

静水圧・非静水圧領域を動的に接続した流動モデルの 密度流問題への適用

Density Current Simulations Using Dynamic Connection Scheme of Hydrostatic and Non-Hydrostatic Zone

長谷部雅伸¹・多部田 茂²

Masanobu HASEBE and Shigeru TABETA

Simulations for several problems about density current were conducted using a new type of ocean model applying a dynamic connection method of hydrostatic zone with non-hydrostatic zone. In the present model, hydrostatic approximation can be applied in the area where both $\delta\epsilon$ and ϵ^2 are minute, where δ and ϵ represent the ratio of grid size Δx to Δz and the ratio of velocity components u to w respectively. The result of simulation for Lock Exchange Problem by present model was corresponded with the result by non-hydrostatic model and experiments. And in simulations for vertical buoyant jet under oscillating current, the diffusion patterns obtained by present model agreed with the result by non-hydrostatic model not only in a vicinity of buoyant jet but also in wide range.

1. はじめに

沿岸域の流動，拡散場を対象とした数値シミュレーションでは，潮流や海流，吹送流など鉛直方向に比べ水平方向の流動スケールが大きな現象が卓越するため，静水圧近似を適用した数値モデルを用いる場合が多い．一方，発電所温排水の水中放流や海底面から噴出する地下水など海面下での密度噴流や，海底窪地，人工構造物周りなど地形が急変する箇所を含んだ領域での流動，拡散問題については，局所的な三次元挙動が広域における拡散の様相に影響を及ぼす可能性が予想されるため，非静水圧モデルを用いるのが望ましいと考えられている．ただし，広域な対象範囲全体を非静水圧モデルとすることは計算コストの増大を招くため，実際には局所領域を非静水圧モデルとして広い静水圧近似領域と接続することで効率化を図ることがある（例えば殿城ら，2001など）．また筆者らは前報（長谷部ら，2009）にて，静水圧近似の適用が妥当といえる基準について理論的な考察をし，静水圧近似モデルと非静水圧モデルの両者を，流れ場の状況に応じて動的に接続する手法を提案した．本論ではLock-Exchange問題と振動流中の鉛直密度噴流を対象とし，数値モデルの検証に加え，静水圧・非静水圧モデルを使い分けるパラメータの基準値を変えることで生じる解析結果の差異について具体的な検討を行う．

2. 数値モデルの概略

長谷部ら（2009）が開発した鉛直断面二次元場を対象

とした非定常モデルについて概略を述べる．本モデルの特徴は静水圧近似モデルと非静水圧モデルとを流れ場の状況に応じて使い分ける動的な接続手法を用いている点にある．以下，本モデルを便宜的に動的接続モデルと呼ぶ．

支配方程式は運動方程式，運動方程式の他，密度流問題を解くための水温，塩分に関する移流拡散方程式，および本論では乱流モデルとして k - ϵ モデルを用いるため，乱流エネルギー k および散逸率 ϵ の輸送方程式が加わる．海面を0，海底面を-1とする σ 座標系を用い，支配方程式の離散化には四角形iso-parametric要素による有限要素法を適用した．

静水圧近似を適用する判定基準については，水平および鉛直方向の計算格子サイズ Δx ， Δz と数値計算によって得られる水平，鉛直流速 u ， w の比によって表わされる以下のパラメータを用いる．

$$\delta \equiv \frac{\Delta z}{\Delta x}, \quad \epsilon \equiv \left| \frac{w}{u} \right| \quad \dots\dots\dots (1)$$

計算領域のうち $\delta\epsilon$ および ϵ^2 の両者が十分小さい部分に静水圧近似を適用する．こうすることで，静水圧領域が非静水圧領域に遷移するような状況においても圧力の非静水圧成分 p_{nh} を評価せずに判断可能であるようにしており，流れ場の状況に応じて動的に接続することが可能となる．なお，非静水圧モデルと静水圧モデルの接続境界上では $p_{nh}=0$ という条件を課した．

計算の流れを図-1に示すが，1タイムステップ間に領域全体で水面変動量 η を計算した後，静水圧近似領域では連続式と水平方向運動方程式によって u ， w を計算し，非静水圧近似領域では鉛直方向運動方程式を加え p_{nh} も算定する．運動方程式については，移流項と p_{nh} に関する項

1 正会員 工修 清水建設（株） 技術研究所
2 工博 東京大学准教授 新領域創成科学研究科

をimplicitとする半陰解法とした．また，水温や塩分，乱流量に関する移流拡散方程式の時間発展開放にはオイラー陽解法を用いた．

3. Lock-Exchange問題を対象としたシミュレーション

(1) 解析条件の設定

ここでは動的接続モデルの検証と，非静水圧モデルおよび静水圧近似モデルとの計算結果の差異を比較するために，Lock-Exchange問題を対象とした数値シミュレーションを行う．Lock-Exchange問題とは，図-2に示すように矩形断面を有する水槽中において，密度の異なる二つの水塊が左右に配置されている状態を初期条件とする密度流問題である．時間の進行とともに重密度の水塊は底部で，軽密度の水塊は水面においてそれぞれフロントを形成しつつ流動する．計算条件は図-2中に記載の各諸元のように赤堀ら（1999）の実験条件と同一とした．水槽形状は幅が1.0m，水深が0.155mの矩形であり，密度の初期分布は水槽の左右半分でそれぞれ1000.0kg/m³，1033.0kg/m³とした．計算領域の水平，鉛直格子サイズ Δx ， Δz はそれぞれ0.01mおよび0.00517mとし，タイムステップは0.001秒とした．また動的接続モデルを用いたシミュレーションでは，静水圧近似を適用する基準値として， $\delta\epsilon$ ， ϵ^2 がともに5.0以下，0.5以下，0.005以下と3通りに変化させた．

(2) 非静水圧モデルと静水圧近似モデルの差異

図-3，図-4にはそれぞれ領域全体を非静水圧モデル，静水圧近似モデルとした各ケースについて，計算開始から4.1秒後の密度と速度の分布を示す．非静水圧モデルによる解析結果では赤堀ら（1999）の実験と同様，上層，

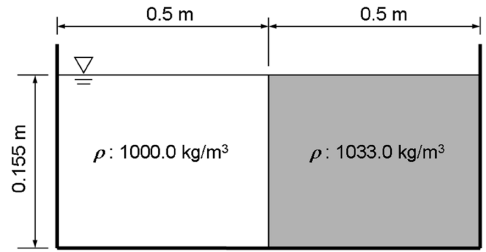


図-2 Lock-Exchange問題における密度の初期分布（赤堀ら，1999）

下層ともに丸みを帯びたフロント形状となっている．また，上層と下層の間の境界にはKelvin-Helmholtz不安定によると見られる複数の渦構造の形成と，これに伴い界面が波打つように変化する様子が確認されるなど，赤堀ら（1999）の実験と類似した現象が再現されている．一方，静水圧近似モデルでは密度フロントの先端で鉛直方向の強い流速が発生しており，密度分布が上下に切り立ったような形状となっているなど，実験結果や非静水圧モデルとは異なる特徴が見られる．両モデルの計算結果におけるこれらの差異は，赤堀ら（1999）の実験を再現した同様の解析を行った二瓶ら（2002）によっても確認されている．

(3) 動的接続モデルを用いた解析結果

図-5には動的接続モデルを用いた解析ケースで得られた，計算開始から4.1秒後の密度，流速分布を示す．図-5 (a) に示す，静水圧近似を適用するための $\delta\epsilon$ と ϵ^2 の基準を5.0以下としたケースでは，密度フロント先端での流速分布や密度分布の形状などについて，非静水圧モデルと静水圧近似モデル双方の計算結果の中間的な計算結果となる．これに対し，図-5 (b)，(c) の $\delta\epsilon$ と ϵ^2 の基準値を0.5以下および0.05以下としたケースでは，非静水圧モデルで得られた計算結果とほぼ同じ密度，流速分布

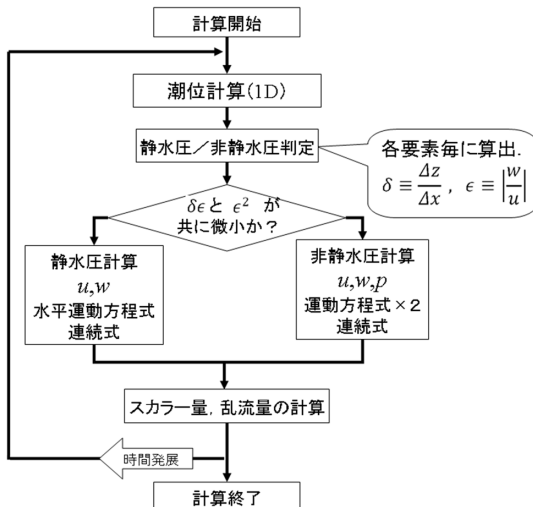


図-1 動的接続モデルにおける流動解析の流れ

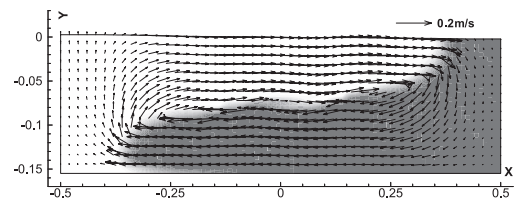


図-3 非静水圧モデルで得られた密度，流速分布（ $t=4.1$ s）

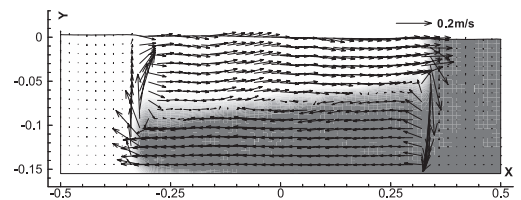


図-4 静水圧近似モデルで得られた密度，流速分布（ $t=4.1$ s）

が得られた。図-6には基準値を変えた各ケースにおいて、非静水圧モデルが用いられた領域を示すが、 $\delta\epsilon$ と ϵ^2 の基準値を小さくするほど非静水圧領域は広くなり、計算結果も領域全体を非静水圧モデルとした先の結果に近いものとなる。

また、領域全体を非静水圧モデルとしたケースでの圧力の非静水圧成分 p_{nh} の分布を図-7に示すが、主に密度フロントの先端部分において p_{nh} の値が大きくなることがわかる。一方、図-8には動的接続モデルを用いたケースでの p_{nh} の分布を示す。 $\delta\epsilon$ 、 ϵ^2 の基準値によって分布には差異が見られるものの、少なくとも密度フロント先端部分、すなわち鉛直流速が大きい部分ではいずれのケースでも p_{nh} が考慮されていることがわかる。また、 p_{nh} の分布自体については領域全体を非静水圧モデルとしたケースとは異なるものの、流速や密度の分布に関しては極めて近い結果を得ることが可能である。これらから、鉛直流速が大きな部分において圧力の非静水圧成分 p_{nh} を考慮することは浮力によって駆動される水塊の挙動を精度良く予測する上で有用であるといえる。

4. 振動流中の鉛直密度噴流への適用

(1) 解析条件

本手法を適用した数値モデルを用いて、振動流中の鉛直密度噴流を対象とした数値シミュレーションを行なった。図-9に計算領域の概略を示す。計算領域は水平方向に3000mの長さを有しており、水深は5mで一定とした。密度噴流は計算領域の中央部($x=0$)で幅2mの範囲から鉛直上方に発生している。噴流の流速は0.1m/sであり、時間的に変化せず一定値とした。放流水の密度は1002.3

kg/m³であり、周囲の海水の密度1026.6kg/m³に比べて軽い軽密度排水とした。計算領域の左端($x=-1500$)は振幅0.5m、周期3600秒の潮汐を発生させる造波境界であり、

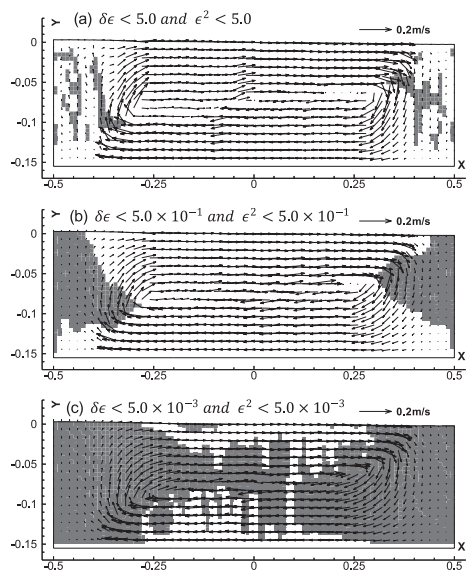


図-6 非静水圧モデルが適用される領域の比較 ($t=4.1s$)

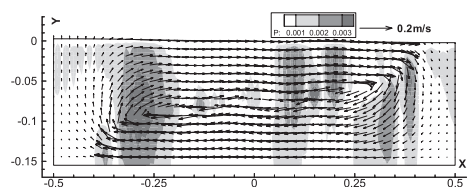


図-7 非静水圧モデルで得られた圧力分布 ($t=4.1s$, $P=p_{nh}/(\rho gz)$)

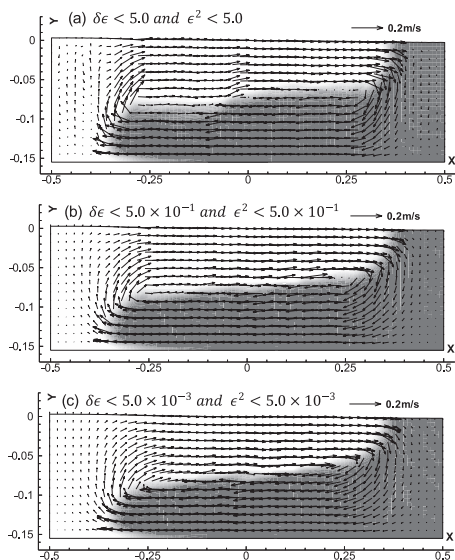


図-5 動的接続モデルで得られた密度、流速分布 ($t=4.1s$)

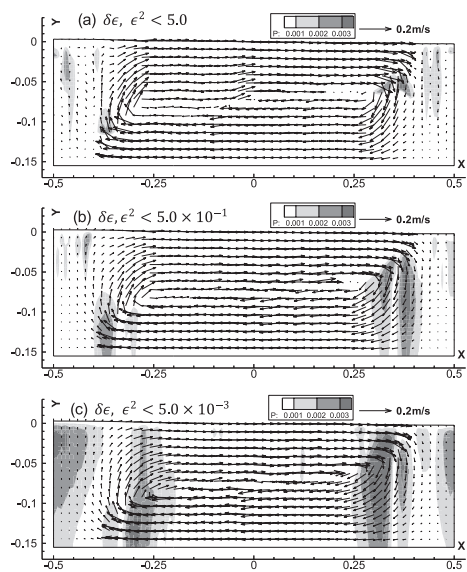


図-8 動的接続モデルで得られた圧力分布 ($t=4.1s$, $P=p_{nh}/(\rho gz)$)

右端は透過境界となっている。水平方向の格子間隔は $\Delta x = 25\text{m} \sim 0.5\text{m}$ 、であり、鉛直噴流の周辺ほど小さな格子間隔となるよう連続的に変化させた。鉛直方向には海底付近ほど格子高さが小さくなるように18層に分割した。各層の高さは $\Delta z = 0.125\text{m} \sim 0.5\text{m}$ である。時間刻みは0.1秒とし、35,000タイムステップ（時刻3,500秒）までの計算を行った。

(2) 噴流近傍域における流動，拡散状況

図-10、図-11はそれぞれ計算領域全体を非静水圧モデルおよび非静水圧近似モデルとした解析ケースにおける、計算開始から1200秒経過した時点での噴流近傍域での流速と密度の分布である。非静水圧モデルによる解析結果では、噴流全体が周囲の流れによって右方向に曲げられている様子が確認できる。これに対し静水圧近似モデルによる解析結果では、噴流発生地点において鉛直上方の流速成分が卓越しており、噴流自体の向きもほぼ真上となっている。また、流速分布だけではなく、放流された水塊（図中グレーの部分）も深度2m～3m付近の中層に集中しているなど密度分布にも明らかな差異がみられる。これに対し動的接続モデルを用いたケース（図-12）では、流れ場、密度場ともに非静水圧モデルを用いて得られた解析結果と近い分布が得られた。ただし、流速分布を詳細に見てみると、静水圧近似を適用する条件を厳しく（ $\delta\epsilon$ と ϵ^2 の基準値を小さく）設定することで再現性の向上はさほど見られない。これは噴流発生地点に隣接する底面付近（本計算例では概ね $x=0\text{m} \sim 5\text{m}$ の範囲）においては水平流速が卓越する傾向にあり、 $\delta\epsilon$ と ϵ^2 の基準値にかかわらず静水圧領域として解析が行われる頻度が高いためであると考えられる。

(3) 遠方域での拡散予測における影響

図-13は噴流発生地点から100mおよび200m離れた位置での、深度 $z = -0.5\text{m}$ 、 -3.4m 、 -4.8m の各点における密度の時間変化を示したものである。静水圧近似モデルを用いた解析結果では、非静水圧モデルのケースに比べ表層（ $z = -0.5\text{m}$ ）での密度の低下が200秒ほど早く発生し、 $x = 200\text{m}$ の深度 -3.4m 以深では初期密度から殆ど変化しないという大きな差異が生じる。これに対し動的接続モデルを用いたケースでは、 $z = -0.5\text{m}$ における時間変動に若干の差異は見られるものの、 $z = -3.4\text{m}$ 以深での密度変化は再現することができている。このことから、噴流近傍域の流速、密度場に関する再現性を向上させることで、遠方域において静水圧近似が適用されている場合でも密度分布などの拡散場を精度よく解析することが可能となることが示された。

(4) 計算時間に関する考察

本解析例では、非静水圧モデルでの計算時間を1とした場合、静水圧近似モデルでは0.34、動的接続モデルで

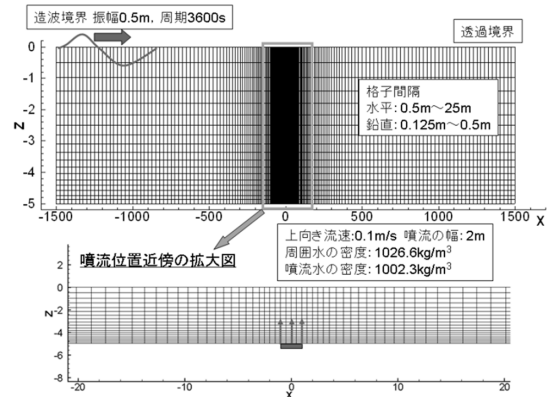


図-9 振動流中の鉛直密度噴流問題の設定

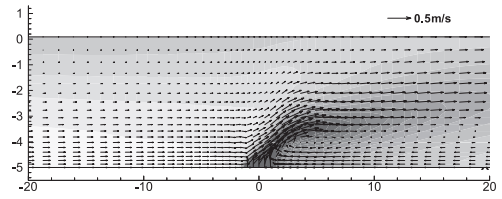


図-10 非静水圧モデルで得られた密度，流速分布（ $t=1200\text{s}$ ）

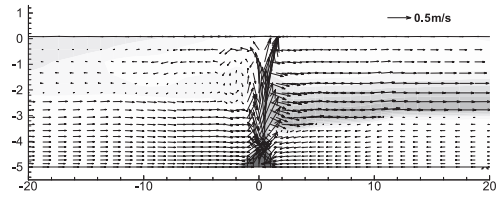


図-11 静水圧近似モデルで得られた密度，流速分布（ $t=1200\text{s}$ ）

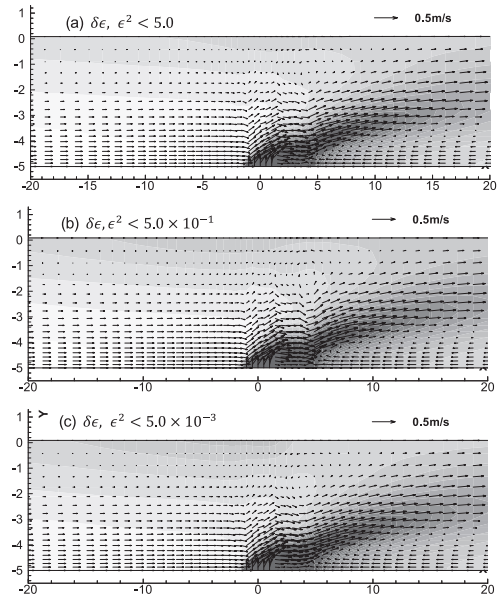
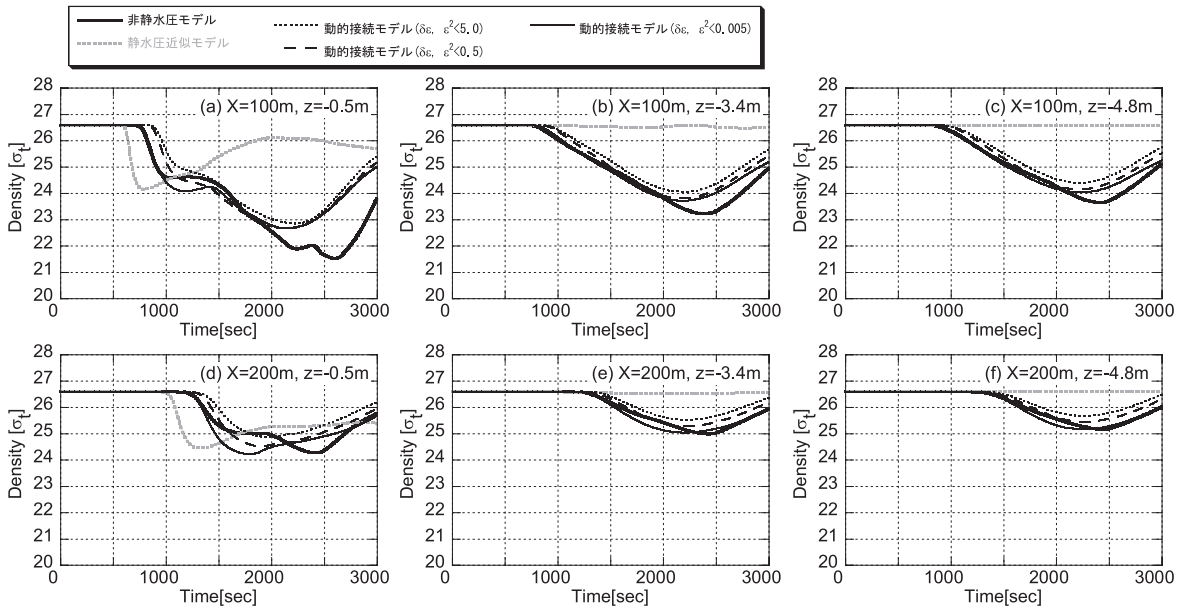


図-12 動的接続モデルで得られた密度，流速分布（ $t=1200\text{s}$ ）

図-13 $x=200\text{m}$ 地点における各深度の密度の時間変化

は $\delta\epsilon$ と ϵ^2 の基準値を 5.0, 0.5, 0.005 とした各ケースについてそれぞれ 0.87, 0.96, 1.45 となった。本モデルでは非静水圧領域が時間的に変化することで解くべき p_{nh} の個数が増減するため、支配方程式を解くためのマトリクスを再構築する処理が都度必要となる。さらに毎タイムステップ、全領域において δ と ϵ を算定し、静水圧近似の適否を判定する処理によっても付加的な計算時間が発生する。例えば δ と ϵ の判定を特定の領域に限って行う、あるいはマトリクスの再構築を数タイムステップに一度とするなど、計算時間低減の具体策を検討することが今後の課題である。また、本論では断面二次元場を対象としたが、三次元解析では圧力算定の負荷が相対的に大きくなるため、本モデルの有効性が発揮できる可能性はある。

5. まとめ

静水圧近似領域と非静水圧領域とを動的に接続する数値モデルの、密度流問題への適用性を検討した。Lock Exchange問題を対象としたシミュレーションでは、 $\delta\epsilon$ と ϵ^2 がともに 0.5 以下となる領域に静水圧近似を適用することで、実験結果および非静水圧モデルによる計算結果と非常に近い流速、密度分布が得られた。特に強い鉛直

流の発生する密度フロント先端近傍の領域で圧力の非静水圧成分を考慮することが、水塊の挙動を再現する上で重要である。振動流中の鉛直密度噴流問題については、静水圧近似モデルでは噴流発生地点の近傍域の流速場を正確に予測することができず、結果として遠方域での拡散状況も異なるものになってしまう。一方、動的接続モデルでは噴流発生地点の近傍域の再現性が向上するため、静水圧近似が適用されている遠方域についても密度分布など拡散場を精度よく解析することが可能となる。

参考文献

- 赤堀良介・清水康行・中山 卓 (1999)：鉛直方向に密度界面を持つ流体の混合に関する数値計算，水工学論文集，第43巻，pp. 521-526.
- 殿城賢三・佐藤 徹 (2001)：MECモデルを用いた海域浄化装置の効果に関する数値シミュレーション，関西造船協会論文集，第236号，pp. 289-296.
- 二瓶泰雄・山崎裕介・西村 司・灘岡和夫 (2002)：浅水流場を対象とした三次元数値モデルの近似手法に関する検討— σ 座標系と静水圧近似に着目して—，海岸工学論文集，第49巻，pp. 411-415.
- 長谷部雅伸・多部田茂 (2009)：海水流動モデルにおける静水圧・非静水圧領域の動的接続，海岸工学論文集，第56巻，pp. 426-430.