

3次元固液混相乱流モデルによるシートフロー漂砂の鉛直分級過程の解析

Numerical Simulation of Vertical Sorting in Sheetflow Regime by 3D Solid-Liquid Two-phase Turbulent Flow Model

原田英治¹・後藤仁志²・鶴田修己³

Eiji HARADA, Hitoshi GOTOH and Naoki TSURUTA

Sediment sorting plays an important role in a beach morphological process. A granular material model is an effective tool to investigate mechanism of vertical sorting in a sheetflow layer, because a physical experiment in a sheetflow layer is quite difficult due to a high sediment concentration. In the present study, to simulate particulate flow in a sheetflow layer with a high resolution, the filtered incompressible Newtonian viscous fluid equation, having multiphase flow formulation based on the CIP-CUP method, is coupled with both DEM as a particle dynamics model and SSM as a turbulent flow model. Then, the proposed model is applied to a vertical sorting in a sheetflow layer to predict its internal structure from a viewpoint of computational mechanics.

1. はじめに

混合粒径シートフロー漂砂では、粒子・粒子間および粒子・流体間の活発な運動量交換を伴った鉛直分級過程が見られる。鉛直分級機構の詳細な理解には、砂粒子スケールからの議論が不可欠であるが、シートフロー漂砂は、高速・高濃度の土砂輸送現象（固液混相乱流）であり、実験計測による詳細な機構の解明は非常に困難である。一方、砂粒子スケールの空間解像度を対象とした数値シミュレーションの実施は計算負荷は高いものの、シートフロー層の内部構造を数値的に検討することが可能であり、鉛直分級機構の詳細な理解には有効な手段であると考えられる。

これまで著者らは、砂粒子スケールの空間解像度を対象とする2次元数値シミュレーションからシートフロー層内部構造を検討してきたが、渦構造や粒子運動の3次元性については何らかの情報を与えるものではなく不十分さが残されていた（原田ら, 2009）。そこで、本研究ではシートフロー漂砂の鉛直分級過程の3次元性を検討するため、Xiaoら（1999）の多層流体を対象とした計算手法と牛島ら（2003）MICSを参考にして構築した1流体モデルにSmagorinskyモデル（Smagorinsky, 1963）を導入した3次元固液混相乱流モデルを構築した。そして、実験水路における人工粒子で形成した移動床を想定し、混合

粒径シートフロー漂砂の鉛直分級過程の数値シミュレーションを実施するとともに、砂粒子スケールにおいてシートフロー層内部の3次元構造を詳細に示し、シートフロー漂砂機構について計算力学的観点から検討した。

2. 数値モデル

(1) 固液混相乱流モデル

固液混相流れは、計算格子スケール Δ （GS：グリッドスケール）で平滑化した非圧縮性Newton流体の連続式と運動方程式を基礎として扱う。平滑化によって生じたサブグリッドスケール（SGS）の応力の評価には、Smagorinsky（1963）を採用した。

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{D\bar{\mathbf{u}}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla \bar{P} + \nabla \cdot \{2(\nu + \nu_t)\bar{\mathbf{S}}\} + \mathbf{g} + \frac{\rho_w}{\rho} U \Omega \cos(\Omega t) \mathbf{e} \quad \dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \nu &= \frac{\mu}{\rho}, \nu_t = (C_s \Delta)^2 (2\bar{\mathbf{S}}:\bar{\mathbf{S}})^{1/2} \\ \bar{\mathbf{S}} &= \frac{1}{2} \{(\nabla \bar{\mathbf{u}}) + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T\} \\ \bar{P} &= \bar{p} + \frac{2}{3} \rho k_{SGS} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu &= (1 - \phi_p) \mu \\ \nu_t &= (1 - \phi_p) \nu_t \\ \rho &= \phi_p \rho_p + (1 - \phi_p) \rho_w \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\bar{\mathbf{u}}$ ：GSの流速場、 t ：時間、 ρ ：流体密度、 \bar{P} ：GSの圧力、 k_{SGS} ：SGS乱れエネルギー、 μ ：粘性係数、 ν_t ：SGS渦動粘性係数、 $\bar{\mathbf{S}}$ ：歪み速度テンソル、 ρ_w ：水

1 正会員 博(工) 京都大学准教授 工学研究科社会基盤工学専攻
2 正会員 博(工) 京都大学教授 工学研究科社会基盤工学専攻
3 学生会員 京都大学大学院 工学研究科社会基盤工学専攻

の密度, ρ_p : 粒子密度, g : 重力加速度項, U : 流速振幅, Ω : 角周波数, e : x 軸方向の単位ベクトル, C_s : Smagorinsky定数 ($C_s=0.1$), ϕ_p : 各計算格子に含まれる粒子の占有体積である. 粒子を部分的に含む計算格子の計算には, 計算格子スケールサイズの1/10のサブセルを用いた. このように粒子占有体積を詳細に計算することは漂砂量計算に対しても重要である.

(2) 粒子モデル

多数粒子の接触力を計算しつつ各個運搬挙動を追跡するため, 粒子運動モデルとしてDEMを基礎とした3次元数値移動床(後藤, 2004)を適用した. 並進および回転の運動方程式は, 固液混相乱流モデルより算定された粒子周りの流れ場を用いて以下のように記述した.

$$\frac{d(mv_p)}{dt} = \int_{sp} \phi_p \rho_p \left(\frac{D\bar{u}}{Dt} - g - \frac{\rho_w}{\rho} U \Omega \cos(\Omega t) e \right) dV + f_p + f_g + \rho_w \left(m / \rho_p \right) U \Omega \cos(\Omega t) e \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{d(I \cdot \omega_p)}{dt} = \phi_p \rho_p \int_{sp} r \times \frac{D\bar{u}}{Dt} dV + T_p \dots \dots \dots (6)$$

ここに, m : 粒子質量, v_p : 粒子移動速度, sp : 粒子領域, dV : 微小体積, f_p : 粒子間相互作用力, f_g : 体積力, I : 慣性テンソル, ω_p : 回転角速度, T_p : 粒子間相互作用力に起因したトルクである.

(3) 数値解法

まず, CIP-CUP法(Yabeら, 1991)に倣い固液混相乱流場を計算する. 次に, 得られた流れ場を用いて粒子運動を追跡する. 粒子運動することで流体計算格子に含まれる粒子占有率が変化するため,

$$\left. \begin{aligned} u_p &= v_p + \omega_p \times r \\ \bar{u} &= \phi_p u_p + (1 - \phi_p) u \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

を用いて, 流体計算格子の流速場を変更する. このプロセスを所定の計算時間まで繰り返す. なお, * : 流体計算後の値を示す添字である.

3. 鉛直分級過程の数値シミュレーション

(1) 再現性の検討

粒径 $d_j=0.5\text{cm}$ の均一粒径粒子で形成した数値移動床における半周期漂砂量 q とシールズ数の関係をプロットしたのが図-1である. 計算機のメモリ制約によって限定された計算領域での結果ではあるが, 既往の実験結果の傾向を概ね良好に再現するようにDEMで用いるモデル定数を設定した.

(2) 鉛直分級過程

対象計算領域は図-2の初期条件に示す. 比重 $\rho_p/\rho=1.318$, 3粒径階の混合粒径粒子(粒径 d_i : $d_1=0.5\text{cm}$,

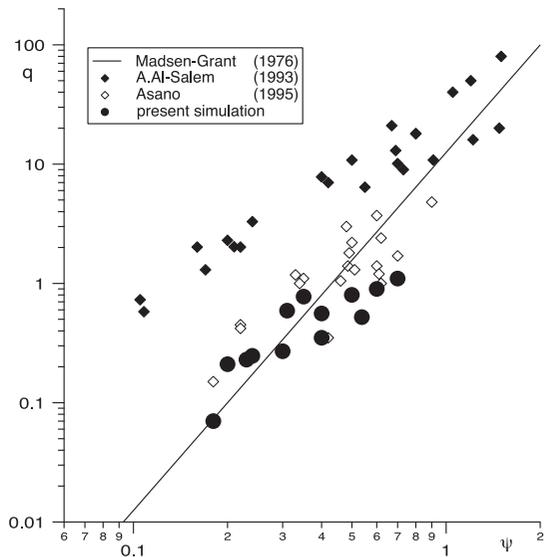


図-1 半周期漂砂量と無次元掃流力の関係

$d_2=1.0\text{cm}$, $d_3=1.5\text{cm}$)がそれぞれほぼ同体積になるように計443個(d_1 : 382個, d_2 : 47個, d_3 : 14個)をランダムに投入して形成した数値移動床に, 平均粒径 $d_m=0.585\text{cm}$ に対するシールズ数 $\psi=0.40$ となる振動流(振動周期 $T=1.0\text{s}$, 流速振幅 $U=60.0\text{cm/s}$)の下でシートフロー漂砂を発生させて鉛直分級過程を追跡した. なお, シールズ数は,

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \frac{0.5fU^2}{\left(\frac{\rho_p}{\rho} - 1\right)gd} \\ f &= \exp\left[-7.53 + 8.07\left(\frac{U}{\Omega z_0}\right)^{-0.1}\right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

を用いて評価した. ここに, f : Jonsson (1966)の摩擦係数, z_0 : 粗度長(ここでは数値移動床構成材料の平均粒径 d_m の1/30とした)である. また, 計算領域の x, y 軸方向は周期境界であり, $z=0.0\text{m}$ の底部境界は滑り無し条件を, $z=0.1\text{m}$ は開放条件を課した. なお, 流体計算に用いた計算格子スケール Δ は $\Delta=d_j/4$ とした. 図-2に鉛直分級過程の代表的なスナップショットを示すが, 粒子移動の活発な層(シートフロー層: $z > 0.02\text{m}$)と粒子移動が僅かな層(貯留層: $z \leq 0.02\text{m}$)の存在が見て取れる. また, 例えば初期に $(x, z) = (0.05\text{m}, 0.02\text{m})$ 付近に存在する大粒子が, 周期 $t/T=0.75$ には浮上している様子から, シートフロー層では活発な粒子混合過程に伴う, 大・中粒子の上昇過程がうかがえる.

鉛直分級の発達過程を浮き彫りにするため, 図-3にシートフロー層 $z > 0.02\text{m}$ に存在する各粒径階の周期 $t/T=0.25$ の位置を基準とした相対的な鉛直方向の濃度重心 z_{gci} の時系列を示す. 小粒子の濃度重心の降下は僅か

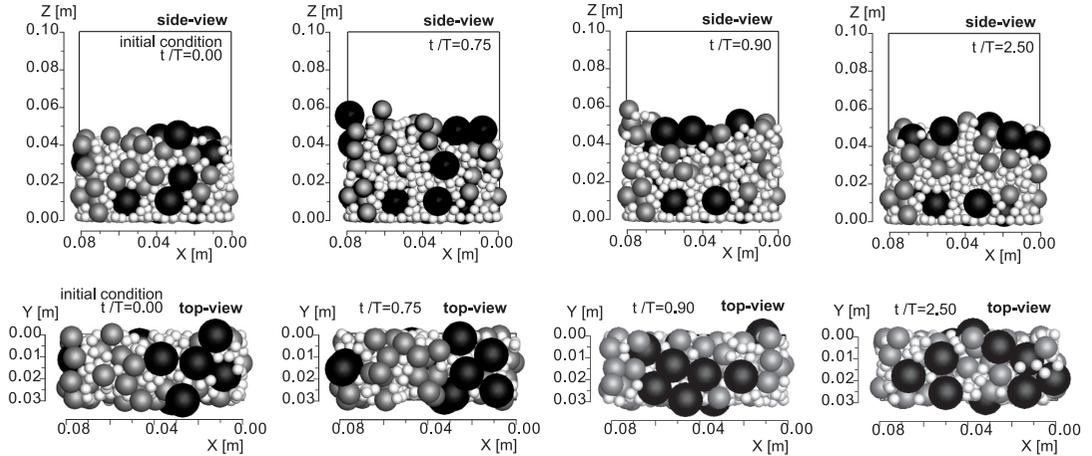


図-2 鉛直分級過程のスナップショット

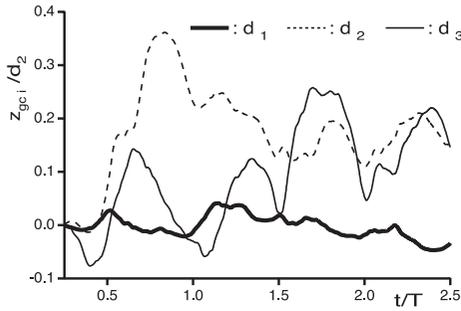


図-3 濃度重心の時系列

はあるが、顕著な大・中粒子の濃度重心の上昇が確認でき、活発な分級進行過程がうかがえる。シートフロー層では小粒子が大・中粒子の運動に巻き込まれ流送されており、平均的な濃度重心の時系列は横這い状態を示す結果となった。移動床表層に浮上した大粒子の時系列には、掃流力的作用によって大きな変動を伴った時系列が確認された。

シートフロー層厚の再現性について検討するため、山下 (1992) を参考にして、図-4に粒径 d_i で無次元化した最大移動層厚 δ/d_i と粒径別シールズ数 ψ_i の関係を d_θ/d_i (d_θ : 水粒子移動振幅) の大きさ別に示した。シミュレーションと類似の条件の実験結果と比較すると、小粒子のシミュレーション結果は幾分か小さいが概ね良好な再現が確認された。なお、本研究のシミュレーションは、混合粒径粒子を対象としているため、均一粒径粒子を対象とした実験結果と完全に比較はできないが、シミュレーションから得られたシートフロー層には全粒径階の粒子が混在し、同レベルの移動速度で流動していたことから、シミュレーションの再現性の目安を与えるものと考えられる。ところで、均一粒径として平均粒径 $d_m=0.585\text{cm}$ を使用した数値移動床 (粒子数710個、シールズ数 $\psi=0.40$ 、振動

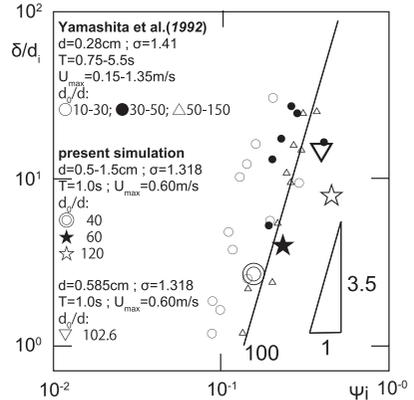


図-4 移動層厚とシールズ数および d_θ/d_i の関係

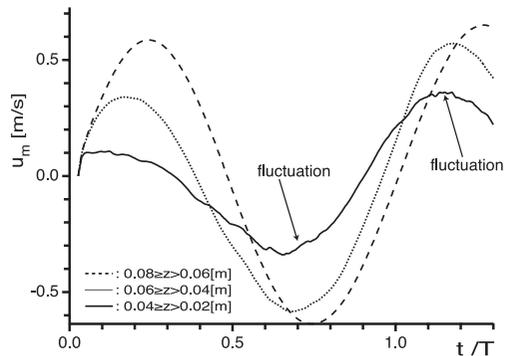


図-5 層別の平均流速の時系列

周期 $T=1.0\text{s}$ 、流速振幅 $U=60.0\text{cm/s}$) での最大移動層厚は混合粒径のそれと比較して増加した。これは、混合粒径と比較して均一粒径の移動床では空隙が少なく、シートフロー層での単位体積中の粒子間の接触点が多いことから、移動抵抗が増加したことが原因であると考えられる。

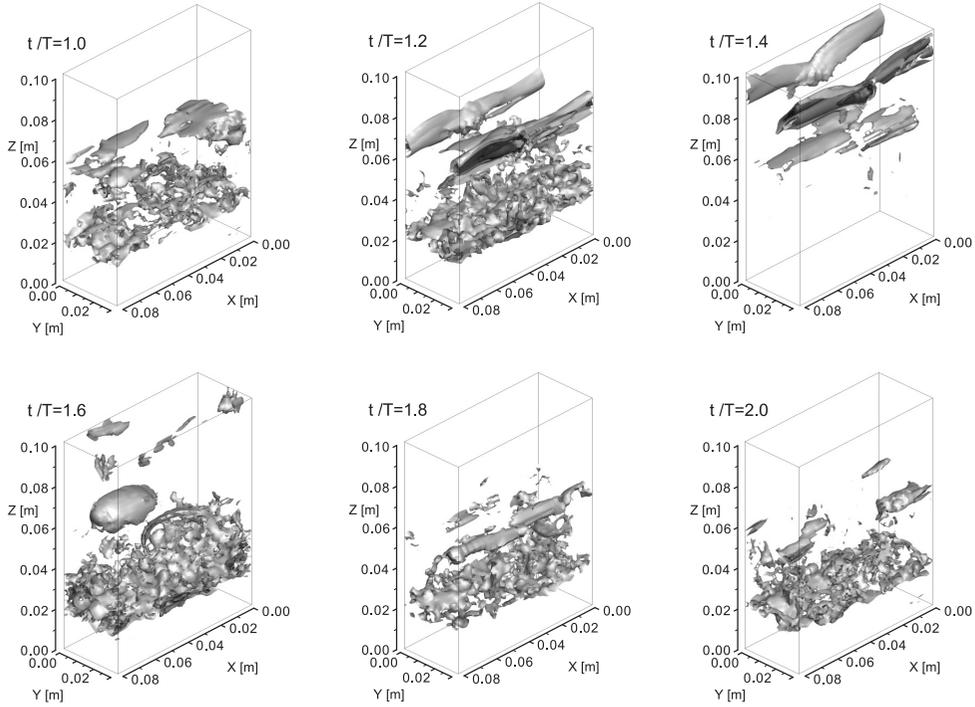


図-6 歪み速度テンソルの大きさの空間分布

(3) シートフロー層の内部構造

シートフロー層を3層に区分し、各層の層平均流速の

$$u_m = \frac{1}{V_L} \int_L (1 - \phi_p) \overline{u_x} dV \quad \dots\dots\dots (9)$$

時系列を図-5に示す。ここに、 u_m ：層平均流速の振動流方向成分、 V_L ：層体積、 L ：層の領域である。シートフロー下層部 ($0.04 \geq z > 0.02$ [m]) に向かうにしたがって、流速振幅の減少と位相の先行が確認される。また、シートフロー下層部では流速変動が示されているが、 $z=0.02$ m付近での流速と移動速度の大きな相対速度勾配が原因であると考えられる。図-6に示される最大の歪み速度テンソルの大きさで規格化した歪み速度テンソルの大きさの空間分布（歪みが大きい領域を濃い色で表示した）からも理解されるように、シートフロー層の内部では発達した乱流場が形成されるものと考えられる。

シートフロー層の粒子駆動力を検討するため、粒子に作用する圧力勾配力、せん断応力、粒子間力（法線および接線）の層平均の大きさに関する時系列を図-7に示す。シートフロー下層部では、法線方向の粒子間力がシートフロー層の形成に支配的であるが、粒子濃度が低くなるシートフロー上層部 ($0.08 \geq z > 0.06$ [m]) では、粒子間の衝突頻度が減少し流体力による駆動力が粒子運動の支配的要因になることが分かる。また、図-5との比較から、粒子と流体の慣性の違いによって流速が反転する位相よ

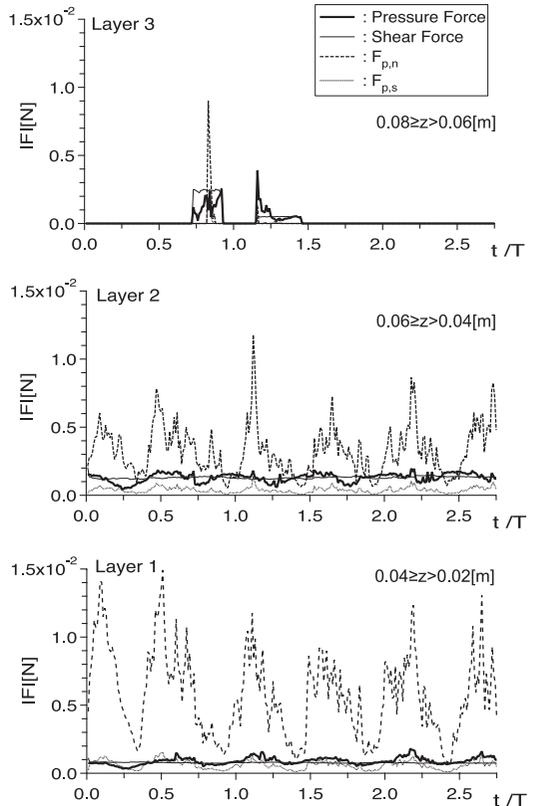


図-7 粒子駆動力の時系列

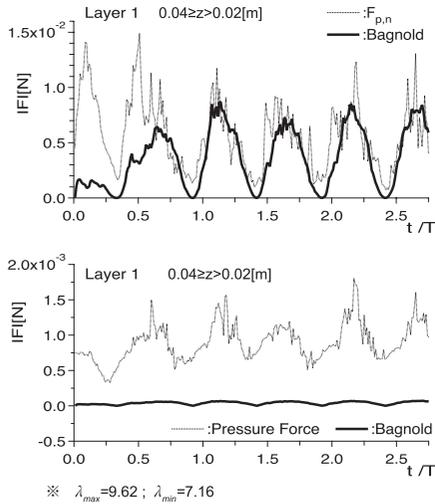


図-8 Bagnoldの実験式との比較

り少し手前の位相から粒子間衝突力が活発になる位相が発現している。

Bagnold (1954) は間隙流体による応力と粒子間衝突による応力に分けてそれぞれ次式の分散圧力の実験式を提案している。

$$P = 2.25\lambda^{\frac{3}{2}}\rho_s\nu\frac{dv_{px}}{dz}/\tan\theta \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$P = 0.042\rho_s(\lambda D)^2\left(\frac{dv_{px}}{dz}\right)^2 \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 $\tan\theta$ ：粒子間の動摩擦角（ここでは、 $\tan\theta = 0.577$ の一定値とした） v_{px} ：x軸方向の粒子移動速度であり、線形濃度 λ は、体積濃度 C と次式で関連付けられる。

$$\lambda = 1/\{(C_{max}/C)^{\frac{1}{3}} - 1\}, C_{max} = 0.74 \quad \dots\dots(12)$$

浅野ら (1990) を参考に、Bagnoldの実験式から得られた値に平均粒径 d_m の粒子表面積を乗じた値とシミュレーションで得られた圧力勾配力および法線方向の粒子間力の大きさの時系列を図-8に示す。シートフロー層内部では、粒子間力が支配的である傾向は実験式の結果でも同様であった。また、周期 $t/T=1.0$ 以降の粒子間衝突力時系列には、高速移動する周期で実験式および数値シミュレーション結果の双方の良好な一致が示されている。このことは、非定常性を考慮しない実験式であっても、粒子間力による分散圧力については上手く予測できる可能性があることを示唆している。一方、間隙流体による応力には、低速移動周期における実験式とシミュレーション結果に一致は確認されなかった。その理由については、

非定常性の問題、動摩擦角を一定として与えたことの問題、シミュレーションにおける固液界面の不明瞭な扱いの問題など、今後の検討が必要である。

4. おわりに

本研究では、3次元固液混相乱流モデルを構築し、振動流場における混合粒径シートフロー漂砂の鉛直分級過程を対象にした数値シミュレーションを実施した。シートフロー層の内部構造を流れ場や粒子駆動力の観点から計算力学的に検討した。構成則の検討や実験水路規模の数値移動床を用いた数値シミュレーションと実験結果との直接比較の実施を引き続き検討したい。

謝辞：本研究の一部は、科学研究費補助金（課題番号：21760386、研究代表者：原田英治）による成果であり、ここに謝意を表する。

参 考 文 献

浅野敏之・筒井勝治 (1990)：シートフロー状漂砂が生起するときの底質粒子群の運動特性，海岸工学論文集，第37巻，pp.244-248。
 牛島 省，竹村雅樹，山田修三，襦津家久 (2003)：非圧縮性流体解析に基づく粒子-流体混合系の計算法 (MICS) の提案，土木学会論文集，No. 740/II-64，pp.121-130。
 後藤仁志 (2004)：数値流砂水理学，森北出版，223p。
 原田英治・後藤仁志 (2009)：シートフロー漂砂における鉛直分級過程の高解像度計算，土木学会論文集B2 (海岸工学)，Vol.B2-65，No.1，pp.516-520。
 山下俊彦・金岡 幹・牧野有洋 (1992)：非定常性に注目したシートフロー状砂移動機構，海岸工学論文集，第39巻，pp.291-294。
 Bagnold, R.A. (1954)：Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in Newtonian fluid under shear, Proc. of Royal Soc., Vol.225, A., pp.49-63。
 Jonsson, I.G. (1966)：Wave boundary layer and friction factors, Proc. of 10th Conf. on Coastal Eng., pp.127-148。
 Smagorinsky, J. (1963)：General circulation experiments with the primitive equations, Mon. Weath. Rev., Vol.91, pp.99-164。
 Xiao, F. (1999)：A computational model for suspended large rigid bodies in 3D unsteady viscous flows, J. Comp. Phys., Vol.155, pp.348-379。
 Yabe, T. and Wang, P.Y. (1991)：Unfied Numerical Procedure for Compressible and Incompressible Fluid, J. Phys. Soc. Japan, Vol.60, No.7, pp.2105-2108。
 Madson, O.S. and Grant, W.D. (1976)：Sediment transport in the coastal environment, Rep. No.209, Ralph M. Parsons Lab., MIT。
 Al-Salem, A.A. (1993)：Sediment transport in oscillatory boundary layers under sheet-flow conditions, Master Thesis, Technical University of Delft, 209p。
 Asano, T. (1995)：Sediment transport under sheet-flow, J. Waterways, Port, Coastal and Ocean Engrg., ASCE, Vol.121, No.5, pp.1-8。