

表-1 実験条件

代表径 D [m]	間隙率 ϕ	接近流速 V_0 [m/s]	Reynolds数 Re_p
0.010	0.32	0.021	75
		0.029	103
		0.043	153
0.020	0.45	0.020	200
		0.026	260
		0.032	320
		0.040	400
		0.052	520
0.025	0.53	0.021	309
		0.036	530
		0.044	648

3. 乱流量の定義とa priori型の乱流モデル検証方法

速度場の情報は、得られた撮影画像に高解像度PTVであるSuper-Resolution KC法(竹原ら, 2000)を施すことにより取得した。PTVにより得られた計測値はトレーサ存在点 (x_m, y_m, z_m) における値であり、平均計測密度は $180 \sim 290$ 個/ 10^{-4} m^3 と高密度であった。

図-2に乱流モデルの検証フロー図を示す。画像計測から得られた計測値 v_m に対して以下の式(1)を用いて空間平均流速 $\langle v \rangle$ を算定し、式(2)で定義される乱流成分 v^s を用いて、Reynolds応力 R_{Sxz} を式(3)より算定した。

$$\langle v \rangle(x_c, y_c, z_c) = \frac{1}{M} \int_{V_s} v_m(x_m, y_m, z_m) dv \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$v^s(x_m, y_m, z_m) = v_m(x_m, y_m, z_m) - \langle v \rangle(x_c, y_c, z_c) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$R_{Sxz}(x_c, y_c, z_c) = \frac{1}{M} \int_{V_s} u^s w^s(x_m, y_m, z_m) dv \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで (x_m, y_m, z_m) は計測点座標を、 (x_c, y_c, z_c) は任意の格子点座標を表す。また、 M は空間平均領域 V_s (直径 $\ell_s = 6.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ の円内) の計測点数、 u^s, w^s は各々 x, z 軸方向(図-1参照)の変動速度成分である。

多くの既往の乱流モデルはReynolds応力と平均流の速度勾配との関係を定義している。一般的に乱流モデルの検証は、乱流量の計測値と数値モデルによる再現結果の比較により行われている。しかし、画像計測やDirect

Numerical Simulation (DNS) からは高い時空間解像度の情報を取得できるため、式(1)で得られた平均流速の空間勾配と、式(3)で得られたReynolds応力の関係を直接検証することも可能であり、このような検証は「a priori testing」として知られている(例えば、Clarkら, 1979)。

既往の乱流モデルのうち、これまでに多孔質体通過流れに対して適用されているのは、Reynolds応力 R_{Sij} とせん断速度 $\gamma_{Sij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial x_i} \right)$ の間に次式で表される負の線形関係を仮定する渦粘性近似モデルである(例えば、Nakayamaら, 1999; Pedrasら, 2001)。

$$R_{Sij} = -2\nu_t \gamma_{Sij} + \frac{2}{3} K_S \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで ν_t は渦動粘性係数(正值)、 K_S は R_{Sij} の対角成分(TKE)、 δ_{ij} はKroneckerのデルタである。近年ではKuwaharaら(2006)によって多孔質体間隙部の微視的流動がLESにより解析されているが、ここでも式(4)の線形渦粘性近似が仮定されている。しかし、単円柱周りの流れなど流れの非定常性が顕著に現れる場においては、線形渦粘性近似の妥当性は比較的低いことが示されており(例えば、Frankeら, 1989)、より複雑な多孔質体通過流れにおいてはその妥当性が危ぶまれる。

一方、空間平均操作により定義される乱流量に関しては、スケール相似則に基づくモデル化が進んでおり(例えば、Bardinaら, 1980)、線形渦粘性近似よりも高い妥当性を有していることが示されている。また、Liuら(1994)は次式で表される非線形速度勾配を用いたモデル(以下、非線形モデル)を提案しており、これはスケール相似則とはほぼ等価である。

$$R_{Sij} = C_n \lambda_s^2 \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_k} \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial x_k} = C_n \lambda_s^2 \Gamma_{Sij} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで C_n はモデル係数、 λ_s は乱流長さスケール、 Γ_{Sij} は非線形速度勾配項である。上式の xz 面成分はせん断速度 γ_{Sij} 、回転速度 $\omega_{Sij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right)$ および伸縮速度 $\epsilon_{Si} = \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i}$ を用いて以下のように書き換えられる。

$$R_{Sxz} = C_n \frac{\lambda_s^2}{2} \{ \gamma_{Sxz} (\epsilon_{Sx} + \epsilon_{Sz}) - \omega_{Sxz} (\epsilon_{Sx} - \epsilon_{Sz}) + \frac{1}{2} (\gamma_{Sxy} - \omega_{Sxy})(\gamma_{Syz} + \omega_{Syz}) \} \quad \dots\dots\dots (6)$$

上式より明らかなように、非線形モデルでは γ_{Sij} や ω_{Sij} のみでなく、伸縮項 ϵ_{Si} の寄与が重要となっている。図-3に、計測結果の一例として $Re_p = 320$ の断面 $y/D = 0.000$ における各速度勾配項の瞬時の空間分布 (V_0 および ℓ_s で無次元化した値) を示す。これらの図より、多孔質体近傍の流れにおいては、 ϵ_{Sx}^* や ϵ_{Sz}^* の伸縮項も γ_{Sxz}^* や ω_{Sxz}^* と同程度の大きさを有しており、無視できるほど小さな値ではないことが明らかである。

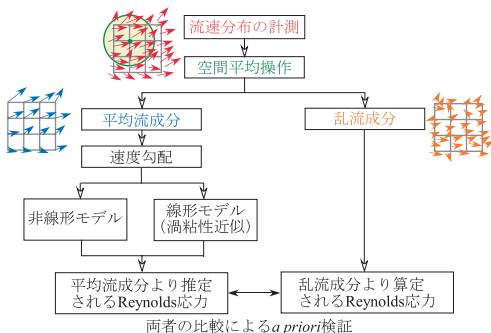


図-2 乱流モデルの検証フロー図

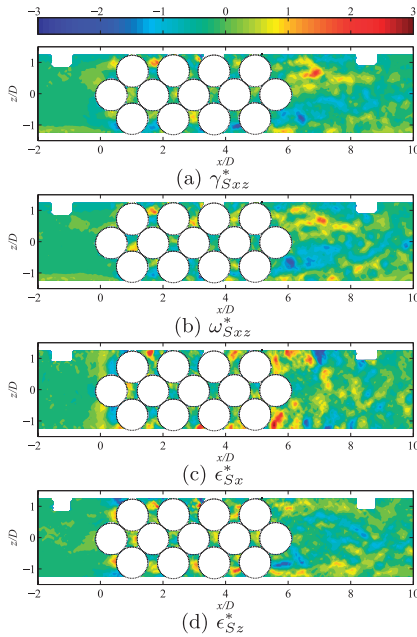


図-3 無次元速度勾配 γ_{Sxz}^* , ω_{Sxz}^* , ϵ_{Sxz}^* , ϵ_{Sxz}^* の瞬時分布 ($R_{ep}=320$, $D=0.02m$, $y/D=0.000$)

本研究では、式 (4) で表される線形渦粘性近似および式 (6) で表される非線形モデルの妥当性について検討した。その際、式 (6) の第3項に含まれる各速度勾配項は、画像計測により得られる2次元速度情報から算定することは困難であるので、実際には第3項を無視した次式の近似モデルを用いて検証を行った。

$$R_{Sxz} = \frac{C_n \lambda_s^2}{2} \{ \gamma_{Sxz} (\epsilon_{Sx} + \epsilon_{Sz}) - \omega_{Sxz} (\epsilon_{Sx} - \epsilon_{Sz}) \} \cdots (7)$$

なお、以降は $\Gamma_{Sxz} = \gamma_{Sxz} (\epsilon_{Sx} + \epsilon_{Sz}) - \omega_{Sxz} (\epsilon_{Sx} - \epsilon_{Sz})$ を非線形速度勾配項 Γ_{Sxz} として表記する。

4. 線形渦粘性近似モデルおよび非線形モデルの妥当性に関する定性的検討

渦動粘性近似を用いた Reynolds 応力のモデル化において用いられる ν_t は、これまで乱流エネルギーやその散逸率等の乱流代表スケールの関数として様々な定式化が行われているが、いずれの場合も正值をとることが前提とされている。すなわち、 R_{Sij} と γ_{Sij} の間には負の線形関係が成立しなければならない。そこで、計測により得られた γ_{Sxz} と R_{Sxz} の空間相関から渦動粘性近似の妥当性を検証した。また、式 (7) の非線形モデルについても同様に R_{Sxz} と Γ_{Sxz} の空間相関からその妥当性を検証した。

図-4 (a) および (b) に、 $R_{ep}=320$ の代表的な計測断面における R_{Sxz}^* および $-\gamma_{Sxz}^*$ の瞬時分布を示す。ここで R_{Sxz}^* および $-\gamma_{Sxz}^*$ は V_0 および ℓ_s によって無次元化した値を、ま

た、比較を容易にするため $-\gamma_{Sxz}^*$ は負値を示した。図より、多孔質体上流域では R_{Sxz}^* および $-\gamma_{Sxz}^*$ は微小であるが、多孔質体間隙部に流入するとともに両者は急増している。しかし、多孔質体間隙部における R_{Sxz}^* および $-\gamma_{Sxz}^*$ の符号の一致度は全般的にそれほど高くない。特に、 $y/D=0.000$ のように流軸方向に間隙が連続しておらず、 y 軸方向の流れが卓越することが想定される断面では、両者の符号の一致度は相対的に低い。また、多孔質体後流域では両者の符号分布は比較的類似しているが、局所的には異なる点も多い。一方、図-4 (c) に示した Γ_{Sxz}^* の分布と (a) の R_{Sxz} の分布を比較すると、その符号分布はいずれの計測断面においても、多孔質体の間隙部を含めて良好に一致していることがわかる。

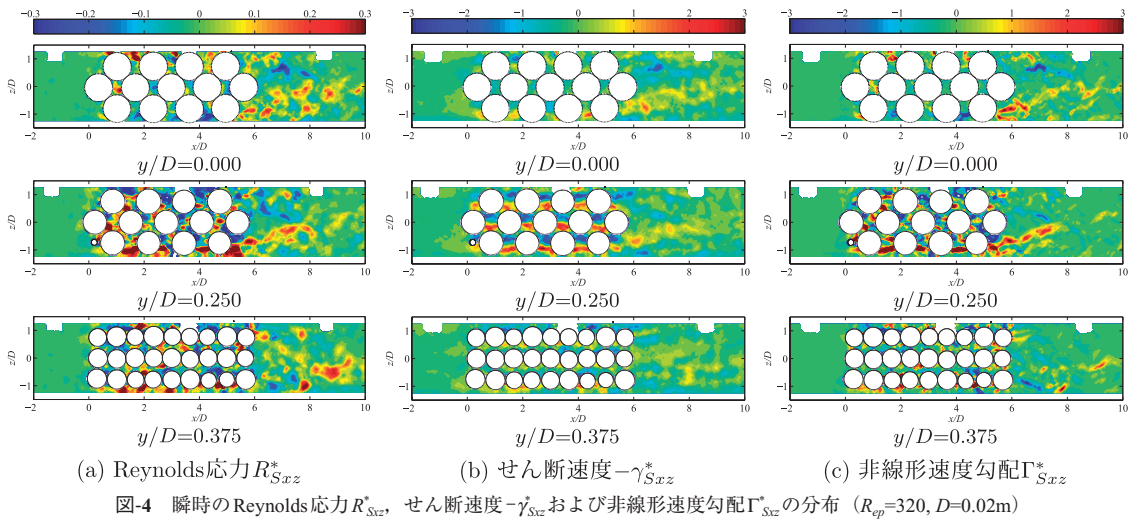
より定量的な検証のために、 $R_{ep}=320$, $y/D=0.000$ における R_{Sxz}^* と γ_{Sxz}^* および R_{Sxz}^* と Γ_{Sxz}^* に関する空間相関係数 r の時間変動を図-5 に示す。なお、 r の算定には各時刻で約 15000 地点における計測結果を用いている。図より、 R_{Sxz}^* と γ_{Sxz}^* の間には全般的に負の相関があることが確認できるが、相関係数は平均で $r=-0.14$ と小さく、変動幅は 0.1 程度である。一方、 R_{Sxz}^* と Γ_{Sxz}^* の間には常に正の相関関係があり、相関係数は平均で $r=0.65$ と比較的大きな値を示しており、変動幅も小さい。断面 y/D が変化しても、こうした傾向は同様であり、断面の違いによる r の変動幅は 0.1 程度であった。

図-6 に Reynolds 数と相関係数 r の関係を示す。図では代表径 D 、間隙率 ϕ が異なる条件の結果についても示している。また、ここで示した r は断面 y/D の異なる結果を平均した値であり、各プロットには r の標準偏差幅も示している。この結果より、 R_{Sxz}^* と γ_{Sxz}^* の間の相関係数は Reynolds 数によらず小さな値を示しており、両者の関係はほぼ無相関であると考えられる。その一方で、 R_{Sxz}^* と Γ_{Sxz}^* の間の相関係数は Reynolds 数が小さいときには 0.5 よりもやや小さな値を示すが、 $R_{ep}>200$ では 0.5 よりも大きな値を示し、その後は $r=0.6$ 程度で一定となる傾向にある。ここから、 R_{Sxz}^* と Γ_{Sxz}^* には、常に比較的高い正の相関関係があることがわかる。

以上の Reynolds 応力と各速度勾配項に関する空間相関の結果より、線形渦粘性近似モデルで仮定される R_{Sxz}^* と γ_{Sxz}^* の負の相関関係は多孔質体通過流れにおいては妥当ではないことが定性的に示された。一方、非線形乱流モデルで使用される速度勾配項 Γ_{Sxz}^* と R_{Sxz}^* の間には高い正の相関関係があることが示された。これは非線形乱流モデルの定性的な妥当性を示すものである。

5. 非線形モデルの妥当性に関する定量的検討

次に、非線形モデルの妥当性について定量的に検証するために、式 (7) における乱流長さスケール λ_s 及びモ



デル係数 C_n について検討した。空間平均領域のスケール ℓ_s に応じて、モデル化の対象となる運動のスケールは変化する。そこで、本研究では2次元計測結果を用いて3次元の乱流場を解析していることに鑑み、 λ_s は ℓ_s の関数として次式のように定義した。

$$\lambda_s = \ell_s^{2/3} \dots\dots\dots (8)$$

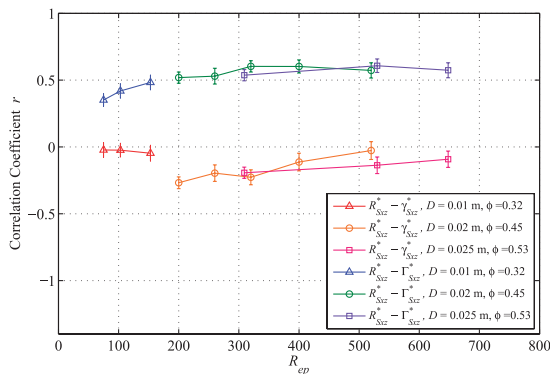
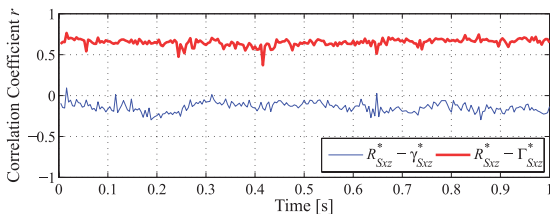
ℓ_s を先に述べた一定値 ($\ell_s = 6.0 \times 10^{-3} \text{ m}$) とすると、式(7) よりモデル係数 C_n の最適値を求めることができる。ここでは、計測されたReynolds応力 R_{Sxz}^* とモデルから推

定されたReynolds応力 $\widetilde{R_{Sxz}^*}$ の差 Err が最小となるように C_n を決定した。

図-7は各Reynolds数におけるモデル係数 C_n をプロットしたものである。 C_n はややばらつく傾向があるものの、Reynolds数にはほとんど依存していない。この事実、一律に C_n の平均値 ($C_n=0.14$) を用いるモデリングが有効であることを示している。Borueら (1998) は、Kolmogorov乱流理論に基づく C_n の理論値はトップハットフィルターを用いた場合 $C_n \sim 0.068$ であり、3次元の等方性乱流場に関するDNS結果から導いた C_n の実験値は ℓ_s が十分に小さければ $C_n \sim 0.08$ となることを示している。また、Taoら (2002) は矩形ダクト内乱流の画像計測結果から、エネルギー散逸率が計測値と等しくなるようにモデル係数 C_n を決定した場合、 $C_n=0.42$ となることを示している。これらの既往の知見を参考にすれば、本研究で得られたモデル係数 C_n も概ね妥当であると考えられる。

$C_n=0.14$ を用いた際の実験モデルの精度について図-8に示す。ここでは時空間平均値としての Err^* (V_0 で無次元化) とReynolds数の関係を示している。Reynolds数が比較的小さいときには相対的に Err^* が大きくなる傾向にあるが、Reynolds数が大きくなるに従って誤差は一定の値に収束しているように見て取れる。 Err^* の平均値は0.05程度であり、平均流の有するエネルギー (V_0^2) に対して約5%の誤差でReynolds応力分布を再現可能であることがわかる。

最後に、空間平均領域のスケール ℓ_s が非線形モデルの精度に及ぼす影響の検討結果の一例を図-9に示す。 ℓ_s が変化すると、Reynolds応力の計測値の分布も変化する。しかし、図-9によると、 ℓ_s が $3.0 \sim 10.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ の間で変化してもモデルの推定精度にはほとんど変化が見られな



い. このことは, 式 (7) および式 (8) を用いたモデリングが, ℓ_s によらず可能であることを示唆している.

6. 結論

(1) Reynolds 応力 R_{Sxz}^* とせん断速度 $-\gamma_{Sxz}^*$ の符号分布は, 多孔質体後流域では比較的類似しているが, 間隙部ではその一致度は低い. また, R_{Sxz}^* と γ_{Sxz}^* の間には, ほぼ無相関に近い負の相関がある. すなわち, 渦粘性近似を多孔質体通過流れに用いることは妥当ではない. (2) その一方で, R_{Sxz}^* と非線形速度勾配項 Γ_{Sxz}^* の符号分布は, 多孔質体間隙部・後流域ともによく類似している. また, R_{Sxz}^* と Γ_{Sxz}^* の間には高い正の相関がある. 相関係数 r には時間変動や計測断面毎の若干のばらつきはあるものの,

平均すると相関係数は概ね 0.6 程度である. ここから, Γ_{Sxz}^* を用いた非線形モデルが有力であることが定性的に示された. (3) R_{Sxz}^* の計測値とモデルによる推定値の差 Err^* が最小となるようにモデル係数 C_n の最適値を算定すると, Reynolds 数によらずほぼ一定値 $C_n=0.14$ を示す. また, Err^* より推定した非線形モデルの精度は概ね $Err^*=0.05$ であった. (4) 空間平均領域スケール ℓ_s に関するモデルの感度解析を行った結果, モデルの精度は ℓ_s にほとんど依存していないことが明らかとなった.

本研究は日本学術振興会特別研究員奨励費 (20・11248) の助成を受けたものである. ここに記して謝辞を表す.

参 考 文 献

- 江藤剛治・竹原幸生・横山雄一・井出康夫 (1996): 水流の可視化に必要な関連技術の開発 - 比重整合法, 屈折率整合法, 多波長計測 -, 土木学会論文集, No. 566, pp. 84-106.
- 竹原幸生・R. J. Adrian・江藤剛治 (2000): KC法を用いた Super-Resolution PIV の提案, 水工学論文集, 第44巻, pp. 431-436.
- 中條壮太・重松孝昌・辻本剛三・竹原幸生 (2007): 多孔質体によって生成される乱流諸量に及ぼすレイノルズ数の影響に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第54巻, pp. 801-805.
- 中條壮太・重松孝昌・馬瀬慎也 (2009): 複雑流動計測のための二視点系三次元PTVに関する基礎的研究, 海岸工学論文集, 第56巻, pp. 1461-1465.
- Bardina, J., J. H. Ferziger, W. C. Reynolds (1980): Improved subgrid scale models for large eddy simulation, AIAA Paper, 80-1357.
- Borue, V., S. A. Orszag (1998): Local energy flux subgrid-scale statistics in three-dimensional turbulence, J. Fluid Mech., Vol. 366, pp. 1-31.
- Clark, R. A., J. H. Ferziger, W. C. Reynolds (1979): Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow, J. Fluid Mech., Vol. 91, pp. 1-16.
- Franke, R., W. Rodi, B. Schonung (1989): Analysis of experimental vortex-shedding data with respect to turbulence modelling, 7th Symposium on Turbulent Shear Flows, 35.
- Kuwahara, F., T. Yamane, A. Nakayama (2006): Large eddy simulation of turbulent flow in porous media, Int. Commun. Heat Mass Transfer, Vol. 33, pp. 411-418.
- Liu, S., C. Meneveau, J. Katz (1994): On the properties of similarity subgrid-scale models as deduced from measurements in turbulent jet, J. Fluid Mech., Vol. 275, pp. 83-119.
- Nakayama, A., F. Kuwahara (1999): A macroscopic turbulence model for flow in a porous medium, J. Fluids Eng., Vol. 121, pp. 427-433.
- Pedras, M. H. J., M. J. S. de Lemos (2001): Macroscopic turbulence modeling for incompressible flow through undeformable porous media, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 44, pp. 1081-1093.
- Tao, B., J. Katz, C. Meneveau (2002): Statistical geometry of subgrid-scale stresses determined from holographic particle image velocimetry measurements, J. Fluid Mech., Vol. 457, pp. 35-78.

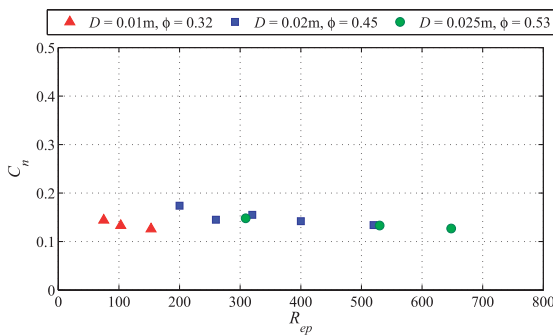


図-7 Reynolds 数がモデル係数 C_n に及ぼす影響

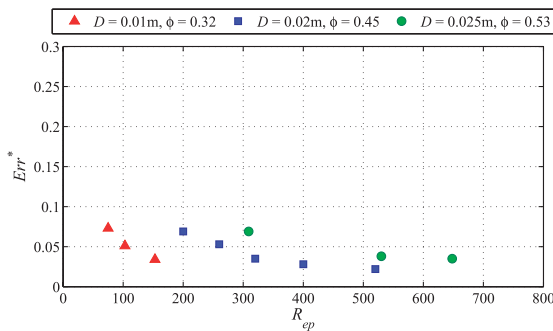


図-8 無次元誤差 Err^* と Reynolds 数 R_{ep} の関係

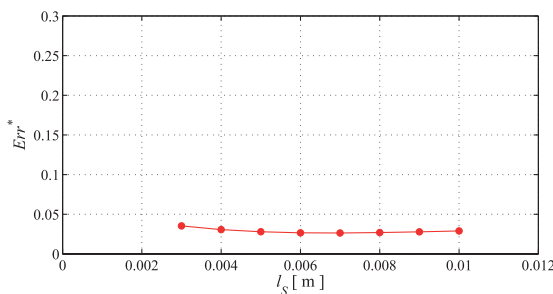


図-9 無次元誤差 Err^* と空間平均領域のスケール ℓ_s の関係 ($R_{ep}=320$)