

MPS法による固液間の相互作用を考慮した3次元流体-剛体連成解析

Development of 3D coupling model considered fluid-solid interaction by MPS method

小笠原敏記¹・菊地重友²・砂川透吾³・堺 茂樹⁴

Toshinori OGASAWARA, Shigetomo KIKUCHI, Togo SUNAGAWA and Shigeki SAKAI

We develop three-dimensional coupling model of fluid-rigid body interaction by MPS method. The model takes into consideration a force of fluid-solid interaction which used the pressure difference between particles. When the force of fluid particle is calculated using the gradient model of MPS method, the values of pressure of rigid particles are used. We verify that the fluid-solid interaction model makes the analysis of coupling simulation more accurate by comparing numerical results to theoretical values. Further we run experiments that measure pressure on a structure on an apron by generated solitary wave. Our numerical results are in good agreement with the experimental data. The coupling model will be possible to estimate the fluid force due to tsunami and storm surge for the structure considered as rigid body.

1. 緒言

2010年2月27日南米チリ沖で発生した地震に伴う津波では、Talcahuanoをはじめ海岸沿いのまちで家屋の大規模な破壊が見られた。津波の破壊力を再確認させ、わが国の津波対策の必要性を改めて認識させるものであった。

津波や高潮による氾濫流が陸上の構造物に及ぼす力を正しく評価することは、防災対策にとって非常に重要な課題であり、数値計算を用いてその評価をすることも有効な手段の一つと言える。近年では、粒子法を用いた流体-構造連成解析の開発が活発に行われている（陸田・土井，2006；五十里・後藤，2007）。粒子法の一つMPS法は、固液相の粒子を区別することなく、直接的に連成解析をすることができるが、剛体が流体から受ける力を正確に求めるには、流体と剛体の相互作用の計算が重要になる。これまでの計算手法では、外力項と粘性項を陽的に解いた速度と圧力項を陰的に解き圧力勾配の力による速度との速度変化を用いて相互作用を考慮し、その力を評価している（Carlsonら，2004；田中ら，2007）。

本研究では、着目粒子の圧力と着目粒子と異なる相の粒子の圧力を用いた固液間の相互作用モデルを提案し、変形の無視できるような物体を仮定した3次元流体-剛体連成解析を開発する。計算結果と理論値の比較を行い、固液間の相互作用モデルの導入により、計算精度が向上することを実証する。また、実験結果と比較検証することにより、本連成解析の実現象への適応性を検討する。

2. 流体-剛体連成解析

(1) MPS法の概要

粒子法の一つであるMPS法は、連続体の運動を有限個の粒子で表すラグランジュ的手法であり、粒子間相互作用モデルとして、勾配モデルおよびブラシアンモデルが用いられ、以下のように定式化される。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_j - \phi_i}{r_{ij}^2} \mathbf{x}_{ij} w_{ij} \right] \dots\dots\dots (1)$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} [(\phi_j - \phi_i) w_{ij}] \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 ϕ は任意の物理量、 d は次元数、 $\mathbf{x}_{ij}$ は粒子 i と j 間の相対位置ベクトル、 n^0 は基準粒子数密度、 λ は変数分布の分散を解析解と一致させるための係数である。また、 w_{ij} は重み関数であり、各モデルにおいて粒子間の相互作用の強さに重み付けを行う。重み関数を用いる際には規格化が必要であり、影響半径内の重み関数の和（粒子数密度）として求められる。

(2) 剛体の計算

剛体は変形のない物体であるため、個々の粒子の運動を考えるのではなく、粒子全体で一つの運動と見なして、並進運動および回転運動によって表現される。

時間 dt における剛体の重心位置 $\mathbf{x}$ の変化は、

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v} \dots\dots\dots (3)$$

と表される。ここで、 $\mathbf{v}$ は剛体の並進速度である。運動量および角運動量は、外力およびトルクが剛体に作用した場合に変化する。剛体のある点に外力 $\mathbf{F}$ が作用した場合、運動量 $\mathbf{P}$ および角運動量 $\mathbf{L}$ の変化は、

1 正会員 博(工) 岩手大学准教授工学部社会環境工学科
2 修(工) 仙台市役所
3 学生会員 岩手大学大学院工学研究科社会環境工学専攻
4 正会員 工博 岩手大学教授工学部社会環境工学科

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F} \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \boldsymbol{\tau} \dots\dots\dots (5)$$

と表される。ここで、 $\boldsymbol{\tau}$ はトルクであり、剛体の重心から外力 $\mathbf{F}$ の作用点までの相対位置ベクトルを $\mathbf{r}$ とすれば、

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \dots\dots\dots (6)$$

と表される。並進速度 $\mathbf{v}$ および角速度 $\boldsymbol{\omega}$ は、次の関係から求められる。

$$\mathbf{P} = M\mathbf{v} \dots\dots\dots (7)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 M は剛体の質量、 $\mathbf{I}$ は慣性テンソルである。角速度を求める場合、慣性テンソルの逆行列 $\mathbf{I}^{-1}$ が必要である。任意の時刻 t における慣性テンソル $\mathbf{I}(t)$ とその逆行列 $\mathbf{I}(t)^{-1}$ は、初期状態の慣性テンソルと回転行列より、

$$\mathbf{I}(t) = \mathbf{R}\mathbf{I}_0\mathbf{R}^T \dots\dots\dots (9)$$

$$\mathbf{I}(t)^{-1} = \mathbf{R}\mathbf{I}_0^{-1}\mathbf{R}^T \dots\dots\dots (10)$$

と表される。ここで、 $\mathbf{I}_0$ および $\mathbf{I}_0^{-1}$ は初期状態の慣性テンソルおよびその逆行列である。また、 $\mathbf{R}$ および $\mathbf{R}^T$ は回転行列およびその転置行列を表し、クォータニオン $\mathbf{q} = [s, v_x, v_y, v_z]$ を用いて変換される。その変数の更新は、

$$\mathbf{q}(t+dt) = d\mathbf{q} \cdot \mathbf{q}(t) \dots\dots\dots (11)$$

と計算される。ここで、 $d\mathbf{q}$ は時刻 t から時刻 $t+dt$ までの回転量を表し、回転軸 $\mathbf{a} = \boldsymbol{\omega}/|\boldsymbol{\omega}|$ と回転角 $\theta = |\boldsymbol{\omega}|dt$ より、

$$d\mathbf{q} = \left[\cos \frac{\theta}{2}, \mathbf{a} \sin \frac{\theta}{2} \right] \dots\dots\dots (12)$$

と表される。回転行列 $\mathbf{R}$ は、クォータニオン $\mathbf{q}$ から以下のように変換される。

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1-2v_y^2-2v_z^2 & 2v_xv_y-2sv_z & 2v_xv_z+2sv_y \\ 2v_xv_y+2sv_z & 1-2v_x^2-2v_z^2 & 2v_yv_z-2sv_x \\ 2v_xv_z-2sv_y & 2v_yv_z+2sv_x & 1-2v_x^2-2v_y^2 \end{pmatrix} \dots\dots (13)$$

(3) 固液間の相互作用

流体-剛体連成解析では、まず流体および剛体の全粒子を非圧縮流体として外力と粘性項を陽的に解き、その時点での粒子の仮速度を計算する。近傍粒子数 N_i を用いて表面判定条件 ($N_i < 0.8N_0$, N_0 : 基準近傍粒子数) を満たすような粒子を自由表面と判断し、非圧縮条件を満たすように圧力項を陰的に計算する。このとき、田中・益永ら (2008) の手法を参考に圧力のポアソン方程式のソース項には、粒子数密度が質量保存則を満たす Particle

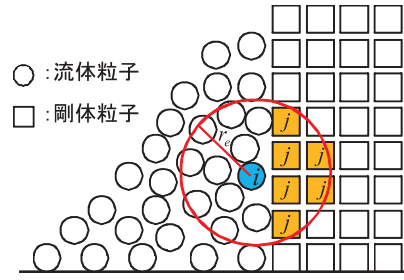


図-1 固液間力の相互作用項に用いる粒子 (着目粒子が流体の場合)

Number Density 条件と速度の発散がゼロである Divergence Free 条件の2つの成分を分解して与え、更に疑似圧縮性を考慮することによって、圧力振動の抑制を行っている。詳細は、小笠原ら (2009) を参照されたい。

流体と剛体の相互作用の計算には、これまで陽的計算で求めた剛体粒子の速度 $\mathbf{v}^{exp}$ と陰的計算で求めた圧力勾配項の力によるその速度 $\mathbf{v}^{imp}$ を用いることによって、剛体が流体から受ける力は、

$$\mathbf{F}_i^p = \sum_i m_i \frac{\mathbf{v}_i^{imp} - \mathbf{v}_i^{exp}}{\Delta t} \dots\dots\dots (14)$$

と求められる。なお、 m_i は剛体粒子の質量である。この力より剛体全体の速度変化を計算し、剛体粒子の相対位置の修正を行っている。本研究では、連成解析の精度向上のため、図-1に示すように着目粒子 i が流体の場合には剛体粒子 (剛体の場合には流体粒子) の圧力の作用を受けるものと考えて、N-S方程式中に固液間の相互作用項を付加した。その相互作用項 $\mathbf{F}_i^{fsp}$ は、

$$\mathbf{F}_i^{fsp} = -\frac{d}{C_n \rho_i n_0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{P_j - P_i}{r_{ij}^2} \mathbf{x}_{ij} w_{ij} \right] \dots\dots\dots (15)$$

と表される。ここで、 P_i は着目粒子の圧力、 P_j は着目粒子と異なる相の粒子の圧力である。また、 C_n は粒子数密度を補正するための係数であり、経験的に0.8とした。

さらに、計算処理の高速化のために、式 (1) および (2) の各粒子間相互作用モデルに関わらず、影響半径を粒子径の2.1倍とした。また、着目粒子の物理量を計算するためには、その影響半径内に存在する近傍粒子を探す必要がある。ボクセルと呼ばれる格子の構成要素を導入し、格子と粒子番号を関係付けることによって、近傍粒子の探索を効率的に行うことができるようにした。なお、ボクセルの一辺の長さは影響半径に設定した (越塚, 2008)。

3. 剛体計算の精度検証

ここでは、剛体の立方体に外力を作用させて、並進運

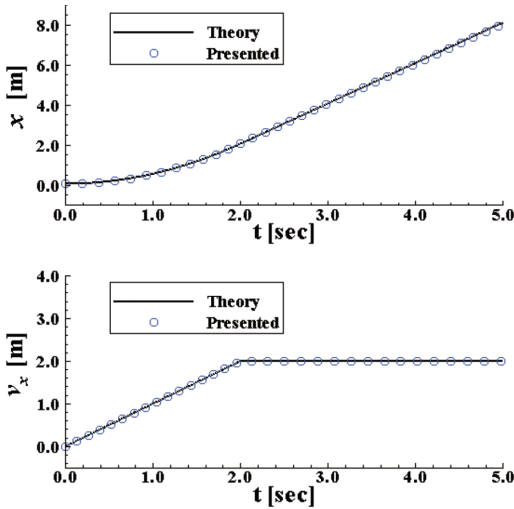


図-2 加速度 1.0m/s^2 を2秒間与えたときの剛体の並進運動における移動距離と速度について計算値と実験値の比較

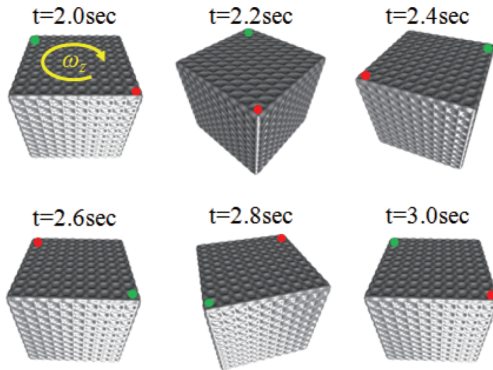


図-3 剛体が角速度 $2\pi\text{ rad/sec}$ で一回転する様子

動および回転運動が正確に行われることをその軌跡と速度より検証する．計算条件は、一辺 0.11m の剛体の立方体とし、その密度を 600kg/m^3 、粒子径を 0.01m および時間刻みを $1.0 \times 10^{-3}\text{sec}$ とする．

立方体の加速度が 1.0m/s^2 となるように x 軸正の方向から外力を2秒間作用させたとき、立方体の重心の移動距離と速度について、計算結果と理論値を比較したものが図-2である．なお、図中の丸印が計算値、実線が理論値を表す．立方体は時刻2秒まで等加速運動を行い、 2.0m の移動距離を示す．その後、 2.0m/sec の等速度運動に変わり、時刻5秒で 8.0m の移動距離となる．このとき、外力の作用していない y および z 方向には、立方体が全く運動していないことを確認している．

次に、外力として z 軸を中心に角速度 $\omega_z = 2\pi\text{ rad/sec}$ を2秒間作用させた後、立方体が等速回転運動になったときの斜め上方からの様子を回転途中の時刻2秒から0.2秒間隔で示したものが図-3である．角速度 ω_z は、立方体を1秒間で1回転させることから、立方体の上面右下角の赤

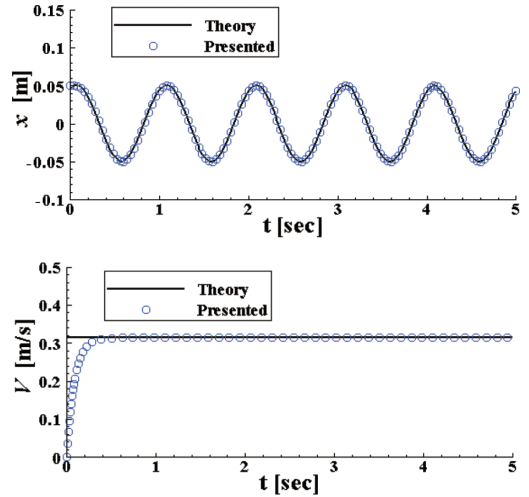


図-4 角速度 $2\pi\text{ rad/sec}$ を2秒間与えたときの剛体の回転運動における軌跡と速度について計算値と実験値の比較

丸が 0.2 秒ごとに 72 度回転し、 1 秒間で元の位置に戻る．このときの立方体の重心から $x = 0.05$, $y = z = 0.0\text{m}$ の位置における剛体粒子の x 方向の軌跡と速度を図-4に示す．静止している立方体を回転させるため、計算開始からしばらくの間は徐々に速度が上昇して行くが、 0.5 秒を経過すると等速運動になり、一定の速度で回転するようになる．また、その振幅は -0.05 から 0.05m と重心からの距離を保ちながら変形することなく回転していることがわかる．

以上より、並進運動および回転運動の計算値による各軌跡および速度は理論値と良く一致していることから、本手法による剛体の3次元計算の精度は保証されるものと言える．

4. 流体—剛体連成解析の精度計算

ここでは、新たに導入した固液間の相互作用を評価するため、密度の異なる剛体が流体に対してどの程度浮くのかを測定し、理論値との比較検討を行う．

一辺 0.41m の正方形断面の容器に、密度 $1,000\text{kg/m}^3$ の水を深さ 0.15m に保ち、その中に密度の異なる一辺 0.31m の正方形断面を持つ高さ 0.11m の剛体を水中に沈める．初期状態における剛体の重心位置は、容器底面から 0.11m であり、水面から出ている高さは 0.01m である．粒子径を流体と剛体に問わず全て 0.01m とし、時間間隔を $1.0 \times 10^{-3}\text{sec}$ に設定して、剛体の密度を 200kg/m^3 から 800kg/m^3 まで 200kg/m^3 おきに4種類の計算を行った．

図-5は、水中に沈めた密度 200kg/m^3 の剛体が浮力を受けて上昇する様子を 0.3 秒間隔で示したものである．剛体は浮力の作用を受けて上昇し、その後安定状態になる．

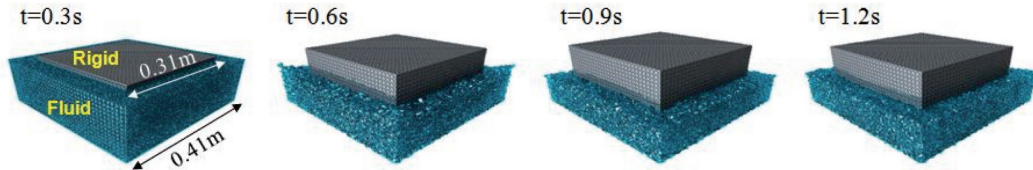


図-5 水中に沈めた密度 200kg/m^3 の正方形断面の剛体が浮力を受けて上昇する様子

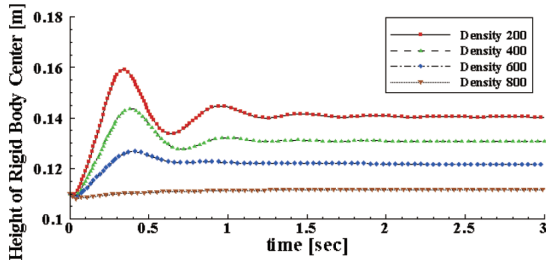


図-6 各密度における剛体の重心位置の時間変化

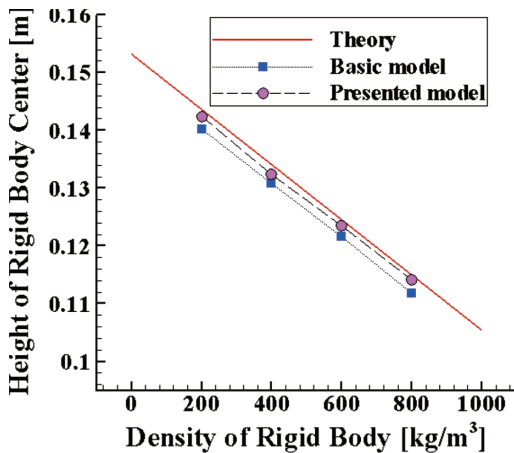


図-7 各剛体の密度と重心位置に関する計算値と理論値の比較

水面は剛体の上下運動に伴い変動することがわかる。図-6は、各密度における剛体の重心位置の時間変化を示す。計算開始直後では、密度が小さいくなるほど剛体は激しく振動しながら、その後、徐々に減衰して行く。また、何れの剛体においても、最終的に一定の高さに落ち着くようになる。そこで、各剛体の安定状態における重心位置を理論値と比較したものを図-7に示す。なお、実線は理論値、四角印は式(14)を用いた従来の計算結果、丸印は式(15)による固液間の相互作用を考慮した計算結果である。何れの剛体においても、剛体が流体から受ける力を速度変化から求める従来の手法に比べて、着目粒子と異なる相粒子の圧力値から求める本手法の方が理論値に近い値を示している。従来の手法では、理論値と3%程度の誤差の開きがあったが、本手法では最大でも2%以内の誤差に納めることが可能になる。なお、粒子径を0.5倍の $5.0 \times 10^{-3}\text{m}$ として粒子数による解像度の違い

についても検討したが、理論値との誤差はほとんど改善されなかった。

以上より、流体-剛体連成解析の精度向上に、固液間の相互作用項が十分に寄与しており、安定した連成解析が可能であると言える。ただし、式(15)中の係数 C_n の値については、最適な値であるのか様々な計算条件での検証が必要である。

5. 実験結果との比較

最後に、直立護岸上に設置した構造物に孤立波を入射させ、護岸上を遡上する波によって構造物が受ける圧力を計測し、実験データと計算結果との比較検証を行う。

実験は、一様な水深(=45cm)の造波水槽に造波板から14mの位置に高さ46cmの直立護岸を設置し、剛体と見なした矩形構造物をその上に固定した。矩形構造物は、高さ3.5cm、長さ5.0cmとし、幅を水路幅と同じ78cmとした。構造物前面に作用する圧力は、構造物底面から高さ1.0cmの位置に埋め込んだ圧力計(KYOWA, PGM-02KG)を用いてサンプリング周波数1,000Hzで計測した。さらに、造波板から2.0mの位置で入射波高 H を計測し、3.0, 3.9, 4.8cmの3通りとした。なお、図-8は造波水槽の概要を示す。一方、数値解析には、水槽左側にピストン式の造波境界を設置し、実験と同波高になるように稼動範囲と稼動時間を調節した。粒子径を0.01mとしたため、剛体、流体および壁に用いた全粒子数は127,208個となった。水の密度を $1,000\text{kg/m}^3$ 、剛体の密度を $2,300\text{kg/m}^3$ に設定した。壁面との境界面にはnon-slip条件を与え、時間刻みを $1.0 \times 10^{-3}\text{sec}$ とした。

図-9は、遡上する波によって構造物が受ける最大圧力について、計算値 P_{num} と実験値 P_{exp} を比較したものである。なお、各圧力値は0.05秒間の平均値を示す。計算値

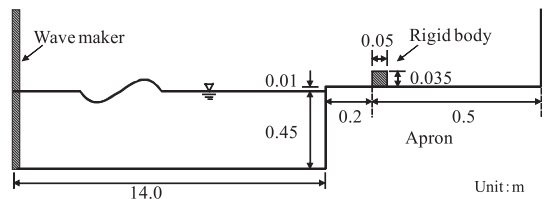


図-8 造波水槽および矩形構造物の諸量

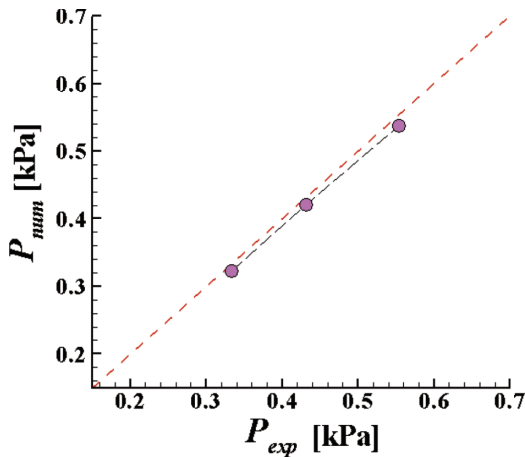


図-9 護岸上に設置した矩形構造物に作用する氾濫流の最大圧力に関する計算値と実験値の比較

は、実験値と同様に単調増加の傾向となり、実験値と十分な一致を示していることがわかる。図-10は、入射波高 $H = 4.8\text{cm}$ の波が直立護岸上に固定された構造物に衝突する様子を示す。図中の構造物下の凸部分は、剛体粒子を壁粒子の1層目に設定し、その下に三層の壁粒子を確保したためである。造波によって生成された波が直立護岸を乗り越えて遡上し、構造物に激しく衝突する。その後、流れが逆向きになり戻り流れが発生するようになることがわかる。

以上より、本連成解析モデルを用いて波が構造物に及ぼす力を評価することが可能と考えられる。今後の課題として、実際の氾濫流には多くの漂流物を含んでおり、それらが互いに衝突を繰り返しながら構造物にぶつかるため、剛体相互間の衝突応答力の検討が必要である。

6. 結語

本研究では、剛体が流体から受ける力を着目粒子とその粒子とは異相の粒子の圧力値を用いて、固液間の相互作用項として考慮した3次元流体-剛体連成解析の開発を行った。その結果、これまでの計算手法よりも剛体の運動を高精度に再現することが可能となり、連成解析の精度向上に固液間の相互作用項が十分に寄与していることを明らかにした。さらに、実験結果との比較検証により、津波や高潮による氾濫流が剛体と見なした構造物に及ぼす力を評価することが可能な連成解析モデルになり得ることを実証した。

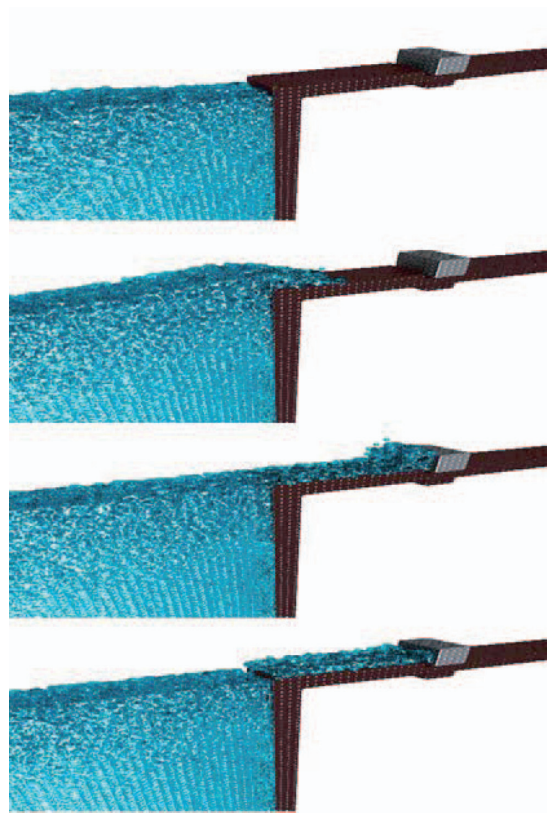


図-10 入射波高 $H = 4.8\text{cm}$ の孤立波が直立護岸を遡上し構造物に衝突する様子

謝辞：本研究は、科学研究費補助金若手（B）19710153による成果であることをここに付記する。

参考文献

- 五十里洋行・後藤仁志（2007）：津波氾濫による桁橋被災過程の数値シミュレーション，海岸工学論文集，第54巻，pp. 211-215.
- 小笠原敏記・菊地重友・堺 茂樹（2009）：MPS法による構造物に及ぼす流体の圧力振動の影響，海岸工学論文集，第56巻，pp.26-30.
- 越塚誠一（2008）：粒子法シミュレーション，培風館，49 p.
- 田中正幸・酒井幹夫・越塚誠一（2007）：粒子ベース剛体シミュレーションと流体との連成，Transactions of JSCES, No. 20070007.
- 田中正幸・益永孝幸（2008）：疑似圧縮性効果によるMPS法の安定化と圧力の平滑化，Transactions of JSCES, No. 20080025.
- 陸田秀実・土井康明（2006）：砕波による衝撃圧の直接推定と構造物の動的解析，土木学会論文集B, Vol.62 No. 3, pp. 224-237.
- Carlson, M., P. J. Mucha and G. Turk (2004) : Rigid Fluid: Animating the Interplay Between Rigid Bodies and Fluid, SIGGRAPH 2004, ACM Transactions on Graphics, 23, pp. 377-384.