

三次元流体・構造・地形変化連成数値計算モデルの開発と 没水物体周辺の洗掘現象への適用

Development of Three-Dimensional Coupled Fluid-Structure-Sediment Interaction Model and its Application to Local Scour around Submerged Object

中村友昭¹・Solomon C. Yim²・水谷法美³

Tomoaki NAKAMURA, Solomon C. YIM and Norimi MIZUTANI

A three-dimensional coupled fluid-structure-sediment interaction model (FSSM) is developed in this study. FSSM consists of an extended Navier-Stokes solver (XNS) with a volume of fluid module (VOF) for air-water interface tracking, an immersed boundary module (IBM) for structure motion tracking, and a sediment transport module (STM) for sediment surface tracking and suspended sediment tracking. In FSSM, a two-way coupling procedure is implemented in each time step to connect XNS with VOF, IBM, and STM. FSSM is applied to wave-induced local scour around a submerged movable short cylinder and resulting burial of the cylinder. The computational capability of FSSM is demonstrated against experimental data in terms of seabed change around the cylinder.

1. 緒言

実際の海域には、流体・構造・地形変化の相互作用に伴う複雑な場が形成されている。具体的には、波の作用は底質輸送に伴う地形変化を生じさせるとともに、波浪場はその地形変化の影響を受けることから、波浪場と地形変化の特性は徐々に変化していくと考えられる。また、そのような海域にパイプラインや魚礁などの構造物が設置されていた場合には、波による作用波圧だけではなく地形変化によっても構造物に変位が生じ、場合によっては局所洗掘などにより構造物が被災する危険性がある。さらに、構造物の移動は波浪場に加えて地形変化にも影響を与えることから、移動床上の構造物とその周辺の地盤を取り扱う際には流体・構造・地形変化の三者間の相互作用を正確に評価することが不可欠である。

これまでに、流体・構造あるいは流体・地形変化の二者間の相互作用を解析できる数値計算モデルがいくつか開発されている。VOF (Volume of Fluid) 法に基づくモデルに限っても、流体と地形変化の相互作用では例えば東野ら (2007) や李ら (2007) のモデルが、流体と構造の相互作用では例えば李ら (2006) や Liu・García (2008) のモデルが挙げられる。しかし、流体・構造・地形変化の三者間の相互作用については十分に検討されておらず、またそれを解析できるツールも限られている。

本研究では、中村ら (2008) による流体・構造連成モデルと中村・Yim (2009) および中村・水谷 (2010b) による流体・地形変化連成モデルに基づいて、三次元流体・構造・地形変化連成数値計算モデル (Three-Dimensional Coupled Fluid-Structure-Sediment Interaction Model, 以下 FSSM と称する) の開発を行う。そして、没水短円柱周辺の局所洗掘とそれに伴う円柱の埋没に関する水理実験 (Voropayevら, 2003) に適用し、流体・構造・地形変化の相互作用を解析できる FSSM の有用性を検証する。

2. 三次元流体・構造・地形変化連成数値計算モデル

三次元流体・構造・地形変化連成数値計算モデル (FSSM) の計算対象領域を図-1 に示す。FSSM は、メインソルバーと三つのモジュールから構成されている。メインソルバーは、透過性材料の間隙内部の流体を含む非圧縮性粘性流体からなる全気液相に適用できるように一般化し、さらに地形変化や構造物の移動を取り扱えるように拡張した Navier-Stokes (NS) 方程式に基づく LES (Large-Eddy Simulation) であり、ここでは XNS (Extended NS Solver) と称する。その XNS には、気液界面を追跡する MARS (Multi-Interface Advection and Reconstruction Solver; 功刀,

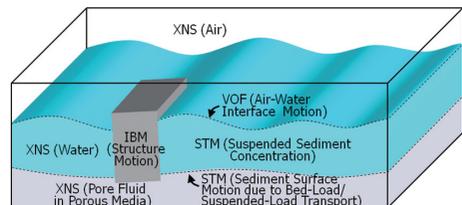


図-1 FSSM の計算対象領域と各構成要素の適用範囲

1 正会員	博(工)	名古屋大学特任講師 高等研究院
2	Ph.D.	アメリカ合衆国オレゴン州立大学教授 土木建設工学科
3 正会員	工博	名古屋大学教授 大学院工学研究科社会 基盤工学専攻

1997) に基づくモジュール (VOF Module, 以下VOFと称する), 浮遊砂の巻き上げ, 移流拡散, 沈降を解析し, 掃流砂と浮遊砂の輸送に伴う地形変化を追跡する底質輸送モジュール (Sediment Transport Module; 以下STMと称する), 構造物の移動を取り扱う体積力型埋め込み境界法 (Yukiら, 2007) に基づくモジュール (Immersed Boundary Module; 以下, IBMと称する) が組み込まれている. 以下では, XNS, VOF, STM, IBMの改良点を中心に説明を行うとともに, 各構成要素間のカップリング手法について述べる. なお, XNSとVOFの詳細については中村ら (2010a) を, STMの詳細については中村・Yim (2009) と中村・水谷 (2010b) を, IBMの詳細については中村ら (2008) を参照されたい.

(1) 拡張Navier-Stokesソルバー (XNS) と埋め込み境界モジュール (IBM)

VOF法においてVOF関数 F が各計算格子での流体率を表しているように, 体積力型埋め込み境界法 (Yukiら, 2007) では構造物を各計算格子での体積率 F_{ob} ($0 \leq F_{ob} \leq 1$) で表す. そして, 構造物の内部では構造物の速度になるように F_{ob} に基づいて相互作用力ベクトル f_i^{ob} を作用させる. ここで, 実流速ベクトルを v_i^f , 構造物の速度ベクトルを $v_i^{ob} = u_i^{ob} + e_{ijk} \omega_j^{ob} r_k^{ob}$ (u_i^{ob} : 構造物の並進速度ベクトル; ω_j^{ob} : 構造物の角速度ベクトル; r_i^{ob} : 構造物の重心からの相対位置ベクトル) としたとき, 体積平均速度ベクトル v_i を $v_i = (1 - F_{ob})v_i^f + F_{ob}v_i^{ob}$ と定義すると, XNSの支配方程式は次式で与えられる.

$$\partial(mv_j)/\partial x_j = q^* \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\left\{ m + C_A(1-m) \right\} \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial(mv_i v_j)}{\partial x_j} = -\frac{m}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + mg_i + \frac{m}{\rho} (f_i^s + R_i + f_i^{ob}) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (2m\hat{\mu}D_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (-m\tau_{ij}^d) + Q_i + m\beta_j v_j \quad \dots (2)$$

ただし, p は圧力, g_i は重力加速度ベクトル ($= -g\delta_{iz}$; g : 重力加速度; δ_{ij} : Kroneckerのデルタ), $\hat{\rho}$ は流体の密度 ($= F\rho_w + (1-F)\rho_a$; ρ_w : 水の密度; ρ_a : 空気の密度), $\hat{\mu}$ は流体の粘性係数 ($= F\mu_w + (1-F)\mu_a$; μ_w : 水の粘性係数; μ_a : 空気の粘性係数), m は空隙率, C_A は付加質量係数, f_i^s はCSF (Continuum Surface Force) モデルに基づく表面張力ベクトル, R_i は透過性材料による線形, 非線形抵抗力ベクトル, D_{ij} はひずみ速度テンソル ($= \partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i$), τ_{ij}^d はDTM (Dynamic Two-Parameter Mixed Model) に基づく乱流応力テンソルの非等方成分, q^* は造波ソース強度, Q_i は造波ソースベクトル, β_{ij} は減衰領域での減衰係数行列である. ここで, 線形, 非線形抵抗力係数をそれぞれ, C_{D2} , C_{D1} , 透過性材料の中央粒径を d_{s0} とすると, R_i は

$$R_i = -\frac{12C_{D2}\hat{\mu}(1-m)}{md_{s0}^2} v_i - \frac{C_{D1}\hat{\rho}(1-m)}{2md_{s0}} v_i \sqrt{v_j v_j} \quad \dots\dots\dots (3)$$

と表される (Mizutaniら, 1996). また, f_i^s , τ_{ij}^d , Q_i , β_{ij} については中村ら (2010a) に詳しい. なお, 上述したように構造物の内部では v_i が v_i^{ob} となるように強制することから, 構造物の内部での $\hat{\rho}$ や $\hat{\mu}$ が計算結果に与える影響は十分に小さいことを確認している.

XNSでは, 式 (1) と式 (2) の連成計算にSMAC (Simplified Marker and Cell) 法を採用した. ただし, 式 (2) の圧力勾配項, 重力加速度項, 相互作用力項については1次精度Euler陽解法を, 式 (3) 右辺第1項の線形抵抗力項については安定化のために1次精度Euler陰解法を, その他の項については3次精度Adams-Bashforth (AB) 法を適用した. すなわち, 時間ステップ数を上付きの n , 第 n ステップから第 $(n+1)$ ステップまでの時間の刻み幅を $\Delta t^{n+1/2}$ とすると, 予測段階の第1ステップ, 予測段階の第2ステップ, 修正段階はそれぞれ次のようになる.

$$v_i^{p1} = \left[v_i^n + \frac{\Delta t^{n+1/2}}{m^n + C_A(1-m^n)} \left\{ -\frac{m^n}{\hat{\rho}^n} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + m^n g_i + \left(A_{0i}^n + \frac{\Delta t^{n+1/2}}{2} A_{1i}^n + \frac{(\Delta t^{n+1/2})^2}{6} A_{2i}^n \right) f_i^{obn} \right\} \right] / B^n \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$v_i^{p2} = v_i^{p1} + \frac{\Delta t^{n+1/2}}{m^n + C_A(1-m^n)} \frac{m^n}{\hat{\rho}^n} f_i^{obn} / B^n \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$v_i^{n+1} = v_i^{p2} - \frac{\Delta t^{n+1/2}}{m^n + C_A(1-m^n)} \frac{m^n}{\hat{\rho}^n} \frac{\partial \varphi^{n+1/2}}{\partial x_i} / B^n \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで, v_i^{p1} と v_i^{p2} は v_i の予測値, $\varphi^{n+1/2}$ は圧力増分 ($= \rho^{n+1} - \rho^n$) であり, $\varphi^{n+1/2}$ は式 (6) の両辺に $\partial/\partial x_i$ を作用させた次に示すPoisson方程式から求められる.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{m^n}{m^n + C_A(1-m^n)} \frac{m^n}{\hat{\rho}^n} \frac{\partial \varphi^{n+1/2}}{\partial x_i} / B^n \right) = \frac{\partial (m^n v_i^{p2}) / \partial x_i - q^{n+1}}{\Delta t^{n+1/2}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで, 流体の動粘性係数を $\hat{\nu} = \hat{\rho}\hat{\mu}$ とすると, B^n は

$$B^n = 1 + \frac{\Delta t^{n+1/2}}{m^n + C_A(1-m^n)} \frac{12C_{D2}\hat{\nu}^n(1-m^n)}{d_{s0}^2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

と書かれる. また, AB法の導入に伴う A_{0i}^n , A_{1i}^n , A_{2i}^n は中村ら (2010a) を参照されたい. ただし, 式 (2) の対流項の離散化については3次精度TVD (Total Variation Diminishing) スキームに代えて5次精度MUSCL (Monotone Upstream-Centered Schemes for Conservation Laws; Yamamoto・Daiguji, 1993) を用いた. また, 上述したように構造物の内部では v_i を v_i^{ob} に強制することから, 式 (5) は次式と等価である.

$$v_i^{p2} = (1 - F_{ob}^n) v_i^{p1} + F_{ob}^n v_i^{obn} \quad \dots\dots\dots (9)$$

以上より, XNSでの計算の手順は次のようにまとめら

れる。(i) 式 (4) より v_f^{n+1} を求める。(ii) 式 (9) より v_f^{n+2} を求める。(iii) 式 (7) より $\phi^{n+1/2}$ を求め、その $\phi^{n+1/2}$ を用いて ρ^{n+1} を更新する。(iv) 式 (6) より v_f^{n+1} を求める。

(2) 底質輸送モジュール (STM) の改良点

STMでは、浮遊砂の巻き上げ、移流拡散、沈降の各輸送過程を考慮した浮遊砂濃度の計算を行うとともに、浮遊砂の巻き上げと沈降に加えて掃流砂輸送も考慮した地形変化の計算を行う。浮遊砂の解析に関しては中村・水谷 (2010b) を、掃流砂輸送による地形変化については中村・Yim (2009) を参照されたい。ただし、中村・水谷 (2010b) では地形変化の計算に浮遊砂の巻き上げや沈降は考慮していないことから、ここでは

$$\frac{\partial z_s}{\partial t} + \frac{1}{1-m} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + p_N + q_s \right) = 0 \quad \dots\dots(10)$$

により地形変化の計算を行った。ただし、 z_s は基準面からの底質表面の高さ、 q_x と q_y はそれぞれ x , y 軸方向の掃流砂量、 p_N は底質の巻き上げ関数 (Nielsen, 1992)、 q_s は沈降による浮遊砂輸送フラックスである。また、中村・Yim (2009) は摩擦速度 v_f の計算に粗面乱流に対する対数則を用いているが、ここではRoulundら (2005) に倣って次式により v_f の算出を行った。

$$\frac{v_{surf}}{v_w} = 2 \int_0^{z^+} \frac{1}{\sqrt{1 + 4\kappa^2 (z^+ + \Delta z^+)^2 \left[1 - \exp\left\{-\frac{z^+ + \Delta z^+}{A}\right\} \right]^2}} dz^+ \quad \dots\dots(11)$$

ここで、 v_{surf} は底質表面から微小距離 $z^+ = z_{surf} v_f / v_w$ 上方での流速 (v_w : 水の動粘性係数)、 κ はKármán定数 (= 0.4)、 A は van Driest型減衰係数 (= 25.0) であり、 Δz^+ は

$$\Delta z^+ = 0.9 \left\{ \sqrt{k_s^+ - k_s^+ \exp(-k_s^+ / 6)} \right\} \quad (4.535 < k_s^+ < 2000) \quad \dots(12)$$

により与えられる。ただし、 k_s^+ は粗度Reynolds数 ($= k_s v_f / v_w$)、 k_s は等価砂粗度 ($= 2.5d_{50}$) である。

(3) カップリング手法

ここでは、XNS, VOF, STM, IBM の接続に図-2に示

すTwo-Wayカップリング手法を採用した。同図において、 C^n は浮遊砂濃度、 z_s^n は底質表面の高さである。具体的には、VOFはXNSで得られた流速場を、STMは流速場に加えてVOFで得られた気液界面の位置を、IBMは流速場と気液界面の位置に加えてSTMで得られた地形変化を用いて順に実行し、VOF, STM, IBMで得られた値は次のステップのXNSにフィードバックした。ここで、IBMにおける構造物の底質表面との接触計算には、水谷ら (2009) と同様にPenalty法を採用した。

3. 没水物体周辺の局所洗掘現象への適用

(1) 計算条件

Voropayevら (2003) の水理実験を参考にモデル化した図-3に示す計算領域を用いて解析を行った。ここでは、計算負荷の軽減の観点から水理実験の約1/3スケールを想定した。同図に示すように、計算領域に勾配1/24の不透過様斜面を、その上に厚さ0.05mの砂地盤 (砂粒子の中央粒径 $d_{50} = 0.1 \sim 0.2\text{mm}$, 空隙率 $m = 0.4$, 比重2.65) を、さらにその背後に不透過鉛直壁を設定した。

砂地盤の上に設置する構造物は、Voropayevら (2003) と同様に $L/D = 5.0$ の短円柱とした。ここで、 L と D はそれぞれ円柱の長さとして直径である。本稿では、 $L = 0.20\text{m}$, $D = 0.04\text{m}$ とし、比重は2.70とした。円柱を砂地盤上で安定させるために、その重心の初期位置を $x = 3.60\text{m}$, $y = 0.00\text{m}$, $z = -0.10\text{m}$ (円柱の下面が砂地盤の表面から0.03m上方) とした。そして、計算開始とともに円柱を自由落下させると同時に、規則波 (波高 $H = 0.03 \sim 0.07\text{m}$, 周期 $T = 1.5 \sim 3.0\text{s}$, 静水深 $h = 0.30\text{m}$) を造波させた。なお、長時間の波の作用は計算所要時間の観点から現時点では現実的ではないことから、ここでは50波作用させた。

波動場の計算を行うXNSとVOFでは、円柱の初期位置の周辺で $0.01 \times 0.02 \times 0.01\text{m}$ 角の等間隔格子を、また計算負荷のさらなる軽減のためにその範囲から離れるにしたがい x 軸方向に徐々に広げた不等間隔格子を用いた。流速と圧力の境界条件として、底面、不透過斜面、鉛直壁、側面にSlip条件を、沖側境界にSommerfeld放射条件

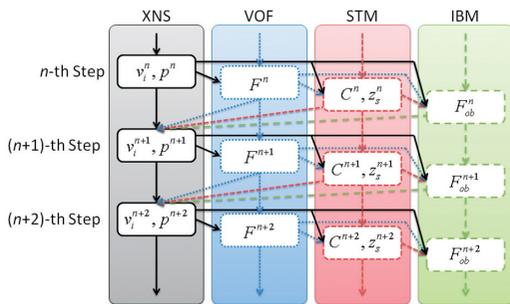


図-2 Two-Wayカップリング手法

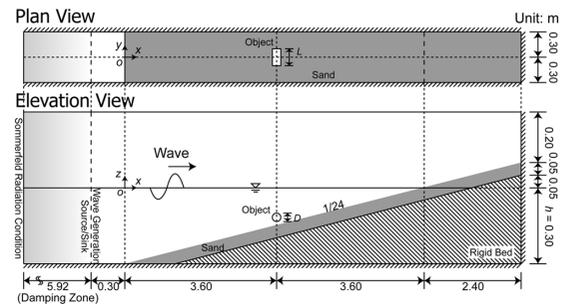


図-3 計算領域の概略図

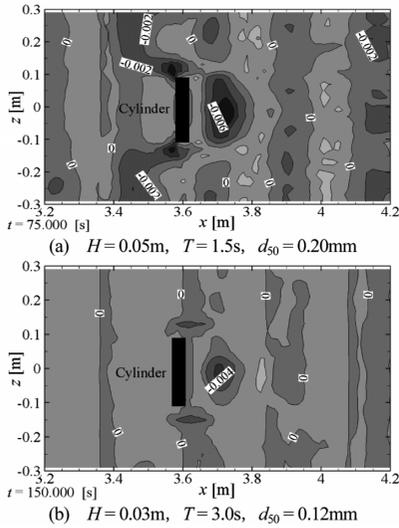


図-4 50波作用後の地形変化量（堆積を正；単位：m）

を、上面に圧力一定の条件を課した。また、VOF関数の境界条件には、全境界に勾配ゼロの条件を用いた。

地形変化の計算を行うSTMでは、砂地盤の表面より上側を浮遊砂濃度の計算対象領域とし、その領域に対して上述したXNSやVOFと同じ大きさの格子を適用した。境界条件として、底面、鉛直壁、側面に不透過条件を、沖側境界に漂砂の供給がゼロの条件を課した。また、 v_f の計算には $z_{surf}=0.015\text{m}$ での流速 v_{surf} を用いた。

(2) 計算結果及び考察

図-4に50波作用後の地形変化量（堆積を正とする）を例示する。また、図-5に図-4(a)と同ケースでの押し波時と引き波時の様子を示す。図-5では、 $y=0.00\text{m}$ 断面での流速分布、 λ_2 定義に基づく渦芯の構造、浮遊砂濃度分布も同時に示した。なお、渦構造については見やすさを考慮して液相内部での $\lambda_2 = -5.0$ の等値面を、浮遊砂濃度分布については 0.2kg/m^3 まで 0.001kg/m^3 刻みの等値面を示した。図-4(a)より、円柱の岸側と両端に洗掘が生じていることが分かる。図示しないが、この結果はVoropayevら(2003)の水理実験で確認されている円柱の岸側と両端に生じる洗掘と相関が認められることを確認している。図-5(a)より、円柱の上を乗り越えた流れにより円柱上側の岸寄りに渦が形成されるとともに、その流れが底面に達する位置で洗掘が生じていることが分かる。また、その付近で浮遊砂が認められないことから、洗掘は掃流砂輸送が卓越して生じたと考えられる。一方、引き波時を示した図-5(b)より、円柱の両端付近に浮遊砂が認められ、円柱の両端を回り込む流れにより洗掘が生じたことが確認できる。特に、円柱の沖側から両端にかけて渦が形成されており、その渦が両端付近の洗掘深の大きい位置で下に伸びていることから、円柱の両端を回り込む流れに伴って

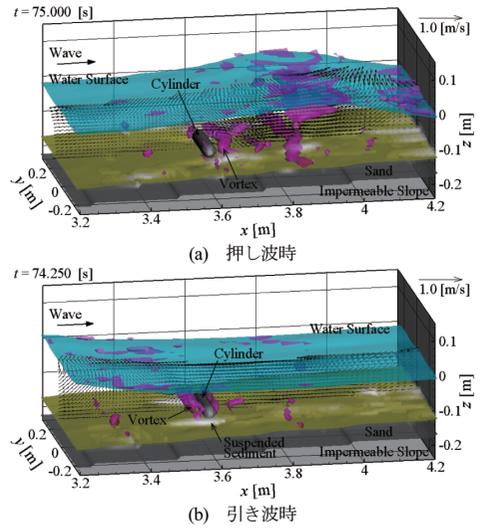


図-5 円柱周辺の波浪場、渦構造、浮遊砂濃度分布 ($H=0.05\text{m}$, $T=1.5\text{s}$, $d_{50}=0.20\text{mm}$; 図-4(a)と同ケース)

生じた渦により洗掘が助長され、局所的な洗掘に到ったと考えられる。また、図-4(b)より、円柱の両端付近の洗掘はあまり発達しておらず、波浪や地盤の条件により洗掘状況が変化する水理実験結果(Voropayevら, 2003)との対応を確認している。

図-6に洗掘の拡大により円柱が大きく移動したケースの様子を渦構造($\lambda_2 = -5.0$)とともに例示し、その時の円柱の重心位置の移動を図-7に示す。ここで、図-7の x_{cg} , y_{cg} , z_{cg} はそれぞれ x , y , z 軸方向の重心位置を表す。図-7より、計算開始とともに落下した円柱が砂地盤上に着地し、沖側に若干転がり落ちていることが確認できる。その後、しばらくは作用波により x 軸方向に若干の変位が生じている程度で大きな変位は認められないものの、図-6(a)に示すように円柱の岸側と両端に洗掘が生じ始めていることが分かる。そして、洗掘の進展に伴い、渦構造の非対称性とそれに伴う地形変化の非対称性の影響から、円柱が奥側へ移動したことが分かる(図-6(b), 図-7)。その後、しばらくは再び変位がほとんど生じず、移動した円柱の両端付近で新たに洗掘が発達する様子が図-6(c)から確認できる。そして、円柱がまず若干沖側に、その後手前側に大きく移動し、最終的に図-6(d)に示したように手前側に傾いた状態に到ったことが分かる。以上より、円柱が大きく移動し、かつ地形変化も大きい場合に対する本モデルFSSMの有用性が確認できた。

4. 結論

流体・構造・地形変化の相互作用を解析できる三次元連成数値計算モデルFSSMを開発し、没水短円柱周辺の局所洗掘とそれに伴う円柱の埋没に関する現象への適用

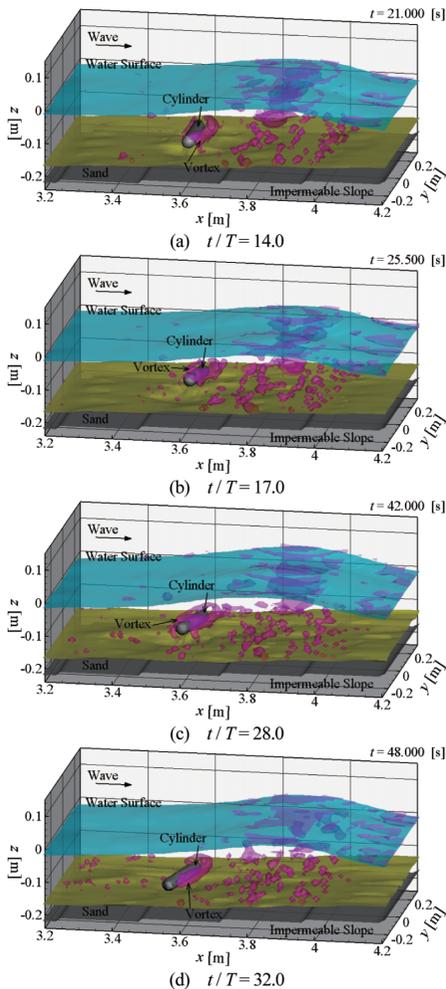


図-6 円柱が大きく移動したケースの波浪場と渦構造 ($H=0.05\text{m}$, $T=1.5\text{s}$, $d_{50}=0.10\text{mm}$)

を行った。その結果、円柱周辺の地形変化に関する比較より水理実験結果との相関を確認するとともに、円柱が大きく移動し、地形変化も大きい場合に対する検討からFSSMの有用性を確認した。ただし、本稿では円柱周辺の地形変化に関する定性的な比較のみであり、波浪場、円柱の挙動、地形変化の各特性についての定量的な比較は行えておらず、また円柱周辺で大きな地形変化が生じた場合には円柱の挙動が不安定になるなど課題を残している。したがって、FSSMの改良を進めるとともに、比較のための水理実験を行うなどして今後妥当性の定量的かつ詳細な検証を行っていく所存である。

参考文献

李 光浩・水谷法美 (2006)：矩形潜堤周辺に生じる局所洗掘とその時間領域数値解析手法の開発，海岸工学論文集，第53巻，pp. 501-505.

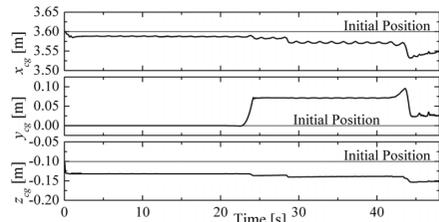


図-7 円柱が大きく移動したケースの円柱の重心位置の移動 ($H=0.05\text{m}$, $T=1.5\text{s}$, $d_{50}=0.10\text{mm}$ ；図-6と同ケース)

李 光浩・水谷法美 (2007)：Immersed Boundary法による数値波動水槽の構築とその応用に関する研究－水平円柱周りの波浪場への適用－，海岸工学論文集，第54巻，pp. 821-825.
 功刀資彰 (1997)：自由界面を含む多相流の直接数値解析法，機械学会論文集B編，第63巻，第609号，pp. 1576-1584.
 中村友昭・水谷法美・小池 竜 (2008)：体積力型埋め込み境界法に基づく流体・構造連成数値シミュレーションに関する一考察，土木学会第63回年次学術講演会，2-193，pp. 385-386.
 中村友昭・Solomon C. Yim (2009)：波浪場と地形変化の相互作用を考慮した3次元数値モデルの開発と侵食・洗掘現象への適用，海洋開発論文集，第25巻，pp. 1227-1232.
 中村友昭・水谷法美・藤間功司 (2010a)：遡上津波の変形と陸上構造物に作用する津波力に関する3次元数値シミュレーション，ながれ，第29巻，第2号，pp. 107-117.
 中村友昭・水谷法美 (2010b)：浮遊砂の移流拡散現象を解析できる3次元連成数値計算モデルの開発とその適用に関する研究，海洋開発論文集，第26巻，pp. 1197-1202.
 東野洋司・富田孝史・有川太郎・本多和彦 (2007)：漂流物解析のための移動境界を用いた流体と剛体の連成計算手法，土木学会第62回年次学術講演会，2-290，pp. 579-580.
 水谷法美・小池 竜・中村友昭・子安友加里 (2009)：岸壁に入射する津波の反射・遡上特性と小型船舶の打上げ・漂流挙動に関する研究，海岸工学論文集，第65巻，pp. 841-845.
 Liu, X. and M. H. Garcia (2008): Three-dimensional numerical model with free water surface and mesh deformation for local sediment scour, J. Waterway, Port, Coastal, Ocean Eng., ASCE, Vol. 134, No. 4, pp. 203-217.
 Mizutani, N., W. D. McDougal and A. M. Mostafa (1996): BEM-FEM combined analysis of nonlinear interaction between wave and submerged breakerwater, Proc., Int. Conf. on Coastal Eng., ASCE, Vol. 25, pp. 2377-2390.
 Nielsen, P. (1992): Coastal Bottom Boundary Layers and Sediment Transport, Advanced Series on Ocean Eng. Vol. 4, World Scientific, 340 p.
 Roulund, A., B. M. Sumer, J. Fredsøe and J. Michelsen (2005): Numerical and experimental investigation of flow and scour around a circular pile, J. Fluid Mech., Vol. 534, pp. 351-401.
 Yamamoto, S and H. Daiguji (1993): Higher-order-accurate upwind schemes for solving the compressible Euler and Navier-Stokes equations, Computers Fluids, Vol. 22, No. 2-3, pp. 259-270.
 Yuki, Y., S. Takeuchi and T. Kajishima (2007): Efficient immersed boundary method for strong interaction problems of arbitrary shape object with the self-induced flow, J. Fluid Science Tech., Vol. 2, No. 1, pp. 1-11.
 Voropayev, S. I., F. Y. Testik, H. J. S. Fernando and D. L. Boyer (2003): Burial and scour around short cylinder under progressive shoaling waves, Ocean Eng., Vol. 30, pp. 1647-1667.