土木学会論文集B2（海岸工学）
Vol. 66，No.1，2010，201-205

非線形分散波理論に基づく実用的な津波の河川遡上モデルの開発

Development of the Practical River Run-Up Model of Tsunami based on Non-Linear Dispersive Wave Theory

村嶋陽一[1]・越村俊一[2]・岡　秀行[3]・村田泰洋[4]・今村文彦[5]

Yoichi MURASHIMA, Shunichi KOSHIMURA, Hideyuki OKA
Yasuhiro MURATA and Fumihiko IMAMURA

The aim of this study is to develop the practical numerical analysis model of tsunami to reproduce run-up soliton fission waves in the river. We verify accuracy and the computing time about the developed model by using the large-scale flume experiment. It has been understood that scheme of advective term and evaluation of space grid size have an effect on numerical result. We study the evaluation of space grid size and the computing time necessary for the calculation of the run-up tsunami with a soliton fission waves in the river. In this study, numerical algorithm of the soliton fission waves proposed by Shigihara and Fujima(2007) is very useful to calculate practically.

1. はじめに

津波が河川を遡上する場合，ソリトン分裂波の発生により波高が増幅することが懸念され，その影響を評価するために，分散項や砕波項を導入した非線形分散波理論による津波解析モデルが提案されている．

これまで，非線形分散波理論の数値解析モデル開発に関する研究（佐藤，1995；岩瀬ら，1998；鴫原・藤間，2007など）が行なわれ，分散項に関する提案式およびその数値計算法，移流項に関する差分スキームなどについて，さまざまな提案がなされてきた．一方，使用する差分スキームの精度，安定性，計算時間，および空間分解能の関連性など，実際に津波による影響の評価を行う観点から，どのような非線形分散波理論によるモデルが実用的であるかは，提示されていない．

本研究は，河川沿いの原子力発電所などの重要施設への津波による影響評価への適用を考え，松山ら（2006）が実施したソリトン分裂波の大規模な水路試験をベンチマークとして，実用的な河川遡上モデルを開発することを目的とする．

2. 実用的なモデルの条件設定と検証方法

本研究で開発する津波河川遡上の2次元数値解析モデルには，ソリトン分裂波を再現し，その影響評価を実際に行う観点から，以下の条件を設定した．

・大規模水路試験におけるソリトン分裂波の再現性を有すること．
・ソリトン分裂波の再現に十分な詳細な空間格子サイズ（空間分解能）を用いても，PCで計算時間が数日程度以内であること．

開発する数値解析モデルの検証には，松山ら（2006）が実施したソリトン分裂波の大規模な水路試験を用い，数値計算結果と比較検討を行う．水路試験の概要を**図-1**に示す．水路の長さは205m，幅は3.4mで，**図-1**に示した観測点で水位が観測されている．本研究では，入射波の周期20s，片振幅0.03mの試験結果を用いた．この試験では汀線から50m地点でソリトン分裂が発生し，30.8m地点で砕波した．なお，数値計算の入射波には，汀線より150m地点に設置した観測点の水位を用いた．

3. 分散波理論式の比較

本研究では2次元数値解析モデルを開発するのに先立ち，1次元数値解析モデルを作成し，前項で示した大規模水路試験の再現計算により代表的な分散波理論式の比

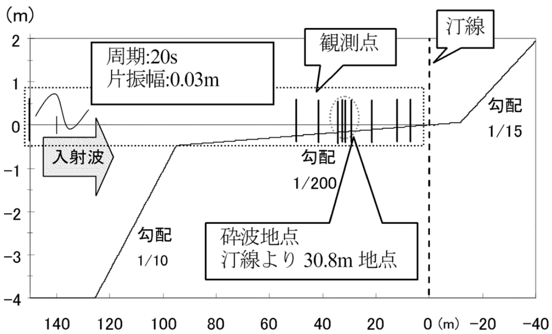

図-1　松山ら（2006）による大規模水路試験の概要

1 正会員　修（水）　国際航業株式会社　海洋担当部長
2 正会員　博（工）　東北大学准教授　大学院附属災害制御研究センター
3 正会員　国際航業株式会社　フェロー
4 修（理）　国際航業株式会社　海洋情報担当
5 正会員　工博　東北大学教授　大学院附属災害制御研究センター

較検討を行なった．以下に支配方程式を示す．

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}+\frac{\partial M}{\partial x}=0 \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{M^2}{D}\right)+gD\frac{\partial \eta}{\partial x}+\frac{gn^2}{D^{7/3}}M\left|M\right|=DT \quad \cdots(2)$$

ここで，ηは水位，Mは線流量，gは重力加速度，Dは全水深，nはManningの粗度係数である．式（2）の右辺DTは分散項を表し，本研究で比較検討した分散項は**表-1**のとおりである．

数値解析モデルの差分化にあたり，移流項は中央差分を，分散項は陰的に解くLeap-Frog陰解法（佐山ら，1987）を用いた．空間格子サイズΔx，計算時間間隔Δtはそれぞれ0.1m，0.001sとした．

汀線より30.8m地点における分散項No.1を用いた非線形分散波理論モデルと非線形長波理論モデルNo.0の水位時系列変化の比較を水路試験結果と合わせ，**図-2**に示した．非線形長波理論モデルでは，非線形効果による波形の前傾化が起こり，数値分散誤差により波が分裂しているものの，非線形性と分散性の相互作用であるソリトン分裂波は再現できていない．

一方，非線形分散波理論モデルでは，ソリトン分裂波の波形を再現できており，波高および周期がよく一致している．このことより，非線形分散波理論モデルの有効性が再確認できた．

ソリトン分裂波が発生している地点（汀線から50～10m地点）における試験結果と非線形分散波理論モデルによる数値計算結果の波高比を**図-3**に示した．どの分散項を用いても，非線形長波理論モデルに比べ波高の再現性は高いが，分散項No.2は地点による波高比のばらつきが他の分散項に比べて大きい．分散項No.1，No.3およびNo.4の波高比には有意な差は見られない．

この結果，分散項はPeregrin式（No.1），Madsen-Sørensen式（No.3），高次のMadsen-Sørensen式（No.4）が水路試験結果との整合性が高いと判断された．これは，笠原ら（2008）における水路試験の再現計算における分散項の比較結果と同様の結論である．

表-1　検討する分散項

No	DT（分散項）	名称，引用例等
1	$\frac{h^2}{3}\frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2}$	Peregrin 式 佐藤（1995）など
2	$\frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(D^2\frac{\partial^2 M}{\partial t \partial x}\right)$	見上ら（2000）
3	$\frac{2h^2}{5}\frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2}+\frac{gh^3}{15}\frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3}$	Madsen-Sørensen 式 岩瀬ら（1998）など
4	$\frac{2h^2}{5}\frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2}+\frac{gh^3}{15}\frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3}+\frac{h}{3}\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial^2 M}{\partial t \partial x}+\frac{2}{15}gh^2\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$	高次の Madsen-Sørensen 式 Madsen・Sørensen（1992）
0	—	分散項なし （非線形長波理論式）

（※水深：h）

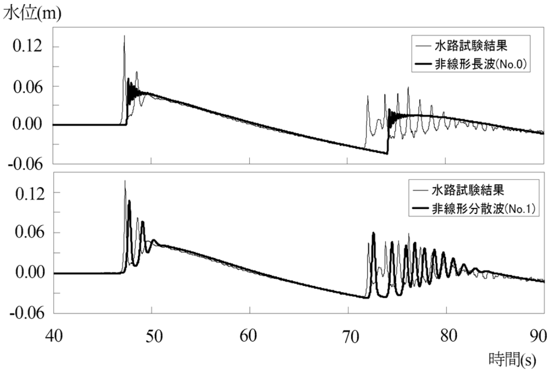

図-2　汀線より30.8m地点における水位時系列変化比較

4. 2次元非線形分散波理論モデルの開発

（1）数値計算手法

本研究における2次元非線形分散波理論モデルの開発には，計算精度を維持しながら，実用的な範囲の時間内に計算できる手法を用いる必要がある．

鳴原・藤間（2007）は，分散項にポテンシャル関数を定義することで，分散項をPoisson方程式の境界値問題として解く方法（以後，ポテンシャル法と呼ぶ）を提案している．鳴原・藤間（2007）は，他の数値計算手法と比較して，計算精度，安定条件および計算時間の観点から詳細な検討を行ない，以下のような結果を得ている．

・2段階混合差分法（岩瀬ら，1998）の安定条件は，$(h/\Delta x)^2<3/4$（水深h，空間格子サイズΔx）であり，空間格子サイズが水深により制限される．このため，水

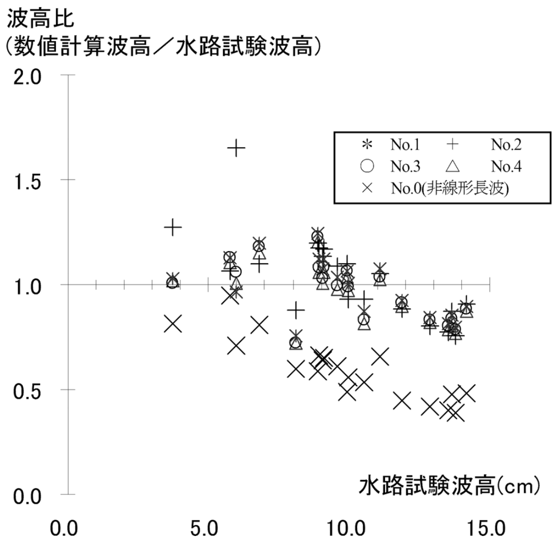

図-3　各分散項における波高の再現性

深5mの場合，空間格子サイズは5.78m以上となり，波長が20m程度のソリトン分裂波では十分な空間分解能をもてない．

・高解像度の条件下で計算を行えるポテンシャル法とADI法を比較すると，より計算時間の短くなる条件下（ステップ数，空間格子サイズΔx）で，ポテンシャル方が安定性に優れる．

・ADI法（佐藤，1995）は不安定になりやすく，ポテンシャル法に比べて計算時間が7倍程度かかる．

・SOR法（後藤ら，1988）はポテンシャル法に比べて，計算時間が6倍程度かかる．

以上により，実用性の観点から2次元非線形分散波理論モデルに用いる数値計算手法は，ポテンシャル法を用いた．

（2）支配方程式

ポテンシャル関数ψを用いた2次元非線形分散波理論モデルの支配方程式は以下のとおりである．

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad \cdots\cdots (3)$$

$$\psi = \alpha h \left[\frac{\partial^2 M}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 N}{\partial y \partial t} \right] + \gamma g h^2 \left[\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right] \quad \cdots\cdots (4)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + f_x = h \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \cdots\cdots (5)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + f_y = h \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \cdots\cdots (6)$$

$$f_x = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{M^2}{D}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{MN}{D}\right) + gD\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{gn^2}{D^{7/3}} M \sqrt{M^2 + N^2} \quad \cdots (7)$$

$$f_y = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{N^2}{D}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{MN}{D}\right) + gD\frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{gn^2}{D^{7/3}} N \sqrt{M^2 + N^2} \quad \cdots (8)$$

ここで，ηは水位，M，Nはx，y方向の線流量，Dは全水深，gは重力加速度，nはManningの粗度係数である．運動の式中の分散項以外の移流項，圧力項，摩擦項はf_x，f_yにまとめて表記した．分散項は前項での検討からPeregrine式およびMadsen-Sørensen式の両モデルを用いた．分散項のα，γは表-2のとおりである．

開発するモデルの差分化にはStaggered Leap-Frog法を用いて，計算の安定状況により移流項の差分スキームを中央差分，1次～3次精度風上差分から選択できるようにした．

5. 2次元非線形分散波理論モデルの検証

構築した2次元非線形分散波理論モデルの実用性の観点から，（1）空間分解能および移流項の差分スキームによるソリトン分裂波の再現性，（2）ソリトン分裂波の再現性の確保に必要な空間分解能を用いた上での計算時間，について検証を行なった．

表-2　分散項のパラメータ

分散項	α	γ
Peregrine式	1/3	0
Madsen-Sørensen式	2/5	2/15

（1）空間分解能および移流項による精度

必要な空間分解能を検討するため，移流項の差分スキームごとに格子サイズ（$\Delta x = 0.05$，0.1，0.2m）を変え，水路試験の再現計算を行なった．分散項にはMadsen-Sørensen式を用い，計算時間間隔は0.005sとした．

移流項を3次精度風上差分にした場合の格子サイズによる波形の時間断面比較を図-4に，格子サイズを波長比1/20（$\Delta x = 0.1$m）にした場合の移流項差分スキームによる波形の時間断面比較を図-5に示した．それぞれ分裂波の発生初期段階の30秒，発達段階の40秒および砕波直前の47秒の波形を示す．

数値計算で再現したソリトン分裂波の波長はどのケースも2.0m程度であり，水路試験結果とよく一致した．

波高については，ソリトン分裂波の発生初期段階では，空間分解能および用いた移流項の差分スキームによらず，計算結果と水路試験結果はよく一致した．しかし，ソリトン分裂波の発達から砕波段階では，格子サイズ0.2mの場合や一次精度風上差分を用いた場合に再現性の低下が見られた．

汀線より30.8m地点（砕波地点）におけるソリトン分

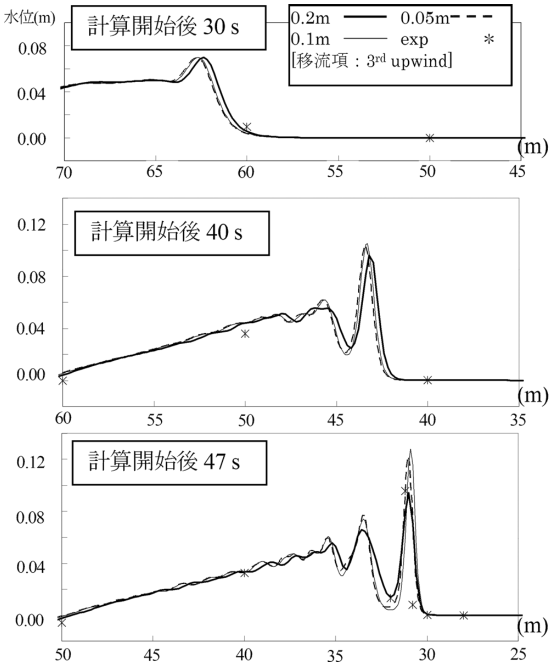

図-4　空間分解能による比較

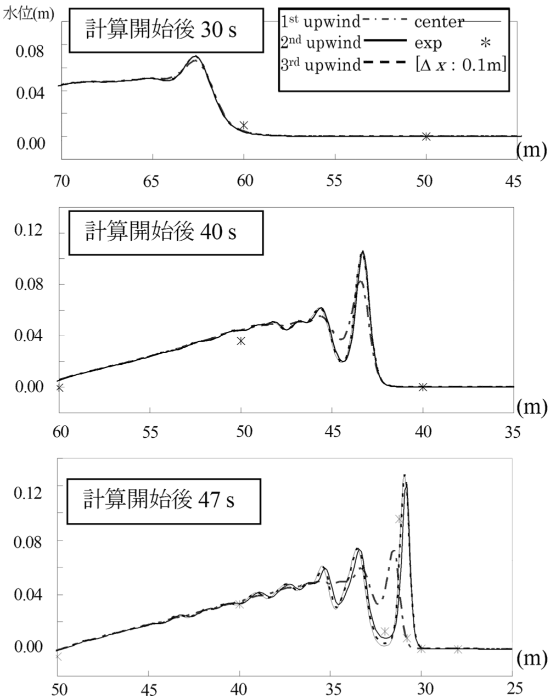

図-5　移流項差分スキームによる比較

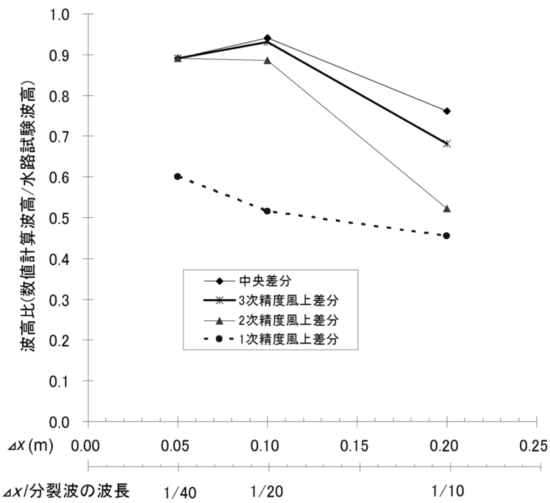

図-6　空間分解能（格子サイズ，波長比）および移流項の差分スキームによる波高比の再現性

裂波の波長比と波高比を図-6に示した．波長比は空間格子サイズとソリトン分裂波の波長の比，波高比は計算結果と水路試験結果の波高の比である．

ソリトン分裂波の波高の再現性には，空間分解能および移流項の差分スキームが大きく影響した．波長比1/20（$\Delta x = 0.1$m）以下の場合，2次，3次精度風上差分および中央差分では水路試験との波高比で90％前後と再現性が高い．しかし，波長比1/10（$\Delta x = 0.2$m）とした場合，全ての差分方法で再現性が低下した．1次精度風上差分では各格子サイズで波高比が50～60％と低い．

以上により，再現性の観点から空間分解能はソリトン分裂波波長の1/20程度以上の空間分解能を用い，移流項は2次精度以上の差分スキームを用いることが望ましいといえる．

（2）計算時間の比較

前項までの水路試験の再現計算における空間分解能の違いによる計算時間比較を行なった．なお，全ケースにおいて，計算時間間隔$\Delta t = 0.005$s，ステップ数を3×10^4回（実時間150s）とする．計算時間間隔はcase（a）のCFL条件を満たすように設定した．表-3に示すとおり，空間分解能が高いほど，計算時間は急激に増大する．さらに,計算時間間隔を計算が安定するのに十分な程度に設定すれば，計算時間の差はより大きくなる．

次に，実地形へ本モデルを適用させる際の計算時間を検討する．ここでは，2003年十勝沖地震時に十勝川で観測されたソリトン分裂波を再現する場合を想定する．安田ら（2004）によると，十勝川ではソリトン分裂波が河口から3.2km地点で確認されており，また，その波長は15～25m程度であった．この場合，想定される計算範囲は5km × 3km程度，格子サイズは1m以下とする必要があり，格子数は5000 × 3000程度以上となる．そのため，case（a）と比べて格子数は6.9倍以上となる．

表-3　空間解像度と計算時間の比較

計算ケース	波長比（格子サイズ）	格子数	計算時間（min）	計算時間比
case（a）	1/40（0.05 m）	32000×68（2.18×10^6）	1200	18
case（b）	1/20（0.1 m）	16000×34（0.54×10^6）	65	1
case（c）	1/10（0.2 m）	8000×17（0.14×10^6）	8	0.12

（計算時間間隔Δt ＝ 0.005 s，計算機のスペックはIntel Core2Duo（2.4GHz）, 3 GByte RAM）

実用的な範囲内の計算時間とするためには，格子数をcase（b）程度にする必要がある．十勝川を遡上するソリトン分裂波の再現計算は，図-7および表-4のように領域分割し，実時間30分（計算時間間隔$\Delta t = 0.025$ s，ステップ数7.2×10^4回）とした．この場合，並列計算可能なPC（2CPU × 4コア，3.4GHz）を用いた計算時間は，概ね1日程度である．

case（b）の条件で，計算した結果を図-8に示す（詳細は，村嶋ら，2010参照）.計算結果は実際に撮影されたビデオ画像から抽出した波峰分布と良い整合を示しており，十勝川の事例では，本モデルの実用性および必要とされる空間分解能が妥当であったことが示された．

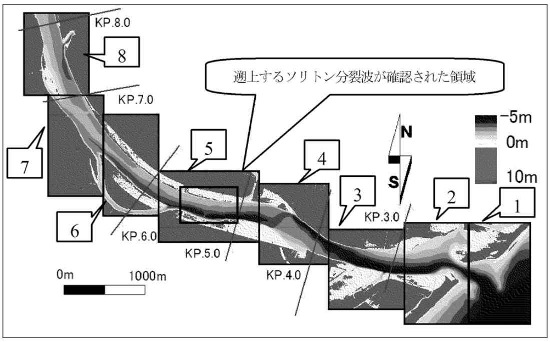

図-7　十勝川を遡上するソリトン分裂波における再現計算で設定した計算領域

表-4　領域の格子数

No	x方向 格子数	y方向 格子数	No	x方向 格子数	y方向 格子数
1	760	1250	5	1249	878
2	799	1250	6	687	1250
3	943	980	7	687	1250
4	865	1000	8	800	1019

格子サイズΔx＝1.0m

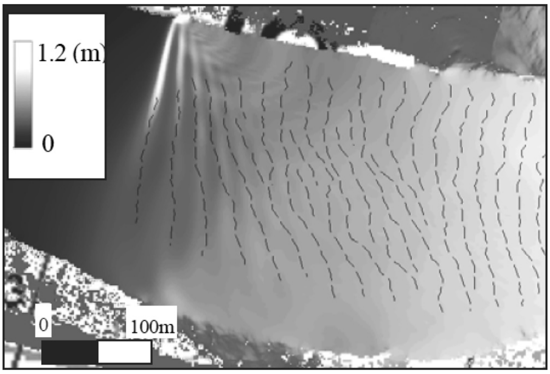

図-8　十勝川を遡上するソリトン分裂波の再現計算結果（位置：図-7参照，破線は実際に観測されたソリトン分裂波群の波峰の位置）

6. 結論

本研究では実用的な2次元非線形分散波理論モデルの要件を検討し，開発を行なった．さらに実用性の観点から検証を行なった．以下に主要な結論を示す．

(1) 代表的な分散波理論式のうち，大規模水路試験の再現計算による比較で再現性が高かったのは，Peregrine式およびMadsen-Sørensen式であった．

(2) ソリトン分裂波の再現性には，空間分解能と移流項の差分スキームが大きな影響を与えることがわかった．空間格子サイズと分裂波波長の比が1/20以下の場合，移流項の高次の差分スキームで再現性が高く，波長比1/10とした場合，移流項差分スキームに関らず再現性が大きく低下した．

(3) 開発した2次元非線形分散波理論に鳴原・藤間（2007）が提案しているポテンシャル法を用いることにより，再現性を損なわない空間分解能を使用しながらも実用的な計算時間内で計算が可能となった．

(4) 本研究で開発したモデルを用いる場合，実用的な範囲内の計算時間とするためには、計算範囲を領域分割し，並列計算を用いて解析を行なう必要がある．

謝辞：本研究は、（独）原子力安全基盤機構からの委託業務「平成20～21年度 津波解析手法の高度化」の成果の一部を取りまとめたものです．また，防衛大学校藤間功司教授，鳴原良典助教にはモデルの作成において，ご助言をいただきました．ここに記して謝意を表します．

参　考　文　献

岩瀬浩之・見上敏文・後藤智明（1998）：非線形分散波理論を用いた実用的な津波計算モデル，土木学会論文集，No.600/Ⅱ-44，pp. 119-124.

笠原健治・藤間功司・鳴原良典（2008）：流れを遡る津波の砕波機構に関する研究，海岸工学論文集，第55巻，pp. 101-105.

後藤智明・今村文彦・首藤伸夫（1988）：遠地津波の数値計算に関する研究　その1支配方程式と差分格子間隔，地震2，第41巻，pp. 515-526.

佐藤慎司（1995）：波の分裂と砕波を考慮した津波の数値計算，海岸工学論文集，第42巻，pp. 376-380.

佐山順二・今村文彦・後藤智明・首藤伸夫（1987）：外海域における津波の高精度計算手法に関する検討，海岸工学論文集，第34巻，pp. 177-181.

鳴原良典・藤間功司（2007）：津波数値計算における分散波理論モデルの適用性と新しい数値計算法の提案，土木学会論文集，vol. 63，No. 1，pp. 51-66.

松山昌史・池野正明・榊山　勉・武田智吉（2006）：大陸棚上における津波のソリトン分裂と砕波に関する研究，電力中央研究所報告，N05045，pp. 21.

見上敏文・岩瀬浩之・後藤智明・藤間功司（2000）：ブシネスク方程式のソリトン解について，海岸工学論文集，第47巻，pp. 351-355.

村嶋陽一・越村俊一・岡　秀行・村田泰洋・鈴木崇之・今村文彦（2010）：非線形分散波理論モデルによる十勝川津波遡上の再現計算と空間分解能の検討，土木学会論文集B2（海岸工学），VolB2-66，No. 1（投稿中）

安田浩保・渡邊康玄・藤間功司（2004）：2003年9月の十勝沖地震に伴い発生した津波の河川遡上，土木学会論文集，No768/II-68，pp. 209-218.

Madsen，P.A and Sørensen O.R(1992): A new form Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Part2, A slowly-varying bathymetry，Coastal Eng.，Vol. 18，pp. 183-204.