

日本海沿岸の波侯の統計学的特性について

Statistics on Wave Climate along The Sea of Japan

木村 晃¹・宇都宮 淳²

Akira KIMURA and Atsusi UTSUNOMIYA

This paper deals with statistics of wave climate. NOWPHAS data from 7 points along the sea of Japan are analyzed. Spectrum of a time series of significant wave heights from these points can be commonly divided into three frequency regions. Those regions are roughly (a) $f < 0.01 d^{-1}$, (b) $0.01 < f < 0.2 d^{-1}$ and (c) $f > 0.2 d^{-1}$ in which $d^{-1} = 1/day$. Very few components in the (a) region give affect to the seasonal wave height change. Amplitudes of the Fourier components in the (b) region are almost uniform, but proportional to f^{-1} in the (c) region. Probability distributions of the data from (b) and (c) regions agree with the Gram-Charlier distribution. Statistical models which give probabilities of wave height that exceed any threshold value are shown in the last.

1. はじめに

波侯統計は海中構造物に作用する波の履歴などの推定には必須の情報で、その有用性は広く認識されている。わが国では国土交通省(運輸省)のNOWPHASによる日本全域にわたる観測がおこなわれているが、それをもとにした波侯統計のモデル化に関する研究は、日本海沿岸における日平均有義波高の確率密度関数がWeibull分布でほぼ近似できることを示した広瀬ら(1982)によるもののほかあまり例がない。波侯統計の問題点は日平均有義波など統計量が前後の値と相関をもつことで、Weibull分布を用いる場合であっても原著で用いられているデータ間隔と同じ時間単位を用いなければならない。すなわち、日平均有義波を用いた場合と2時間間隔のデータを用いた場合では近似できる確率分布が変わる可能性がある。NOWPHASでは最近さらに20分間隔の観測記録が公表されており、これが広瀬ら(1982)のものと同じ分布に従う保証はない。一方、2007年に構造物の設計指針が仕様規定型から性能規定型に転換された。大きな変更点の一つに、新規定では軽微な構造物の破損が容認されていることを挙げることができる。すなわち、構造物の破損の進行と予想される外力とを勘案しながら補修のタイミングを決定することが必要になり、初期の建設コストと構造物の耐用期間全体にわたる維持管理コストを合わせたLCCを最低にするような管理(LCM)が求められる。

この研究は日常的な波浪の特性を推定するために波高の統計学的な特性について検討したものである。この研究では、データが相関をもつ場合であっても波侯特性の検討に適用できる方法を提案する。すなわち、有義波の時系列のスペクトル構造を利用してその統計学的な特性

を推定する方法を提案する。この研究で用いたデータは日本海に面した浜田、鳥取、輪島、新潟、秋田、瀬棚、留萌の7点で、解析には2001年~2007年のNOWPHASのデータを用いた。

2. スペクトル特性

(1) 周波数帯の分割

図-1(a), (b)はそれぞれ浜田、留萌の2001年の2時間間隔の有義波高 $H_{1/3}$ の1年間の記録をフーリエ解析した結果である。図中で縦軸 $H(f)$ は成分波の振幅(m)、 f は1/365を基本単位とする離散周波数($f_i = i/365, i = 0, 1, 2, \dots$)で、単位は $d^{-1} = 1/day$ である。以後簡単のためにこの結果をスペクトルと呼ぶ。図からわかるように、 $H(f)$ はおおむね(a) $f < 0.01 d^{-1}$, (b) $0.01 d^{-1} < f < 0.2 d^{-1}$ および(c) $f > 0.2 d^{-1}$ の3つの部分で異なる周波数特性を示す。したがってここでは $H(f)$ をほぼ次式のように近似する。

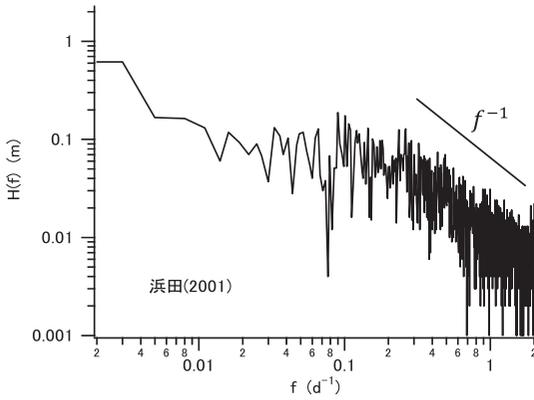
$$H(f) \approx \begin{cases} C_1 & f < 0.01 d^{-1} \\ C_2 & 0.01 d^{-1} < f < 0.2 d^{-1} \\ C_3 f^{-1} & f > 0.2 d^{-1} \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

ここに C_1, C_2, C_3 は定数である。各地点、各年で定数の値は少しずつ異なるが、ここに示した $H(f)$ の特徴は例外なく共通であった。すなわち(b)の領域では $H(f)$ の値はほぼ一定であり、この領域の $H(f)$ を一定値 C_2 で近似し、(c)の領域では f の増加に伴って $H(f)$ が減少する特性が見られ、その勾配は両対数グラフ上で、各地点、各年で共通にはほぼ-1の勾配であったのでこの部分の $H(f)$ を $C_3 f^{-1}$ で近似することにした。簡単のためにこれより、(a), (b), (c)それぞれの領域の成分の時系列を H_a, H_b, H_c とする。

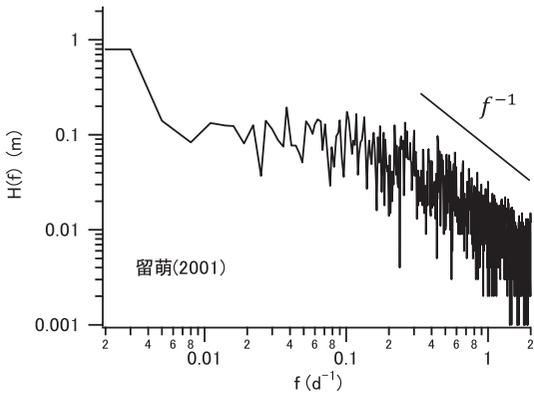
(2) H_a の特徴

H_a は周期が長く、波高の季節的な変化に寄与する成分である。表-1は各地点の領域(a)の成分波の振幅を示し

1 正会員 工博 鳥取大学名誉教授
2 中土木 修(工) 竹中土木



(a) 浜田(2001)



(b) 留萌(2001)

図-1 有義波高のスペクトル図

表-1 成分波の振幅 (平均値)

観測値	C_{10} (m)	C_{11}/C_{10}	C_{12}/C_{10}	C_{13}/C_{10}
浜田	2.274	0.27	0.073	0.051
鳥取	2.19	0.299	0.069	0.045
輪島	2.442	0.33	0.072	0.044
新潟	1.999	0.37	0.088	0.043
秋田	2.162	0.341	0.064	0.06
瀬棚	2.33	0.348	0.038	0.053
留萌	2.145	0.334	0.045	0.06

たものである。値は2001年～2007年の間の平均値である。

表中で C_{10} は有義波高の年間平均値に等しくなる。 C_{11} , C_{12} , C_{13} はそれぞれ $H(f)$ の基本, 2倍および3倍成分の振幅であり, 表には各振幅を C_{10} で割った値を示した。図-2は鳥取の2003年の年間の日平均有義波高の図であり, 細実線が有義波高, 太い実線が2003年の H_a の値を重ね合わせたものである。横軸は1月1日より数えた日数である。

図から, $C_{10} \sim C_{13}$ の成分の和は波高の日変化の平均的な特性によく対応している。

図-3は年ごとの H_a の変化を示したもので(秋田), 暖冬などによる変化もあるが, 年ごとの変化は比較的小さい。他の地域についても同様の結果が得られた。

(3) H_b の特徴

H_b は周期が3月から5日程度までの成分に対応している。図-4はこの領域の成分だけの波形を取り出して示したものである(新潟:2001)。

図からわかるように高波浪期と静穏期の波形に大きな違いがみられる。日本海沿岸ではすべての地点で同様な特徴がみられる。

図-5は図-4の H_b の各月の標準偏差 $H_{b\sigma m}$ (●印)と同じ年の H_a に定数 α_b を掛けたものを比較した図である。 α_b は H_a と $H_{b\sigma m}$ の差が最小になるように最小二乗法を用いて計算した。図から両者の対応は良好で, $H_{b\sigma m} \approx \alpha_b H_a$ の関係が成立する。他の地点, 年についてもほぼ同様の関係が成立する。表-2に各地点の定数の平均値を示す。

図-6は図-4に示した H_b の値を当該年の $\alpha_b H_a$ で割って正

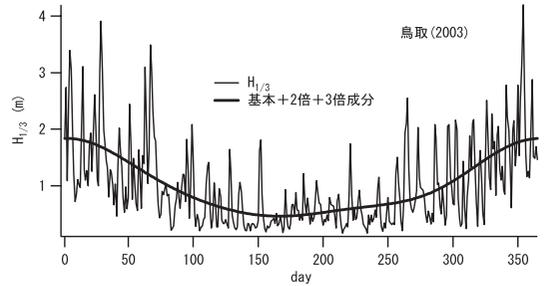


図-2 日平均 $H_{1/3}$ と H_a との比較(鳥取:2003)

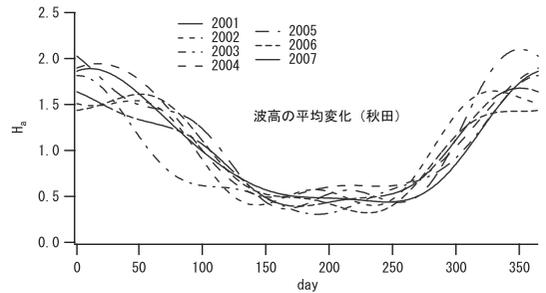


図-3 H_a の年ごとの変化(2001~2007)

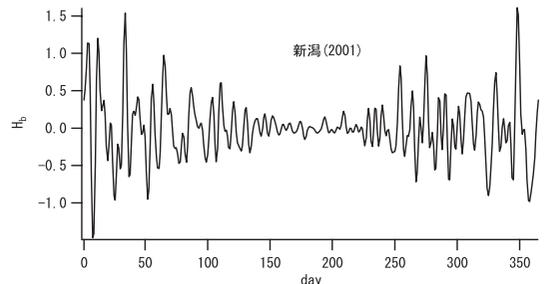


図-4 H_b (新潟:2001)

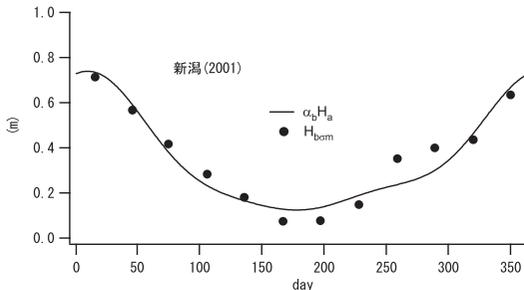


図-5 H_b の各月の標準偏差と H_a の波形の比較 (新潟：2001)

表-2 定数の平均値 (2001~2007)

観測値	α_b	α_c	C_2	C_3
浜田	0.41	0.34	0.0804	0.0139
鳥取	0.38	0.32	0.0741	0.0129
輪島	0.39	0.32	0.0841	0.0144
新潟	0.42	0.38	0.0762	0.0144
秋田	0.47	0.38	0.0913	0.0158
瀬棚	0.42	0.37	0.0866	0.0162
留萌	0.43	0.38	0.0821	0.0151

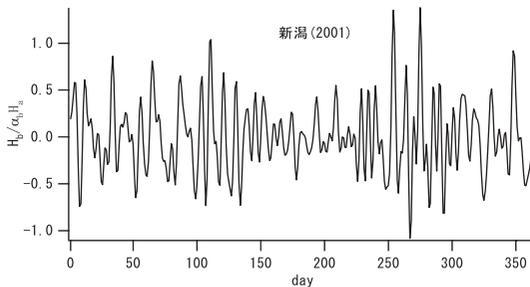


図-6 $H_b/\alpha_b H_a$ の変化 (新潟：2001)

規化した値を示したものである。

図からわかるようにこの正規化によりほぼ定常な記録が得られている。

3. 確率特性

(1) H_b の確率特性

$H_b/\alpha_b H_a$ の確率特性について検討を行った。まず、(b)の領域の $H(f)$ の成分波の位相について検討した結果を示したものが図-7である。この図は成分波の位相 ϵ を $0 \sim 2\pi$ の区間を10等分し、各区間に入る成分波の数の頻度分布 $p(\epsilon)$ を示したもので、鳥取のデータについて7年間の各年の位相の頻度分布を示したものである。この領域の成分波の数は67と数が少ないためばらつきが大きい、0.1の付近に分布しており、ほぼ一様分布と考えて差し支えないであろう。

成分波の位相が一様分布をする場合、成分波の和の確率密度関数は大数の法則から正規分布で近似できる。ここでは H_b の頻度分布を正規分布と、Gram-Charlier分布を

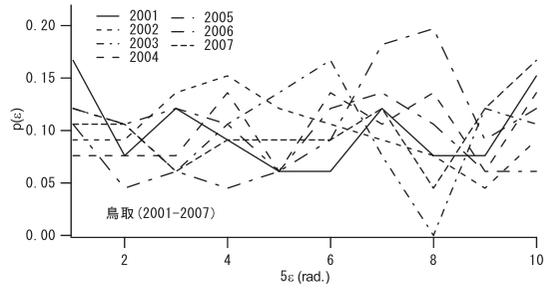


図-7 成分波の位相の頻度分布 (鳥取：2001~2007)

用いて比較検討した。結果の1例を示したものが図-8である。Gram-Charlier分布は任意の確率密度関数をChebyshev-Hermite多項式で展開した近似分布で、次式で与えられる。

$$p(x_b) = N(x_b) \left\{ 1 + \frac{1}{6} \mu_{b3} (x_b^3 - 3x_b) + \frac{1}{24} (\mu_{b4} - 3) (x_b^4 - 6x_b^2 + 3) + \dots \right\} \quad (2)$$

ここに $N(x)$ は標準正規分布、 $x_b = ((H_b - H_{bm})/H_{b\sigma})$ 、 H_{bm} 、 $H_{b\sigma}$ は H_b の平均値および標準偏差、 μ_{b3} 、 μ_{b4} は x_b のSkewnessおよびKurtosisである。その他分散を μ_{b2} と表す。ここでは式(2)の近似は第3項で打ち切った。データの解析にあたり、 $|x_b| > 3.0$ のデータは異なる確率母集団からのデータと考えて棄却した。棄却したデータは年に1~3個現れるケースもあるが、これを棄却しない場合高次のモーメントの値が大きくなり、Gram-Charlier分布がすそ野のあたりで波打つ傾向がみられたので、これらの値は異なる母集団のデータと考えた。ここで示したものの以外でもほぼ観測値はほぼ同様の分布形状を示した。データ個数が365個と少ないために頻度分布に凹凸がみられるが、正規分布、Gram-Charlier分布いずれでも近似は可能である。ただ、表-3に示すようにSkewnessが正の値をとるのでこれに対応できるGram-Charlier分布のほうがよい適合性をもつものと判断できる。これは有義波高 $H_{1/3}$ が負の値をとることができないために $H_{1/3}$ が0に近い部分で歪をもつためと推定する。

(2) H_c の確率特性

H_c は周期が5日以下の成分から成立している。図-1に

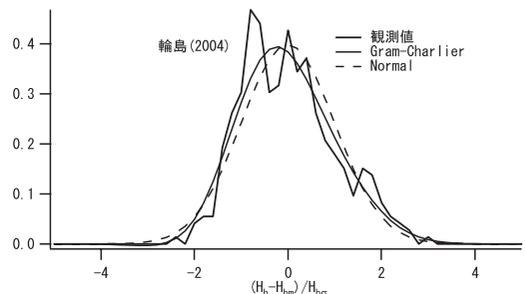


図-8 H_b の頻度分布 (輪島：2004)

表-3 正規化した H_b および H_c の統計学的モーメント
(平均値)

観測値	H_b			H_c		
	μ_{b2}	μ_{b3}	μ_{b4}	μ_{c2}	μ_{c3}	μ_{c4}
浜田	0.19	0.49	3.1	0.11	0.18	3.49
鳥取	0.17	0.42	3.18	0.11	0.25	3.54
輪島	0.16	0.43	3.07	0.1	0.23	3.51
新潟	0.19	0.42	3.08	0.15	0.16	3.44
秋田	0.26	0.56	3.36	0.17	0.2	4.11
瀬棚	0.2	0.38	2.93	0.14	0.13	3.51
留萌	0.16	0.39	2.95	0.15	0.21	3.43

示したように $f > 0.2d^{-1}$ 領域では $H(f)$ はほぼ f^{-1} に比例する。この理由は明らかでないが、このスペクトル特性を持つ信号が“ゆらぎ”として注目されたことがあるので(武者ら, 1991)ここでも便宜的に“ゆらぎ”と呼ぶこととして H_b と同様な検討を行った。図-9は H_c の2時間間隔の記録である。

図-10は図-9の各月の H_c の標準偏差 $H_{c\sigma m}$ と $\alpha_c H_a$ を比較したものである。 α_c は定数で、各観測地点における平均値は表-2に示してある。ゆらぎについても $H_{c\sigma m} \approx \alpha_c H_a$ がほぼ成立する。他の年、他の地点についてもほぼ同様な結果が得られた。

図-11は $H_c/\alpha_c H_a$ の変化(2003年)を示したもので図-9の H_c を正規化したものである。ここでもほぼ定常な波形が得られている。これ以外の記録についてもほぼ同様な結果が得られた。(c)の領域の成分波の位相について検討したものが図-12である。ここでも成分波の位相 ϵ を $0 \sim 2\pi$ の間を10等分し、各区間に入る位相の頻度分布 $p(\epsilon)$

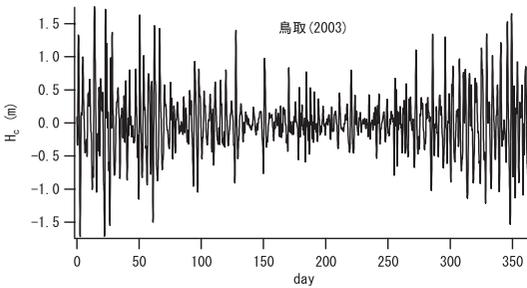


図-9 H_c (鳥取：2003)

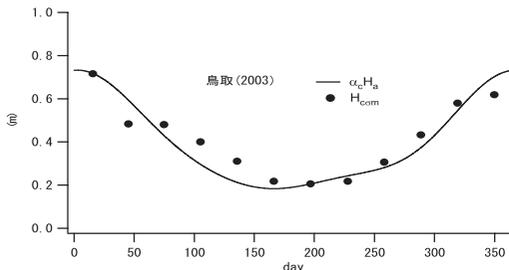


図-10 $\alpha_c H_c$ と $H_{c\sigma m}$ の比較 (鳥取：2003)

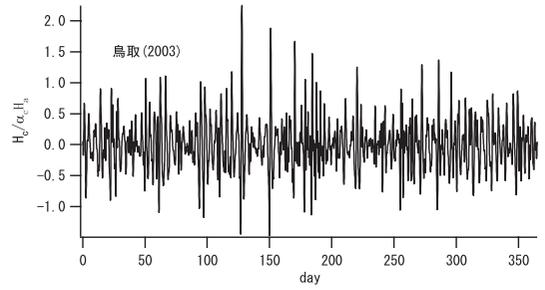


図-11 $H_c/\alpha_c H_a$ の変化 (鳥取：2003)

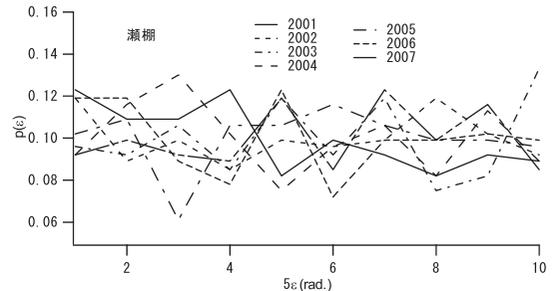


図-12 H_c の成分波の位相の頻度分布 (瀬棚：2001～2007)

を示した。図からも位相がほぼ一様に分布していることが分かる。したがって H_b の場合と同様に H_c の確率密度関数は正規分布で近似できることが推定される。ここでも正規分布とGram-Charlier分布との比較を行った。 x の値は式(2)の x_b を $x_c = (H_c - H_{cm})/H_{c\sigma}$ 、 μ_{b3} 、 μ_{b4} は H_c の skewness: μ_{c3} , kurtosis: μ_{c4} で置き換えた。ここに H_{cm} 、 $H_{c\sigma}$ は H_c の平均値、標準偏差である。図-13は2006年の留萌の頻度分布の解析結果である。図からもGram-Charlier分布、正規分布共に観測値と良好な対応を示すが後の表-3に示すようにSkewnessが正の値をとるのでGram-Charlier分布のほうがよい適合性を示す。また他の地点についても同様な結果であった。 H_c についても $|x_c| > 3.0$ のデータは H_b と同じ理由で棄却した。

4. スペクトルの近似、シミュレーションと応用

(1) スペクトルの近似とシミュレーション

スペクトルは式(1)のようにモデル化する。(a), (b), (c)の各領域で最小2乗法で定数の値を計算した。結果は表-2に示した。ただし、表-2の C_2 と C_3 を用いると、(b)と(c)の近似式の交点は C_3/C_2 となる(各地点とも C_3/C_2 の値は0.2より幾分小さくなる)。

以上の結果を取りまとめると波侯は次式で近似することができる。

$$H_{1/3}(t) = C_{10} + \sum_{i=1}^3 C_{1i} \cos 2\pi f_i t + g_b(t) + g_c(t) \quad \dots (3)$$

ここに $g_b(t)$ 、 $g_c(t)$ はGram-Charlier型確率密度関数の

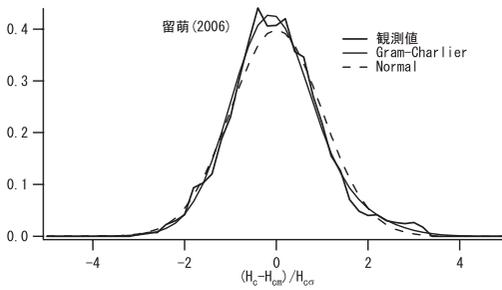


図-13 H_c の頻度分布 (瀬棚: 2006)

乱数であり次のように計算できる。すなわち、まず、

$$\left. \begin{aligned} 0.01 < f_i < \frac{C_3}{C_2} : \eta_b(t) &= \sum_{f_i=0.01}^{C_3/C_2} C_2 \cos(2\pi f_i t + \theta_i) \\ f_i > \frac{C_3}{C_2} : \eta_c(t) &= \sum_{f_i=C_3/C_2}^{f_u} C_3 f_i^{-1} \cos(2\pi f_i t + \theta_i) \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

を計算する。次に $\eta_b(t)$ と $\eta_c(t)$ の確率密度関数を正規分布から Gram-Charlier 分布に変換する。変換した値をそれぞれ $\eta'_b(t)$, $\eta'_c(t)$ と表す。最後にそれぞれに $\alpha_b H_a(t)$, $\alpha_c H_a(t)$ を掛けて季節による変化を考慮する。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} g_b(t) &= \alpha_b H_a(t) \eta'_b(t) \\ g_c(t) &= \alpha_c H_a(t) \eta'_c(t) \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

が求める乱数である。式 (3) で $H_{1/3}(t) < 0$ となる場合があるが、この場合は $H_{1/3}(t) = 0$ と近似する。式 (3) の右辺第 2 項の 3 つの成分波の位相差はほぼ 0 とみなしてよい。式 (4) 第 2 式の和の上限は周期が $1/f_u$ (day) までのゆらぎを考慮することを意味する ($f_u > C_3/C_2$)。式 (3) では 1 月 1 日に H_a のピークが現れることになるが、これは任意に変更が可能である。 θ_i は $0 \sim 2\pi$ の一様乱数であり、これを変化させることにより無限に多くのシミュレーションが可能である。

(2) 性能設計への応用例

ここで示したモデルの性能設計への利用は多様に可能であるが、ここでは 1 例として年間の高波浪の出現確率の計算に適用する場合について説明する。高波浪の目安

(閾値) を H_* とする。任意の日 t に H_* を超える波が出現する確率 P は次式で与えられる。

$$P = \iint_D p_b(x_b) p_c(x_c) dx_b dx_c \dots (6)$$

ここに D は

$$H_a + H_b + H_c \geq H_* \dots (7)$$

となる領域、 H_a は式 (3) の第 1 項、 $p_b(x_b)$, $p_c(x_c)$ はそれぞれ指定した日 t での H_b , H_c に対する Gram-Charlier 分布である。補修のために期間 L (日) が必要な場合、期間 (< 1 年) を通じて H_* を超える波が出現する日数の期待値は

$$M = \sum_{t=T_1}^{T_1+L} \left[\iint_D p_b(x_b) p_c(x_c) dx_b dx_c \right] \dots (8)$$

となる。補修計画は M が最小になるように開始日 T_1 を選ばばよい。

5. おわりに

日本海沿岸の 7 地点のデータを解析して波高統計について検討を行った。各地点の有義波高の時系列のスペクトルは共通して、(a) $f < 0.01 d^{-1}$, (b) $0.01 d^{-1} < f < 0.2 d^{-1}$ および (c) $f > 0.2 d^{-1}$ の 3 つの部分で異なる周波数特性を示した。このうち (a) の部分は年度による変化がほとんどないこと、(b) の部分の成分波の振幅はほぼ一定であること、(c) の部分の成分波の振幅は f^{-1} に比例すること、(b), (c) の時系列は Gram-Charlier 分布をすることなどが分かった。この研究ではこれらの平均的な特性をモデル化し、波候特性のシミュレーションができるようにし、最後に破損の補修期間の決め方への応用について説明した。

参考文献

広瀬宗一・高橋智晴 (1982) : 観測結果に基づく沿岸波浪の出現特性, 昭和 57 年度港湾技術研究所講演会講演集, 54p.
武者利光編 (1991) : ゆらぎの科学 1, 森北出版, 252p.
NOWPHAS : 港湾空湾技術研究所, リアルタイムナウファス
<http://www.mlit.go.jp/kowan/now-phas/index.html/>