# 干渉合成法を用いた長周期波の伝播・反射特性の解明および水位予測

Predicting Method for Transformation of Infragravity Waves with Interferometric Green's Functions

泉宮尊司<sup>1</sup>・小林雄一<sup>2</sup>・石橋邦彦<sup>3</sup>・関本恒浩<sup>4</sup> 髙橋研也<sup>5</sup>・若松 厚<sup>6</sup>・石垣 順<sup>7</sup>・井下俊二<sup>6</sup>

# Takashi IZUMIYA, Yuichi KOBAYASHI, Kunihiko ISHIBASHI, Tsunehiro SEKIMOTO Kenya TAKAHASHI, Atsushi WAKAMATSU, Jun ISHIGAKI and Shyunji INOSHITA

The propagation of infragravity waves in intermediate water depths near and in a port is investigated with field observations. A Green function method which is used for seismic interferometry is applied to estimate wave profiles of infragravity waves. The equations used in the method include Boussinesq equations with external forcing terms by fluctuating components of short gravity waves, atmospheric pressure and surface wind stresses. It is shown that when external forces are uncorrelated noise source, Green functions between two points can be retrieved by taking cross-correlation of records. The wave profiles of infragravity waves are estimated with the Green function and compared with the measured data. The agreement between them shows fairly good.

# 1. はじめに

高波浪中に存在する長周期波は,海岸付近において増 幅し,波の遡上・越波や浮遊砂の移動に大きな影響を及 ぼすだけでなく,港湾内において多重反射を繰り返し減 衰することなく存在し続けるために,荷役の大きな障害 となっている.長周期波の発生要因に関しては,Munk (1949)のサーフビートの発見以来,様々な要因が挙げ られているが,現地海岸では複数の要因が共存して作用 している可能性があり,その要因を明確に提示するには 至っていない.一方,数値シミュレーションにより長周 期波の変形を予測する試みが行われている(中畑ら, 2001)が,長周期波の波高やスペクトルの比較に限られ ており,入射長周期波の位相が不明なため,自由長周期 波の波形までも予測できるまでには至っていない.

長周期波の伝播経路,反射位置および増幅機構を明ら かにすることは,長周期波対策を効果的に行う際に極め て有益であり,その波形まで予測できれば,船体動揺の 解析に直接的に用いることができ,極めて有用なものと なる.そこで本研究では,最近地震学の分野で用いられ ている地震波干渉法 (seismic interferometry)を海洋の長 周期波に初めて適用し,2地点で観測された長周期波の

1	正会員	工博	新潟大学教授 工学部建設学科
2	学生会員		新潟大学大学院自然科学研究科
3	正会員		新潟大学技术職員 工学部建設学科
4	正会員	博(工)	五洋建設(株)技術研究所
5	正会員	修(工)	五洋建設(株)技術研究所
6			五洋建設(株)北陸支店上越工事事務所
7		修(工)	五洋建設(株)北陸支店上越工事事務所

相互相関関数が2地点間のGreen関数に相当し、それが反 射特性や長周期波の波形の予測に有効であることを示し、 その妥当性と精度を検証することを研究の目的とする.

## 2. 各種擾乱を考慮した長周期波の基礎方程式

長周期波は、様々な要因により発生・発達する.中で も波群に伴う非線形拘束波によるもの(Longuet-Higgins and Stewart, 1962),4波共鳴相互作用によるもの (Hasselmann, 1962),気圧変動と地形による増幅によるも の(Hibiya and Kajiura, 1981),砕波点変動による長周期 波の発生(Symondsら, 1982),および風速変動による長 周期波の発生(泉宮ら, 2008)などが挙げられる.本研 究では、これらの長周期波発生メカニズムを可能な限り 取り入れるために、短周期波浪による効果、波群性、海 面圧力変化、および風速変動による海表面摩擦応力変動 を考慮したBoussinesq方程式を用いることにする.これ らの効果を考慮したBoussinesq方程式は次式で表される.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \{(h+\eta)u_{j}\} = 0 \quad \dots \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_{i}}{\partial t} + u_{j} \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x_{i}} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_{s}}{\partial x_{i}} + \frac{\tau_{i}^{s}}{\rho(h+\eta)}$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ h \frac{\partial^{2}(hu_{j})}{\partial x_{i} \partial x_{j}} - \frac{1}{3} h^{2} \frac{\partial^{2}u_{j}}{\partial x_{i} \partial x_{j}} \right\} \quad \dots (2)$$

ここに、 $\eta$ は水位変動、 $u_j$ は $x_j$ 方向の流速成分、 $(i_j)=1,2$ 、  $P_s$ は海表面における圧力変動、hは水深、tは時間である。  $\tau_i$ は海表面摩擦応力ベクトルである。水位変動 $\eta$ および 流速成分 $u_j$ は、短周期波浪成分、非線形拘束長周期波成 分および自由長周期波成分に分離して表すことができる.  $\eta = \eta_w + \eta_b + \eta_f$  .....(3)  $u_j = u_{w,j} + u_{b,j} + u_{f,j}$  .....(4)

ここに、下添字w,bおよびfは、それぞれ短周期波浪成分、 非線形拘束長周期波成分および自由長周期波成分を示し ている.後者の2成分は、いわゆるslow成分であり、大 きさ自体は、短周期波浪成分に比べて十分に小さいもの とする.式(3)および式(4)を式(1)および式(2)に代入し、 海底面から水面まで積分し、短周期波浪の代表周期Tで 時間平均をとり、非線形拘束長周期波成分は短周期波浪 成分の非線形項および圧力勾配と釣合うものとすると、

なる関係式を得る.上式において, *S<sub>ij</sub>*は radiation stress 成 分であり,これらの項は式(2)の非線形項および右辺第4 項が圧力の*x<sub>i</sub>*方向の微分値であることから,短周期波浪 の radiation stress が誘導されたものである.なお,式(6) において,微小項と思われる移流項等は省略している. 式(5) および式(6) により,非線形拘束長周期波成分が計 算されることになる.

一方,自由長周期波成分は,短周期波浪の線形成分と その他のslow成分からなり,次式で与えられる.

$$\frac{\partial \eta_f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (h u_{f,j}) = q_B^* - \frac{\partial}{\partial x_j} (h \widetilde{u}_{w,j} + u_{f,j} \widetilde{\eta}_w) \quad \dots \dots (7)$$

$$\frac{\partial u_{f,i}}{\partial t} + g \frac{\partial \eta_f}{\partial x_i} = -g \frac{\partial \widetilde{\eta}_w}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_s}{\partial x_i} + \frac{\tau_i^s}{\rho h} \left(1 - \frac{\widetilde{\eta}_w}{h}\right) \quad \dots (8)$$

ここに, q<sup>\*</sup><sub>B</sub>は砕波による運動学的境界条件の破れを示し, 上付きの~は短周期波浪の代表周期で平均化した量を示 す.式(7)および式(8)は,長周期自由波と呼ばれている 成分が,短周期波浪による運動学的・力学的境界条件の撹 乱,および気圧変動や風速変動による海面摩擦応力の変動 によって,発生・発達する可能性を示したものである.

#### 3. 長周期波の2地点間Green 関数の推定法

長周期波の基礎方程式(7)および(8)において,外力項 である右辺の諸量は,一般的には時間的・空間的にラン ダムに変化するものであり,短周期波浪成分に関わる項 は長周期波に対してはパルス的な変化を示すものであ る.したがって,このような外力項は,一種の波源関数 と見なすことができる.そこで本研究では,長周期波の 波形予測に地震波干渉法を応用して2地点間のGreen 関数 を推定し,その適用性について検証することにする.

地震波干渉法(seismic interferometry)とは,地震波等 の波動場を異なる2地点で観測した場合,それらの観測 波形の相互相関関数を求めると,一方を仮想的な震源に 他方を受信点とした場合の波形を合成できるというもの で、精度の高い物理探査ができることで、近年大変注目 を浴びている方法である(例えば、白石ら、2008).す なわち、この方法により、2地点間のGreen関数が算定で きるので、大変有益である.

この地震波干渉法のルーツは,常時微動を対象とした Aki (1957) による空間自己相関 (SPAC) 法にまで遡る ことができる. Claerbout (1968) は,自然地震記録を対 象として,地表1地点で観測された自己相関関数が,そ の地点に震源と受信点をおいた場合の反射記録が得られ ることを理論的に示した.その後,Wapenaar and Fokkema (2006) 等により一般化がなされ,様々な波動 場に適用されるようになってきている.そこで本研究で は,地震波干渉法の適用条件に特に注意しながら,長周 期波動場に適用を試みることにする.

自由長周期波の基礎方程式(7)および(8)の文字を簡略 化して,下添字fを省略して書き換えると,

$$\frac{1}{h}\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = q(\mathbf{x},t) = q_B^* - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(h\widetilde{u}_{w,j} + u_{f,j}\widetilde{\eta}_w\right) \quad \dots \dots (9)$$
$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + g\frac{\partial\eta}{\partial x_i} = f_i(\mathbf{x},t) = -g\frac{\partial\widetilde{\eta}_w}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P_s}{\partial x_i} + \frac{\tau_i^s}{\rho h} \left(1 - \frac{\widetilde{\eta}_w}{h}\right) \dots \dots (10)$$

となる.ここで、上式に時間に関するフーリエ変換を施 し、水位ηと流速*u*<sub>i</sub>のフーリエ変換を用いて表すと、

$$j\omega\hat{u}_i + g\frac{c\eta}{\partial x_i} = \hat{f}_i(\mathbf{x},\omega)...(12)$$

となる.ここに,xは水平位置座標,上付きhatはフーリ エ変換量であることを示し,

であり, jは純虚数である.

ここで,図-1に示すように地点Aと地点Bの異なる2地 点を考え,以下に示す干渉量の領域積分を評価すると,

$$\int_{D} \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \hat{\eta}_A \hat{u}_{i,B} - \hat{u}_{i,A} \hat{\eta}_B \right\} dA = \oint_{\partial D} \left\{ \hat{\eta}_A \hat{u}_{i,B} - \hat{u}_{i,A} \hat{\eta}_B \right\} n_i ds$$
$$= \int_{D} \left\{ \hat{\eta}_A \hat{q}_B - \hat{q}_A \hat{\eta}_B + \hat{f}_{i,A} \hat{u}_{i,B} / g - \hat{f}_{i,B} \hat{u}_{i,A} / g \right\} dA \qquad \cdots (15)$$



図-1 観測点x<sub>A</sub>およびx<sub>B</sub>とGreen関数

なる関係式を得る.ここに, n<sub>i</sub>は領域の外向きの法線ベ クトル成分である.ここで,相反定理と時間を反転して も物理法則が変化しないという性質を示す時間反転不変 の原理に基づくと,周波数領域では時間反転は共役数で 置き換えられる.したがって,式(11)および式(12)より

なる関係が成立する.ここに、\*印は共役数を示す.この外力と解の関係をA地点に適用すると、式(15)は、

$$\int_{D} \left\{ \hat{\eta}^{*}_{,A} \hat{q}_{B} + \hat{q}^{*}_{,A} \hat{\eta}_{B} + \hat{f}^{*}_{,i,A} \hat{u}_{i,B} / g + \hat{f}_{i,B} \hat{u}^{*}_{,i,A} / g \right\} dA \qquad \dots \dots (18)$$
$$= \oint_{\partial D} \left\{ \hat{\eta}^{*}_{,A} \hat{u}_{i,B} + \hat{u}^{*}_{,i,A} \hat{\eta}_{B} \right\} \eta_{i} ds$$

となる.この関係は,時間領域では相関をとることに相 当するので,相関関数タイプの相反定理と呼ばれている.

ここで,連続式の外力項の作用時間が長周期波に比べ て十分に短いので,そのフーリエ変換は近似的に,

$$q_{(A,B)}(\mathbf{x},t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{(A,B)})W(t) \approx \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{(A,B)})\delta(t) \dots \dots (19)$$
$$\hat{q}_{(A,B)}(\mathbf{x},\omega) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{(A,B)})\hat{W}(\omega) \approx \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{(A,B)}) \dots \dots (20)$$

と表せる.ここに、W(t)は時間の関数で、 $\delta$ はデルタ関数、

下添字(A,B)はA地点またはB地点の諸量を示す.また,

 $u_{i,(A,B)}(\mathbf{x},\omega) = -\frac{1}{j\omega} \int_{\partial D} \frac{1}{\partial x_i} s(\mathbf{x},\omega) ds \cdots (22)$ と表される、ここに、 $s(\mathbf{x},\omega)$ は波源関数である、式(20)

~式(22)を式(18)に代入すると、次の関係式が得られる.

ここに、 $S(\omega)$ は波源関数 $S(\mathbf{x}, \omega)$ のスペクトル、Cは長波の 波速である.ここで、 $S(\omega)$ がホワイトノイズに近いもの とし、上式を逆フーリエ変換し時間領域に書き換えると、

$$G(\mathbf{x}_{B}, \mathbf{x}_{A}, -t) + G(\mathbf{x}_{B}, \mathbf{x}_{A}, t) \cong \frac{2}{C} \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\mathbf{x}_{A}, t+\tau) \eta(\mathbf{x}_{B}, \tau) d\tau \right\rangle$$
.....(24)

となる.式(24)は、2地点の波形記録の相互相関をとる ことにより、その地点間のGreen関数が合成できること を意味している.この2地点間のGreen関数を用いて、B 地点の水位変動は、

$$\eta(\mathbf{x}_B, t) = K \int_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_A, t-\tau) \eta(\mathbf{x}_A, \tau) d\tau \dots (25)$$



により計算することができる.ここに,*K*は外力項が厳 密にはδ関数とは異なることによる比例係数である.

#### 4. 長周期波の現地観測

長周期波の現地観測は、日本海に面した新潟県上越市 の直江津港内外において、2009年12月9日から2010年1 月8日にかけて行われた.観測地点は、図-2に示すよう に、4地点に水圧センサー付き超音波式波高計を設置し た.観測期間中には、有義波高4mを超える波浪が4回ほ ど襲来しており、様々な波浪条件の下で長周期波が観測 されている.P<sub>1</sub>およびP<sub>2</sub>地点は港外で、水深は25mおよ び16mである.また、P<sub>3</sub>地点は港外ではあるが防波堤の 遮蔽域内で水深17m、P<sub>4</sub>地点は港内の一文字堤の端から 約50mの前面であり、水深は12mである.

図-3は、2010年1月1日12時における各観測地点の圧 力水頭のスペクトルを示したものである.水圧データを 用いたのは、超音波式波高計は気泡の影響により水位の 測定精度が低かったためである.この図に示されている ように、P4地点を除いて周期50s以上(周波数0.02Hz以 下)の長周期帯では、多少の変動はあるもののスペクト ル密度はほぼ一定であり、この周波数帯ではホワイトノ イズ的な性質を有していることが分かる.このようなス ペクトル形状は、平石ら(1997)が提案している長周期 波の標準スペクトルとほぼ同様な形状である.一方、港 内のP4地点では、風浪成分は防波堤の効果によりかなり 減衰しているが、低周波側においてある特性の周波数に 顕著なエネルギーピークが見られる.

#### 5. 長周期波の特性および水位波形予測

図-4は、2010年1月1日12時にP<sub>1</sub>地点(水深25m)で 観測された長周期波の水位変化を示したものである.こ の長周期波は、周期30sから300sの成分(周波数: 0.0033Hz~0.0333Hz)が100%通過するようにバンドパ スフィルタを水圧波形にかけて抽出したものである.こ の地点では水深25mとやや深いにもかかわらず、長周期 波の水位変動が大きく、±20cmにも達していることが 分かる.

P<sub>1</sub>地点の長周期波の自己相関関数を算定したものを, 図-5に示す.この図に見られるように,自己相関関数は δ関数に近く,スペクトル密度がほぼ一定値となってい ることに対応している.

前節の議論によると、自己相関関数は、その地点に単 位波源を置いた時のその地点での観測波形に相当し、反 射波を検出することができる.P<sub>1</sub>地点は最も沖合いにあ るため、砕波点や汀線からの反射波の寄与はかなり小さ いことが読み取れる.このことは、反射波やエコーを含 む信号を遅れ時間 τ<sub>1</sub>を考慮して、以下のように考えると、

エコーを含む信号x(t)の自己相関関数 $\psi(\tau)$ は,



となることからも分かる.ここに、 $\alpha$ は反射率、 $C(\tau)$ は 入射波成分 $\eta$ (t)の自己相関関数である.タイムラグ $\tau$ の 値が大きい時間では、 $C(\tau)$ はほぼ0に近づくので、 $\tau = \tau_1$ 付近で反射波の影響がでることになる.

港湾内のP<sub>4</sub>地点では,図-6に示すように自己相関関数 の変化から周期130s程度の共振が発達していることが分 かる.この地点では,前日の1月2日には周期50sの共振 が発達していたことも確認されている.このことは,長 周期波の伝播時間が共振周期の半分であることから,反 射位置を同定することができる.図-7は,観測点P<sub>1</sub>とP<sub>2</sub> の長周期波の相互相関関数を示したものである.変動は 相対的にはやや小さいが,約100s前後のピークは,長周 期波がP<sub>1</sub>からP<sub>2</sub>に伝播するに要する時間であり,500s前 後のピークは長周期波がP<sub>1</sub>から汀線で反射し,P<sub>2</sub>に達す るまでの時間にほぼ相当している.しかしながら,解析 に用いたデータが1時間分と,長周期波の相関を計算す るには未だ十分な長さではなく,波浪の非定常性もあり 時間変化がやや大きい結果であった.

図-8から図-10は、2地点間のGreen関数(相互相関関数)を用いて、それぞれP<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>およびP<sub>4</sub>地点の長周期波の



図-5 観測点P<sub>1</sub>における長周期波の自己相関関数



図-6 直江津港内のP<sub>4</sub>観測点における長周期波の自己相関関数の変化(2010年1月3日)



図-7 観測点P1とP2の長周期波の相互相関関数



図-10 P<sub>4</sub>地点の長周期波の水位波形予測

水位を予測したものと実測波形とを比較したものである.

これらの図より,水位の変動はかなり類似しており, 港湾内の $P_4$ 地点の長周期波の水位波形もかなりの精度で 予測できることから,本研究の方法は長周期波の波形を 推定するのに有効な方法であると言える.

### 6. 結論

本研究では、地震波干渉法の考えを海洋の長周期波に 適用し、波浪の現地観測により、長周期波の反射・伝播 特性を明らかにし、以下の事柄が明らかとなった. (1)外力項を含む連続式および運動方程式を用いて、 2地点間の相互干渉項を空間積分することにより、2地 点の相互相関関数がGreen 関数に相当することが示さ れた.

- (2) 長周期波の自己相関関数を算定した結果、50s以上の 長周期波はほぼホワイトノイズ的な性質を有しており、 自己相関関数もほぼδ関数に近い結果が得られた.
- (3)港湾内のP<sub>4</sub>地点では、自己相関関数から周期50sおよび130s程度の共振が発達していることが見出された.また、これらの時間から、長周期波の反射位置を同定できることが示された.
- (4) 2地点間のGreen 関数を用いて,港湾内外の長周期波の水位を予測し、実測波形と比較したことろ、比較的よく一致しており、本手法は長周期波の波形を推定するのに有効な方法であることが確かめられた.

なお,本研究の一部は平成21年度科学研究費基盤研究 (C)によったことを付記し,感謝いたします.

#### 参考文献

- 泉宮尊司・渡辺 聡・石橋邦彦 (2008):風速および気圧変動 による長周期波の共鳴発達機構に関する研究,海岸工学 論文集,第55巻, pp.201-205.
- 白石和也・松岡俊文・川中 卓 (2008): 地震波干渉法概説, 地学雑誌, 117巻, No.5, pp. 863-869.
- 中畑 禎・落合敏浩・柏原裕彦・花山格章・関本恒浩 (2001):現地観測に基づく長周期波の沿岸方向特性,海 岸工学論文集,第48巻, pp. 261-265.
- 平石哲也・河野信二・玉城重則・長谷川準三(1997):港湾構 造物の設計に用いる長周期波の標準スペクトルについて, 海岸工学論文集,第44巻, pp. 246-250.
- Aki,K. (1957) : Space and timespectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtemors, Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 35, Univ. of Tokyo, pp. 415-456.
- Claerbout, J.F. (1968) : Synthesis of a layered medium from its acoustic transmission response, Geophysics, Vol. 33, pp. 264-269.
- Dingemans, M.W. (1997) : Water Wave Propergation over Uneven Bottom, Part 1, World Scientific, pp. 286-289.
- Hasselmann, K (1962) : On the non-linear energy tranfer in a gravity-wave spectrum, Part I: General theory, J. Fluid Mech. Vol. 12, pp. 481-500.
- Hibiya,T.and K. Kajiura (1981) : Origin of the Abiki phenomenon (a kind of seiche) in Nagasaki Bay, J. Oceangr. Soc. of Japan, Vol.38, No.3, 172-182.
- Longuet-Higgins, M.S. and R.W., Stewart (1962) : Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to surf beat, Jour. of Fluid Mech., Vol.13, pp.481-504.
- Munk, W.H. (1949) :Surf beats, Trans. Am. Geophys. Union, 30, 849-854.
- Symonds, G, D.A. Huntley and A. J. Bowen (1982) : Twodimensional surfbeat: long wave generated by a time-varying breakpoint, Jour. Geophys. Res., Vol.87, No.C1, pp.492-498.
- Wapenaar, K. and J. Fokkema (2006) : Green's function representations for seismic interferometry, Geophysics, Vol.71, SI, pp.33-46.