

潜堤上における非線形内部波の伝播特性

Nonlinear Characteristics of Internal Waves Propagating over a Submerged Breakwater

柿沼太郎¹・山下 啓²・中山恵介³

Taro KAKINUMA, Kei YAMASHITA and Keisuke NAKAYAMA

Internal waves propagating over a submerged breakwater in a two-layer system are numerically simulated using a set of nonlinear internal-wave equations derived on the basis of a variational principle without any assumptions concerning wave nonlinearity and dispersion. When an internal-wave crest starts wave disintegration after passing over an offshore shoulder of submerged breakwater, both the horizontal velocity and dynamic pressure below the internal-wave crest show a remarkable distribution or a remarkable curvature of distribution in the vertical direction with wave dispersion. Over a submerged breakwater where the width of the breakwater crown is short or the lower-layer depth is deep over the breakwater crown, the crests of internal waves do not show wave disintegration.

1. 序論

内部波を解析するために、様々な非線形内部波方程式が提案されている。しかしながら、その多くは、導出時の仮定に伴い、流体層の層厚比や、各層における水深波長比、または、波高水深比に対して適用限界を有する。例えば、Choi・Camassa (1999) のように、方程式系の導出において摂動展開を用いる場合、摂動の核の設定に伴い、方程式系の適用対象が限られてくる。従って、潜堤やリーフ周辺といった、水深が場所的に大きく変化する水域における内部波の伝播特性に関しては、表面波に対する大山・灘岡 (1991) のような詳細な研究があまり進んでいない。内部波による物質輸送は、沿岸環境に影響を及ぼすが、その見積りのためには、内部波の変形・伝播特性を正確に把握しておく必要がある。

そこで、本研究では、潜堤上を伝播する内部波を対象とし、波の強非線形性及び強分散性を考慮した変分原理 (柿沼, 2001) から導出される非線形内部波方程式系を適用して、浅水変形や分裂を含む内部波の伝播特性について検討する。

2. 非線形内部波方程式系

上・下面が固定水平板と接する2層流体の、非回転運動を対象とする。流体は、非粘性かつ非圧縮性であると仮定する。上層及び下層をそれぞれ第1層及び第2層と呼び、両層の流体が互いに混合しないとする。

第*i*層の速度ポテンシャル $\phi_i(x, z, t)$ を次式のように*N*

個のべき関数の重み付き級数に展開する。

$$\phi_i(x, z, t) = \sum_{\alpha=0}^{N-1} \{f_{i,\alpha}(x, t) \cdot z^\alpha\} \dots\dots\dots (1)$$

変分法 (柿沼, 2001) を適用して、各層に対する次のような非線形内部波方程式系を得る。

[第1層]

$$\eta^\alpha \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla (\eta^{\alpha+\beta+1} \nabla f_{1,\beta}) - \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta - 1} \eta^{\alpha+\beta-1} f_{1,\beta} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\eta^\beta \frac{\partial f_{1,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta^{\beta+\gamma} \nabla f_{1,\beta} \nabla f_{1,\gamma} + \frac{\beta\gamma}{2} \eta^{\beta+\gamma-2} f_{1,\beta} f_{1,\gamma} + g\eta + \frac{p_1}{\rho_1} = 0 \dots\dots (3)$$

[第2層]

$$\eta^\alpha \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla \{ (\eta^{\alpha+\beta+1} - b^{\alpha+\beta+1}) \nabla f_{2,\beta} \} - \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta - 1} (\eta^{\alpha+\beta-1} - b^{\alpha+\beta-1}) f_{2,\beta} = 0 \dots (4)$$

$$\eta^\beta \frac{\partial f_{2,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta^{\beta+\gamma} \nabla f_{2,\beta} \nabla f_{2,\gamma} + \frac{\beta\gamma}{2} \eta^{\beta+\gamma-2} f_{2,\beta} f_{2,\gamma} + g\eta + \frac{p_1 + (\rho_2 - \rho_1)gh_1}{\rho_2} = 0 \dots (5)$$

ここで、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ であり、 $\eta(x, t)$ 、 $p_1(x, t)$ 、 $h_1(x)$ 及び ρ_i は、それぞれ、界面変動、界面における圧力、第*i*層の静水深及び第*i*層の密度である。

式 (2) ~ (5) は、Nakayama・Kakinuma (2009) に類似の陰解法を用いた差分法により解く。

1 正会員 博(工) 鹿児島大学大学院准教授 理工学研究科 海洋土木工学専攻
2 学生会員 鹿児島大学大学院 理工学研究科 海洋土木工学専攻
3 正会員 博(工) 北見工業大学教授 社会環境工学科

3. 数値解析の諸条件

鉛直断面内の運動を対象とする．計算対象領域の側方を完全反射境界とする．潜堤のない水域の全水深を0.3mとし，上・下層の流体の密度比を $\rho_2/\rho_1=1.019$ とする．また，速度ポテンシャルの展開項数を $N=3$ とする．

数値解析の初期条件として，図-1のように，一部が半波長の正弦波形の初期界面を静水状態に与える．正弦波形の半波長及び振幅は，それぞれ，1.0m及び0.05mとする．そして，初期状態より生じた，谷や峰を含む内部波が，図-1 (a) ~ (d) の4種類の潜堤に伝播する様子をシミュレートする．潜堤の斜面勾配は，いずれも等しい．

計算格子間隔及び計算時間間隔は，それぞれ， $\Delta x=0.01\text{m}$ 及び $\Delta t=0.005\text{s}$ とする．なお，本論文では，谷（内部波の主波）の直後に位置する峰を第1峰と呼び，主として，第1峰近傍における現象に着目する．

4. 天端長が長い潜堤上を伝播する内部波

図-1 (a) に示す，天端の十分に長い潜堤に，内部波が伝播する場合を対象とする．

第1峰が，潜堤肩が位置する $x=6.0\text{m}$ の地点を時刻 $t=47.0\text{s}$ に通過した後の，各時刻における界面形を図-2に示す．潜堤斜面上で，浅水変形に伴う谷の後傾化が見られる．

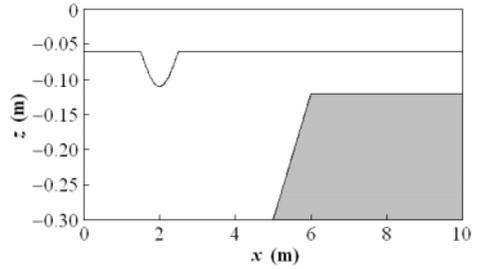
第1峰が潜堤天端上の $x=6.5\text{m}$ の地点を時刻 $t=52.8\text{s}$ に通過するとき，峰の分裂が始まる．図-2では， $t=68.0\text{s}$ における内部界面に対して，この分裂によって生じた峰が矢印で指し示されている．

第1峰が各地点を通過するときの，第1峰下方における第2層内の水平方向流速 $u_{2,\text{crest}}$ を図-3に示す．第1峰が潜堤天端上の $x=6.5\text{m}$ の地点を通過するとき， $u_{2,\text{crest}}$ が顕著な鉛直分布を有することがわかる．そして，これと同時に，図-4に示すように，第1峰下方における第2層内の動圧の鉛直分布が湾曲し始める．動圧 p_{crest} は，界面の上下動を考慮した静水圧からの変動分とする．

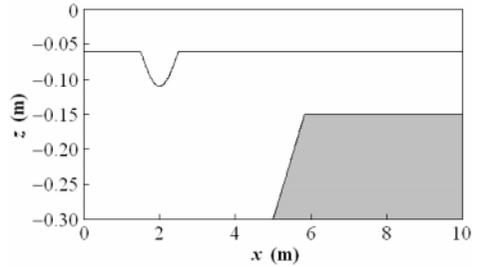
なお，潜堤肩が位置する $x=6.0\text{m}$ の地点を第1峰が通過するとき，水平方向流速 $u_{2,\text{crest}}$ の鉛直分布に，他の地点における $u_{2,\text{crest}}$ と逆の曲率が現れている．

図-5に，潜堤法面の開始地点と中間地点，潜堤肩が位置する地点及び潜堤天端上の地点における，第2層内の速度ポテンシャルを表わす級数の重み係数の時間変化を示す．特に，潜堤天端上で，速度ポテンシャルの z^2 に関する展開項の重み係数 $f_{2,2}$ の寄与率が增大している．この重み係数 $f_{2,2}$ は，水平方向流速の鉛直分布の湾曲の程度と，鉛直方向流速の鉛直分布の程度に關与する．

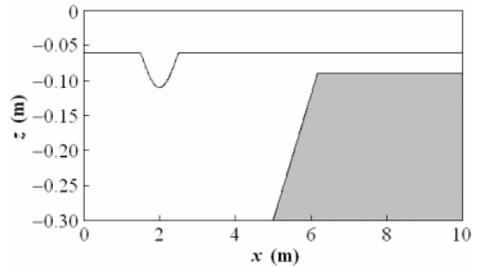
以上のように，ここで対象としている条件においては，潜堤天端上の $x=6.5\text{m}$ の地点付近を第1峰が通過した後，



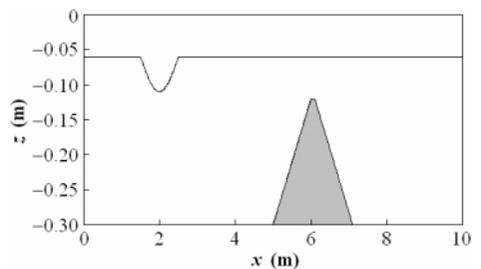
(a) 天端長が長い潜堤



(b) 天端長が長く天端上水深が深い潜堤



(c) 天端長が長く天端上水深が浅い潜堤



(d) 天端長が短い潜堤

図-1 潜堤と初期界面形

$u_{2,\text{crest}}$ が比較的大きな鉛直分布を有する．この現象は，この地点以後，計算対象時間内では，内部波の波速が水深のみに規定されないということを意味している．すなわち，内部波が，波速の異なる成分波に分かれ得るのである．従って，こうした潜堤上を通過する内部波の解析には，内部波の分散性を十分に考慮できない非線形内部波

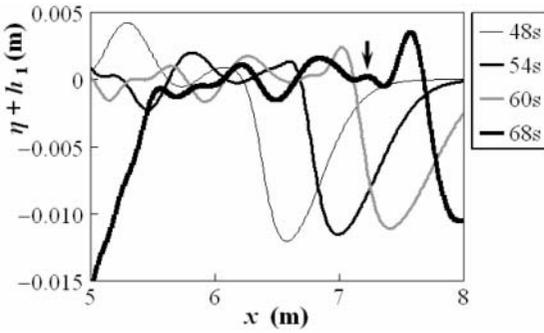


図-2 内部波が図-1 (a) の潜堤上を伝播する際の各時刻における内部界面形

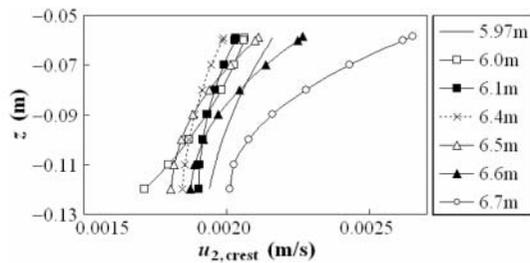


図-3 第1峰が図-1 (a) の潜堤上の各地点を通過するときの第1峰下方における第2層内の水平方向流速

方程式, または, 内部波の浅水方程式は, 適さない.

また, 峰の分裂発生後, 第1峰が潜堤天端上を通過する際, 水平方向流速 $u_{2,crest}$ 及び動圧の鉛直分布が, 次第に大きな湾曲を示すようになる. これは, 潜堤天端上の, 相対的に浅い, すなわち, 波高・水深比の大きな水域内の伝播に伴い, 波の非線形性の影響が増大するためである.

5. 天端長が長く天端上水深が深い潜堤上を伝播する内部波

図-1 (b) に示す, 天端長が十分長く, 天端上水深が比較的深い潜堤に, 内部波が伝播する場合を対象とする.

第1峰が, 潜堤肩が位置する $x=5.83m$ の地点を時刻 $t=45.0s$ に通過した後の, 各時刻における界面形を図-6 に示す. また, 第1峰が各地点を通過するとき, 第1峰下方における第2層内の水平方向流速 $u_{2,crest}$ 及び動圧をそれぞれ図-7 及び 8 に示す.

天端長が十分に長くても, 天端高が $0.15m$ と低い場合, $u_{2,crest}$ には, 図-7 のように, 顕著な鉛直分布が現れない. すなわち, この場合の内部波は, 分散的でなく, 図-6 よりわかる通り, 第1峰において分裂が生じない.

なお, 第1峰が潜堤天端上の水域内を伝播する際, 波の非線形性の影響が大きくなり, 第1峰下方における第2

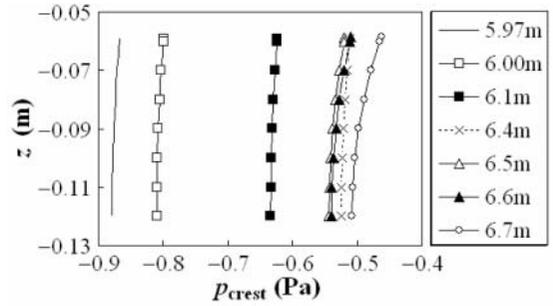


図-4 第1峰が図-1 (a) の潜堤上の各地点を通過するときの第1峰下方における第2層内の動圧

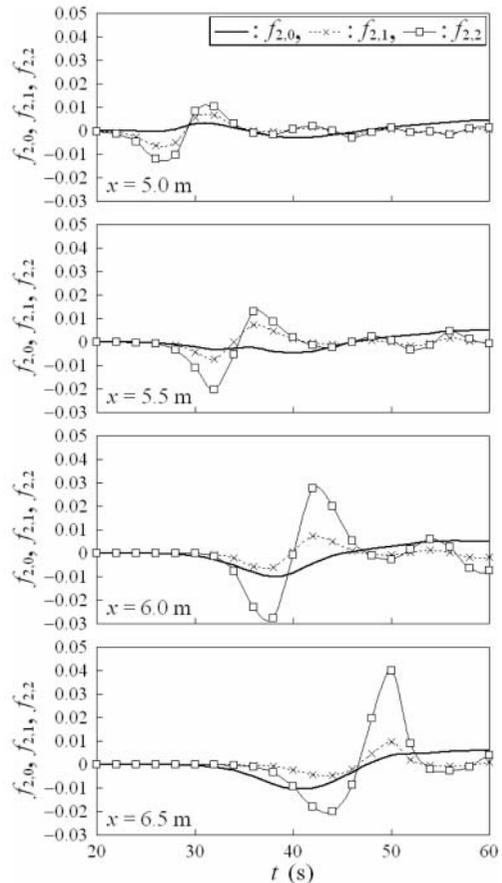


図-5 第2層内の速度ポテンシャルを表す級数の重み係数の各地点における時間変化

層内の動圧の鉛直分布が, 図-8 のように徐々に大きな湾曲を示すようになる.

6. 天端長が長く天端上水深が浅い潜堤上を伝播する内部波

図-1 (c) に示す, 天端長が十分長く, 天端上水深が比

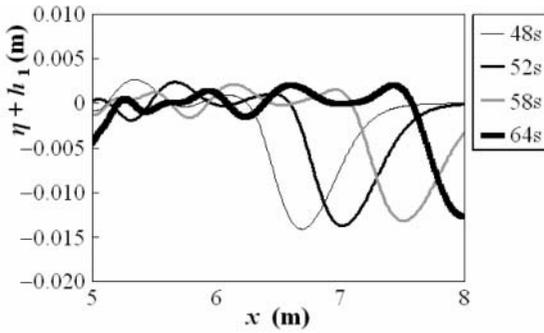


図-6 内部波が図-1 (b) の潜堤上を伝播する場合の各時刻における内部界面形

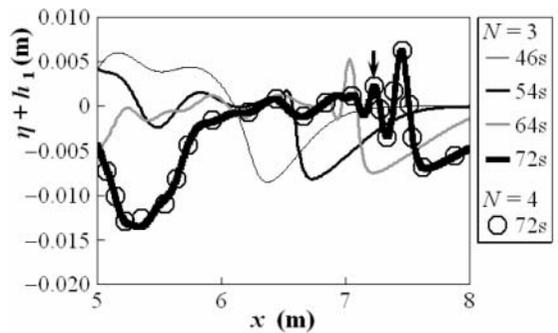


図-9 内部波が図-1 (c) の潜堤上を伝播する場合の各時刻における内部界面形 (○:N=4, t=72s; それ以外:N=3)

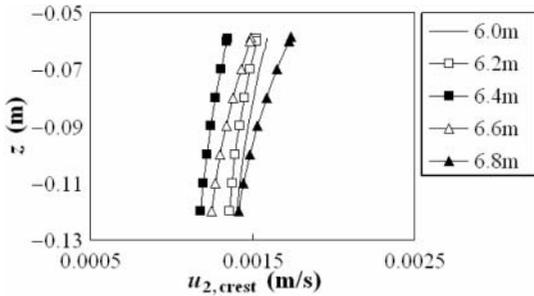


図-7 第1峰が図-1 (b) の潜堤上の各地点を通過するときの第1峰下方における第2層内の水平方向流速

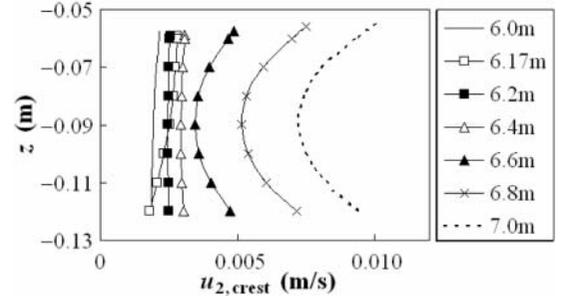


図-10 第1峰が図-1 (c) の潜堤上の各地点を通過するときの第1峰下方における第2層内の水平方向流速

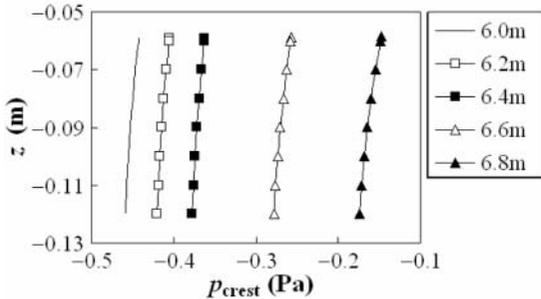


図-8 第1峰が図-1 (b) の潜堤上の各地点を通過するときの第1峰下方における第2層内の動圧

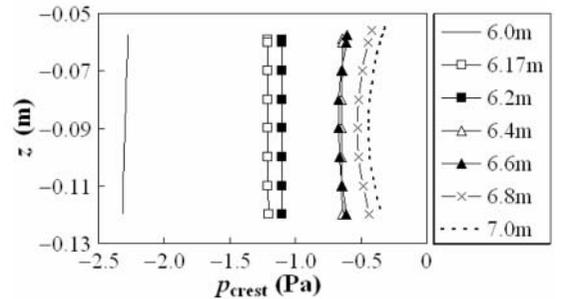


図-11 第1峰が図-1 (c) の潜堤上の各地点を通過するときの第1峰下方における第2層内の動圧

較的浅い潜堤に、内部波が伝播する場合を対象とする。

第1峰は、潜堤肩が位置する $x=6.17\text{m}$ の地点を時刻 $t \approx 49.4\text{s}$ に通過する。各時刻における界面形を図-9に示す。プロットは、速度ポテンシャルの展開項数を $N=4$ とした場合であり、 $N=3$ の場合と殆ど差異がない。

また、第1峰が各地点を通過するときの、第1峰下方における第2層内の水平方向流速 $u_{2,\text{crest}}$ 及び動圧をそれぞれ図-10及び11に示す。

第1峰が潜堤天端上の $x=6.6\text{m}$ の地点を時刻 $t \approx 55.4\text{s}$ に通過するとき、この峰下方の水平方向流速 $u_{2,\text{crest}}$ の鉛直分布が顕著な湾曲を示す。そして、これと同時に、この峰

下方の動圧の鉛直分布が湾曲し始める。この場合、第1峰が潜堤天端上の $x=6.6\text{m}$ の地点を通過するとき、この峰の分裂が始まる。図-9では、 $t=72.0\text{s}$ における内部界面に対して、この分裂によって生じた峰が矢印で指し示されている。

分裂後の第1峰下方における水平方向流速 $u_{2,\text{crest}}$ の鉛直分布は、図-3の場合、大きな勾配を有するが、図-10の場合には、第1峰が $x=6.6 \sim 7.0\text{m}$ の各地点を通過するとき、鉛直分布の湾曲の曲率が大きいものの、第2層の上・下端における流速に大きな違いが見られない。

なお、この場合も、内部波が図-1 (a) の潜堤上を伝播

する場合と同様、潜堤肩が位置する $x=6.17\text{m}$ の地点を第1峰が通過するとき、この峰下方における水平方向流速 $u_{2,\text{crest}}$ の鉛直分布に、他の地点における $u_{2,\text{crest}}$ と逆の曲率が現れている。

7. 天端長が短い潜堤上を伝播する内部波

図-1 (d) に示す、天端長が短い潜堤に、内部波が伝播する場合を対象とする。

第1峰が、潜堤沖側肩が位置する $x=6.0\text{m}$ の地点を時刻 $t=47.0\text{s}$ に通過した後の、各時刻における界面形を図-12に示す。潜堤岸側肩は、 $x=6.1\text{m}$ の地点に位置する。

第1峰が各地点を通過するとき、第1峰下方における第2層内の水平方向流速 $u_{2,\text{crest}}$ 及び動圧をそれぞれ図-13及び14に示す。潜堤肩が位置する $x=6.0$ 及び 6.1m の地点を第1峰が通過するとき $u_{2,\text{crest}}$ の鉛直分布に、他の地点における $u_{2,\text{crest}}$ と逆の曲率が現れており、これは、図-3及び10の場合に第1峰が潜堤沖側肩を通過するときと類似している。そして、潜堤天端上で $u_{2,\text{crest}}$ の鉛直分布が図-3の場合と同程度の勾配を示す。しかしながら、内部波は、その後、第2層の水深が大きな水域を伝播するため、 $u_{2,\text{crest}}$ の鉛直分布の勾配及び曲率の両者の増加が抑制され、峰の分裂が進行しない。この場合、第1峰下方における動圧の鉛直分布は、ほぼ一様な状態が維持されている。

8. 結論

内部波の強非線形性及び強分散性を考慮した非線形内部波方程式系を適用し、差分法を用いた数値計算を行ない、潜堤上を伝播する内部波の伝播特性に関して調べた。対象とした潜堤に伝播する内部波の数値解析により得られた結論は、次の通りである。

- 1) 天端上の下層水深が浅い場合、内部波の峰が潜堤肩を通過するとき、その下方の水平方向流速の鉛直分布が、他の地点と逆の値を示す。
- 2) 内部波の峰の分裂は、天端長が十分長い場合に発生し得る。
- 3) 天端上の下層水深が浅い場合、内部波の峰下方の水平方向流速 $u_{2,\text{crest}}$ が顕著な鉛直分布を有するとき、または、天端上の下層水深が更に浅い場合、 $u_{2,\text{crest}}$ が顕著な曲率の鉛直分布を有するとき、その峰が分裂を開始し、このとき、峰下方の動圧が鉛直分布を示す。
- 4) 下層水深が相対的に浅い天端上では、内部波の伝播に伴い、計算対象時間内において、波の非線形性により峰の波高が次第に増加し、この峰下方の水平方向流速 $u_{2,\text{crest}}$ の鉛直分布が次第に大きな湾曲を示すようになった。

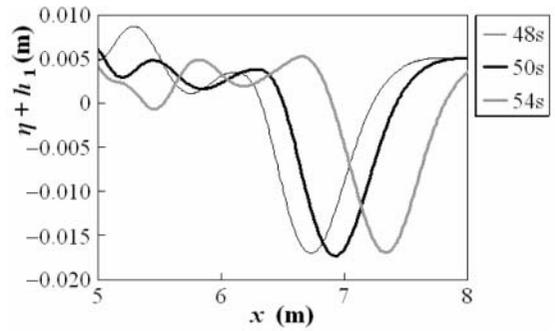


図-12 内部波が図-1 (d) の潜堤上を伝播する場合の各時刻における内部界面形

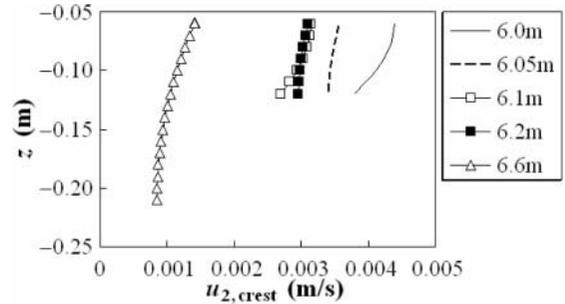


図-13 第1峰が図-1 (d) の潜堤上の各地点を通過するときの第1峰下方における第2層内の水平方向流速

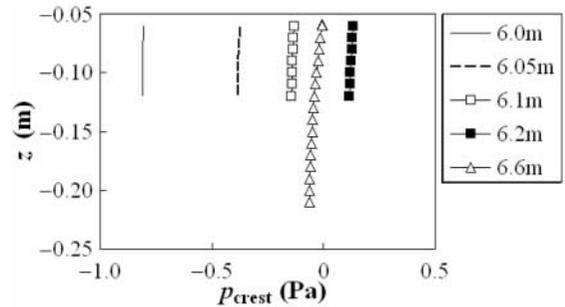


図-14 第1峰が図-1 (d) の潜堤上の各地点を通過するときの第1峰下方における第2層内の動圧

参考文献

- 大山 巧・灘岡和夫 (1991): 数値波動水槽を用いた潜堤による波の分裂現象の解析, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 16-20.
- 柿沼太郎 (2001): 透水性海浜における内部波の挙動の数値計算, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 146-150.
- Choi, W. and R. Camassa (1999): Fully nonlinear internal waves in a two-fluid system, *J. Fluid Mech.*, Vol. 396, pp. 1-36.
- Nakayama, K. and T. Kakinuma (2009): Internal waves in a two-layer system using fully nonlinear internal-wave equations, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*. (in print)