間  $T$  のいずれか早い事象発生時点が再生点となる。

はじめに、1 再生期間における期待事後保全回数  $W(k, T)$  は次式として求められる。

$$W(k, T) = \sum_{j=0}^{k-1} jF_j(T) + k \sum_{j=k}^{\infty} F_j(T) \dots\dots\dots (27)$$

$$= k - \sum_{j=0}^{k-1} (k-j)F_j(T)$$

つぎに、期待 1 再生期間長は次式として求められる。

$$TP\{S_k > T\} + \int_0^T tdH_k(t) = \sum_{j=0}^{k-1} \int_0^T F_j(t)dt \dots (28)$$

ここで、確率変数  $Y_j (j=1,2,\dots)$  は  $j$  回目の事後保全時間を表し、その分布関数が  $H_j(\cdot)$  である。つまり、

$$P\{Y_j \leq t\} = H_j(t) = \sum_{i=j}^{\infty} F_i(t) \dots\dots\dots (29)$$

以上より、無限計画期間における単位期間あたりの総

期待保全費用は次式として求められる。

$$C(k, T) = \frac{c_p + c_m W(k, T)}{\sum_{j=0}^{k-1} \int_0^T F_j(t)dt} \dots\dots\dots (30)$$

(1) 最適事後保全上限回数  $k^*$  について

式 (30) を最小とする最適事後保全回数の上限  $k^*$  について考察する。有限な予防保全時間  $T > T^*$  に対し、有限な最適上限回数  $k^*$  が存在する場合、次式を満たす。

$$U(k^*, T) \geq \frac{c_p}{c_m} \text{ and } C(k-1^*, T) < \frac{c_p}{c_m} \dots\dots\dots (31)$$

ここで、関数  $U(k, T)$  は次式として与えられる。

$$U(k, T) = \frac{\sum_{j=k+1}^{\infty} F_j(T) \sum_{i=0}^{k-1} \int_0^T F_j(t)dt}{\int_0^T F_k(t)dt} - \left\{ k - \sum_{j=0}^{k-1} (k-j)F_j(T) \right\} \dots\dots\dots (32)$$

また、 $T > T^*$  に対し、最適上限回数は  $n^* \rightarrow \infty$  である。つまり、時間による予防保全が費用最小化の意味において最適である。さらに、 $T^* = \infty$  の場合、最適上限回数は  $n^* \rightarrow \infty$  である。

6. まとめ

本研究では消波施設の耐力、および異常波浪などによりもたらされる外的負荷の 2 変量により施設破壊が決定される確率過程のもと、3 種類の施設保全モデルの提案を行った。さらに、各モデルにおける最適保全時期に関する解析的議論を行った。また、数値例より適切な保全時期の設定が総期待保全費用削減に有効な手段となりえることを示し、施設の暴露環境が最適な保全時期に大きな影響を与えることも判明した。

謝辞：本研究は、科学研究費補助金基盤研究 (C) (課題番号 20560479, 研究代表者：松見吉晴) により実施された。

参考文献

氏家久芳・奥野敏彦・鈴木 誠・稲田 裕 (1991)：消波ブロックへの信頼性設計法の適用，海岸工学論文集，第 38 巻 (2)，pp.601-605.

鹿島遼一・島田真行・山本正明・奥津一夫・今泉正次 (1988)：ライフサイクルコスト最小設計法 - 補修を考慮した防波堤の設計-，海岸工学論文集，第 35 巻 (2)，pp.727-731.

農林水産省・国土交通省 (2008)：海岸・防災課ライフサイクルマネジメントのための海岸保全施設維持管理マニュアル (案)～堤防・護岸・胸壁の点検・診断～，105 p.

Nakagawa, T and Kowada, M. (1983)：Analysis of a system with minimal repair and its application to replacement policy, EJOR, Vol.12, pp.176-182.

Pickands III, J. (1975)：Statistical Inference Using Extreme Order Statistic, Annals of Stat Vol.3, pp.119-131.

Van Noortwijk, J.M., Van der Weide, J.A.M., Kallen, M.J., and Pandey, M.D. (2007)：Gamma Processes and Peaks-Over-Threshold Distributions for Time-Dependent Reliability, Reliab. Eng. Sys. Safety. Vol.92, pp.1651-1658.