

Lagrange粒子付Euler型スキームによる流体構造連成解析法の適用性

Application to Fluid-Structure Interaction using Eulerian scheme with Lagrangian Particles

陸田秀実¹・栗原健浩²・黒川剛幸³・川上健太⁴・土井康明⁵

Hidemi MUTSUDA, Takehiro KURIHARA, Takayuki KUROKAWA, Kenta KAWAKAMI and Yasuaki DOI

We have developed a new numerical scheme that combines a Eulerian scheme with Lagrangian particles to compute fluid-structure interaction caused by impact pressure. The proposed numerical model was applied to several problems such as water entry problems with splashing in 2D and 3D, impact pressure problems caused by breaking and interaction between an elastic structure and water wave. The present model can reproduce not only impact pressure acting on a vertical wall but also deformation, vibration, stress and strain. We validated an internal strain field of structure due to wave force by using a piezoelectric sensor. We showed the flexible sensor developed is useful to measure an internal stain and solid deformation.

1. 緒論

海岸・海洋工学分野において、砕波後の流体现象を数値シミュレーションするための自由表面計算法は、条件付ではあるものの、ある程度の精度で計算可能となりつつある。しかしながら、砕波と構造物が相互作用するような実務の問題に対しては、計算力学的な課題が数多く残されている。例えば、流体と構造物の連成問題を計算力学的に取り扱う場合、Lagrange表記が一般的である構造物（弾塑性）の解析法とEuler表記が一般的である流体の解析法をどのように融合・整合させるかが重要となり、様々な計算技法が提案されている（例えば、李ら、2007；牛島ら、2007；Antociら、2007）。しなしながら、波による構造物の変形・運動・破壊現象を直接的・統一的に取り扱う決定的な計算法は、未だ提案されていないのが現状である。

このような背景から、著者ら（2008）は、衝撃圧による固体流体連成問題に対する数値計算法として、Lagrange粒子付Euler型スキームを提案・開発した。この方法は、格子上に自由表面粒子とSPH粒子という2種類のLagrange粒子を複数配置することによって、格子解像以下の移動境界面を高精度に追跡するとともに、密度関数の移流誤差を修正する点に大きな特徴を有している。これによって、Euler型解法とLagrange型解法のメリットを生かしつつ、固気液界面の数値拡散や圧力解の不安定性を抑制す

ることが可能である。事実、弾性体の変形・応力分布、振動挙動等において実験結果と良好な一致を示した。

このような背景を踏まえ、本研究は、より実用的な応用問題への適用を念頭に、弾性体・流体のみならず塑性体・流体の相互作用も対象とした計算法へと拡張し、ロバスト性と拡張性に優れた流体・構造連成解析法の開発を行う。また、剛体運動、衝撃砕波圧、構造物の弾性変形について定量的な精度検証を行う。さらに、構造物内部の歪み量については、内部歪みセンサーをオリジナル開発し、定量的な精度検証を試みる。

2. 数値計算法

(1) 計算法の概要とその特徴

本研究で用いる計算手法は、自由水面情報を保持するMarker粒子を用いたEuler型気液界面追跡スキームに、粒子法（SPH法）に基づく大変形構造解析手法を組み込んだ「Lagrange粒子付Euler型スキーム」（陸田ら、2006, 2007, 2008）を基本としており、いわゆる、格子・粒子ハイブリッド型計算法と位置づけることができる。この方法では、固気液3相の移動境界面を高精度に追跡するために、密度関数 ϕ_l ($0 \leq \phi_l \leq 1$) の移流計算だけでなく、これとは別にLagrange粒子（自由表面粒子とSPH粒子）を新たに配置する。これらLagrange粒子によって、格子サイズ以下の界面情報を保持するとともに、粒子配置から密度関数を修正することで、固気液3相の移動境界面の追跡精度を大幅に高めることができる。図-1は本手法の概念図である。自由表面粒子と呼ばれるMarker粒子を自由表面近傍にのみ配置する一方で、構造物はSPH粒子で表現される。これらLagrange粒子の効果によって、Euler型スキームの欠点となる相体積誤差を大幅に低減させることが可能であり、計算の安定化を図ることが出来る。

1	正会員	博 (工)	広島大学 准教授 大学院工学研究科 社会環境システム専攻
2		修 (工)	American Bureau of Shipping
3	学生会員		広島大学大学院 工学研究科 社会環境システム専攻
4			広島大学大学院 工学研究科 社会環境システム専攻
5	正会員	工博	広島大学 教授 大学院工学研究科 社会環境システム専攻

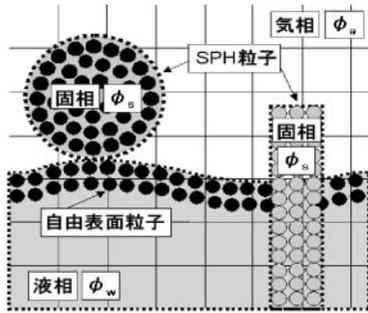


図-1 本計算手法の概念図

(2) 支配方程式と流体構造連成法

a) 固相領域

固相の方程式は、以下の連続の式と運動方程式であり、全て SPH法による離散化を行う。

$$\frac{D\rho}{dt} + \rho \frac{\partial u^i}{\partial x^i} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{du^i}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{ij}}{\partial x^j} + g^i + F_{fsi}^i \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 ρ は密度、 u^i は速度、 x^i は位置ベクトルの*j*方向成分、 σ^{ij} は固体・流体の応力テンソル、 F_{fsi} は固体・流体相互作用項である。固体領域の計算をする場合、式 (2) に示す固体の応力テンソル σ_s^{ij} は、以下の通りである。

$$\sigma_s^{ij} = -P\delta^{ij} + S^{ij} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 S^{ij} は偏差応力成分、 $P = -\sigma_{kk}/3$ である。弾塑性体が大変形する場合、物体形状が時々刻々変化することを考慮した取り扱いが必要であるため、以下の増分型弾塑性構成式を用いる。

$$\{dS^{ij}\} = [D^{ep}]\{d\varepsilon^{ij}\} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 D^{ep} は弾塑性マトリックスであり、弾性マトリックス $[D^e]$ と塑性マトリックス $[D^p]$ で構成される。 $d\varepsilon^{ij}$ はひずみの時間増分、 dS^{ij} は偏差応力の時間増分であり、変形時の固相の回転運動を考慮するために Jaumann 速度を用いる。なお、本研究では、Grayら (2001) の提案した人工応力項を導入するとともに、Mises の降伏条件を用いる。さらに、構造物の3次元運動に対してはクォータニオン表記を用いた。

b) 流体領域

支配方程式は以下に示す質量保存式、非圧縮粘性 Navier-Stokes 方程式、*I*相の密度関数 ϕ_I ($0 \leq \phi_I \leq 1$) の移流方程式とした。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + g_i - F_{fsi} \dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial \phi_I}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi_I}{\partial x_j} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

ここで、*I*相とは、気相 (*I* = 1)、液相 (*I* = 2)、固相 (*I* = 3) を意味し、 g_i は重力加速度項、 F_{fsi} は相互作用項であり、 ϕ_I は各相の密度関数である。これらの支配方程式の解法には time splitting 法を用いる。その際、以下のポアソン方程式を解いて得られた固相領域の圧力値 *P* を前述の固体解析において利用する。

$$\nabla \cdot \left(\frac{\nabla P^{n+1}}{\rho^*} \right) = \frac{\nabla \cdot u^*}{\Delta t} \dots\dots\dots (8)$$

c) 流体構造連成法

支配方程式は前述の通り連続体の質量保存式と運動方程式であるが、応力テンソルは、各計算点に定義された密度関数によって判定された相に応じて切り替えることで、全相の統一的・直接的な連成計算を行っている。

また、式 (2)、(6) にある相互作用項 F_{fsi} は、固気液3相の圧力を、固体粒子上の圧力へ内挿補間し、以下の式により求めることにする。

$$F_{fsi}(r_a) = -\frac{1}{\rho(r_a)} \sum_b m_b \frac{P(r_b)}{\rho(r_b)} \nabla_a \cdot W(r_a - r_b, h) \dots\dots (9)$$

ここで、 m_b は質量、 ρ は密度、*r*は粒子半径、*W*は影響半径 *h* を従属変数とする Kernel 関数であり3次スプラインで表記される。また、偏差応力の項はそれぞれ固相粒子のみの足し合わせで評価する。なお、固体-流体連成問題を取り扱うために、流体領域と固体領域の時間刻みを変える必要がある。ここでは、下式に示すように、流体ルーチン1回に付き、固体ルーチンは *N* 回ステップ行うことにした。

$$\Delta t_f = N \times \Delta t_s \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 Δt_f は流体ルーチンの時間刻み、 Δt_s は固体ルーチンの時間刻みを表す。

(3) Lagrange 粒子の追跡・再分配と密度関数の修正

気液界面に配置された自由表面粒子の加速度、速度、位置は4次精度 Runge-Kutta 法によって毎時刻決定される。また、自由表面の滑らかさおよび複雑さに合わせて、自由表面粒子の追加・削減を行うと同時に、それらの再配置を行い、計算の効率化・安定化と自由表面の追跡精度の向上を図っている。さらに、本論文では、修正後の格子の密度関数 ϕ'_I は、影響半径 *h* 内に含まれる粒子の密度関数 ϕ_p を用いて下式で評価する。

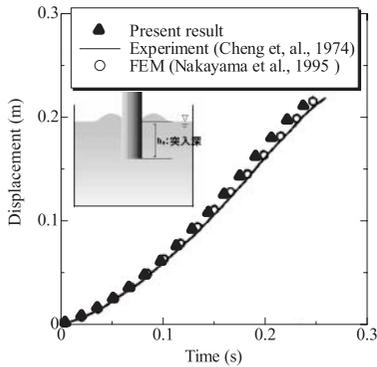


図-2 矩形物体の突入深の比較 (初速度30cm/sec, その後, Freemotion)

$$\phi'_I = \max \left(\phi_I, \sum_{j=1}^N \phi_p \frac{m_p}{\rho_p} W_p(|x_g - x_p|, h) \right) \dots \dots (11)$$

ここで、 ϕ_I は格子上に定義された密度関数、 ϕ_p はLagrange粒子の保持する密度関数、 m_p / ρ_p は粒子体積、 W_p はKernel関数 (3次スプライン)、 h は影響半径、 N は半径 h 内の粒子数、 x_g と x_p はそれぞれ格子座標および粒子座標を示す。

3. 数値計算結果

(1) 水面突入問題への適用性

まず始めに、2次元矩形物体 (幅7.6cm, 高さ25.4cm, 重さ153g) の水面突入問題 (突入速度30cm/s) への適用性について検証を行う。2次元物体は約3000個のSPH粒子で構成するとともに、自由表面粒子は2500個配置した。なお、いずれの粒子も半径1.25mmとし、格子サイズは5mmとした。図-2は物体の突入深さの時間的変化について、中山ら (1995) およびChengら (1974) の結果と比較検証したものである。また、図-3は3次元円柱 (直径3cm, 高さ6cm, 密度740kg/m³) の水面突入問題 (静水面上20cmの高さから自由落下) について、高速ビデオカメラ (500fps) によって物体挙動を撮影し、水面突入時および突入後のスナップショットを比較したものである。なお、試行回数は5回とした。また、図-4はこの時の突入深さの時間的変化について比較検証したものである。3次元物体は約650個のSPH粒子で構成し、自由表面粒子は12万個配置した。なお、いずれも半径2.5mm, 格子サイズは1cmとした。さらに、図-5は円柱 (直径10cm) の水面突入問題 (落下高さ50cm) に適用し、水面突入時の水面形状を比較検証したものである。円柱は約6100個のSPH粒子で構成し、自由表面粒子は約1万個配置した。なお、いずれも粒子半径約1mmとした。その他、詳しい実験条件は、Greenhow (1983) 及びSunら (2006) を参照されたい。これらの図から、物体運動および水面突入

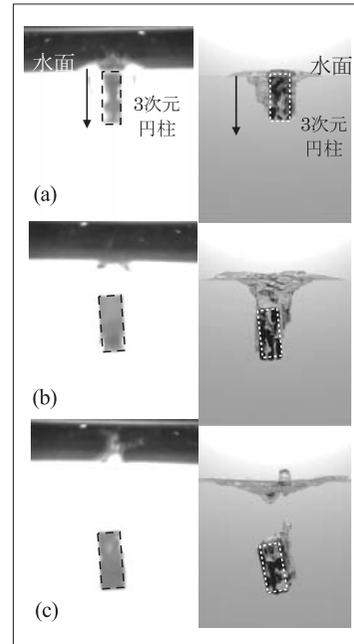


図-3 大規模封入空気を伴う3次元円柱物体の水面突入現象 (自由落下) の様子 (左図: 実験, 右図: 本計算)

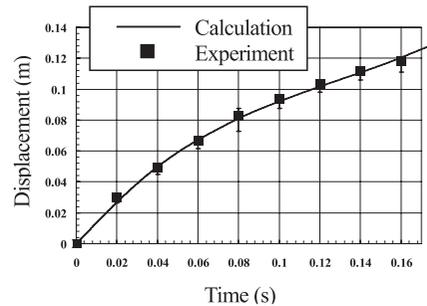


図-4 3次元円柱の突入深の比較 (自由落下)

時の水面形状について、本計算結果は実験および他の計算結果と非常に良く一致していることが分かる。

(2) 衝撃圧問題への適用性

図-6はスロッシングタンク内において発生したFlip-through現象について、壁面衝突時の波形変化を比較検証したものである。なお、図中のマス目は5mmである。自由表面粒子は半径0.25mmで約2万個配置し、格子サイズは1mmとした。図-7は壁面6測点に発生したWagner型衝撃圧の時系列変化を比較検証したものである。なお、上図が実験結果 (Lugniら, 2006), 下図が本数値計算結果である。図-8は壁面に作用する最大衝撃圧の鉛直分布について比較検証したものである。なお、ピーク値付近の測点において実験値にバラツキが生じていることを断っておく。以上の図から、微小気泡を伴うFlip-through現象によって発生するWagner型衝撃圧を精度良く再現できて

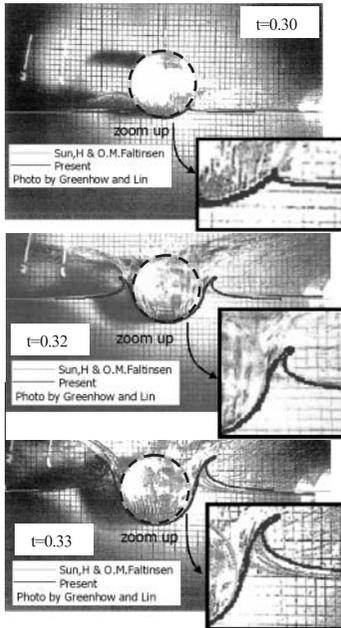


図-5 円柱突入時のスプラッシュ波形の比較

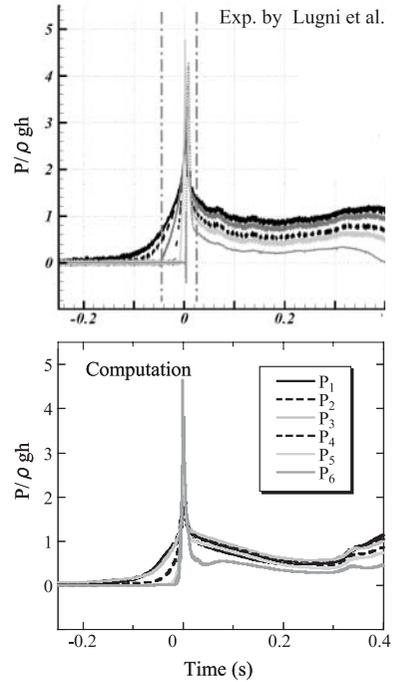


図-7 Wagner型衝撃圧の時系列変化の比較
(上図：実験結果 (Lugniら, 2009), 下図：計算結果)

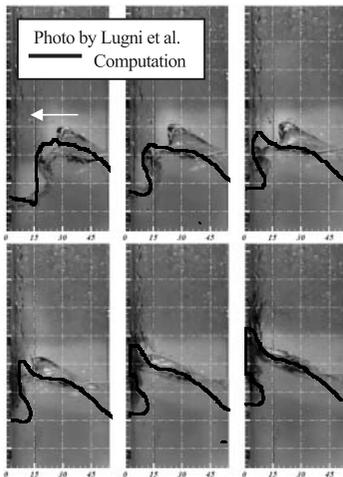


図-6 Flip through現象における壁面衝突時の波形比較

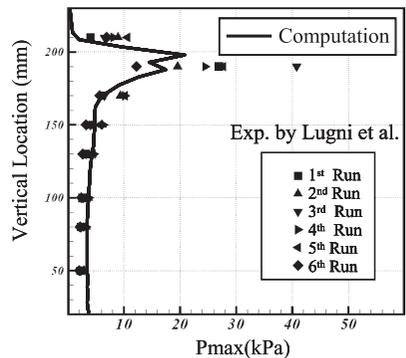


図-8 側壁に作用する最大衝撃圧の鉛直分布の比較
(プロット：Lugniら (2006) の実験結果 (6回))

いることが分かる。なお、図-6におけるジェット先端の微小な水面形の差異は、奥行き方向の3次元不安定と考えられる。

(3) 弾性体内部歪み量の精度検証

本節では、構造物内部の歪み量について定量的な検証を行う。ここでは、表面歪み量のみならず、内部歪み量を計測するために、圧電フィルム、シリコンシート・天然ゴムから構成された積層型の弾性圧電歪みセンサーを自作した(陸田ら, 2009)。図-9は規則波中(波高8cm)に弾性体を直立に設置させた場合(下端固定, 上端自由)の変形の様子を示したものである。また、同時刻にお

る内部歪み量の空間分布は図-10に示す通りである。さらに、図-11は内部歪み量(電圧換算値)の時系列変化について比較検証したものである。ここで、実線は高速ビデオ映像から得られた画像をPTV解析し、内部歪み量を算出したものである。また、▲は弾性体歪みセンサーより直接計測された内部歪み量、○は本計算結果である。図より、本計算結果は、画像解析および弾性体歪みセンサー値と非常に良く一致しており、本計算法の内部歪みの計算精度は非常に高いことが分かる。これまで内部歪み量の計測自体が困難であったため、その定量的評価はほとんどされていなかったが、この弾性圧電歪みセンサ

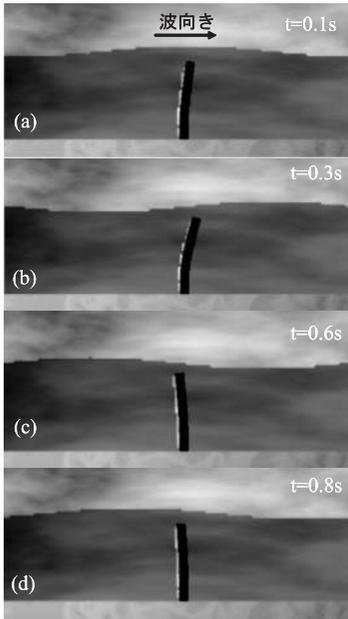


図-9 波と弾性体の相互作用シミュレーション結果

一を用いれば計測が可能であり、今後の精度検証に有用であることが分かった。

4. 結論

本研究ではLagrange粒子付Euler型スキームによる構造流体連成解析法を開発し、その適用性を検証した。その結果、物体の運動軌跡、衝撃圧、構造体の変形・歪み計算において、実験結果と定量的な一致が確認できた。特に、独自製作した内部歪みセンサーを用いて構造体内部の歪み量の定量的な精度比較が出来たことは意義深い。

謝辞：本研究は科学研究費補助金（課題番号20760330）の助成を受けた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 牛島 省・福谷 彰・牧野統師・瀬津家久 (2007) : 3次元流体中を運動する接触と変形を考慮した任意形状固体モデルの数値解法, 応用力学論文集, Vol.10, pp.139-146.
- 中山 司・森 峰男 (1995) : 剛体着水現象の数値解析のためのマーカー粒子法を併用した有限要素法, 日本機械学会論文集, B編, Vol.61, 583.
- 陸田秀実・土井康明 (2006) : 砕波による衝撃圧の直接推定と構造物の動的解析, 土木学会論文集, B編, Vol.62, No.3, pp.224-237.
- 陸田秀実 (2007) : Particle CIP法による水面衝撃問題の数値解析, 応用力学論文集, Vol.10, pp.121-130.
- 陸田秀実・新蔵慶昭・土井康明 (2008) : Lagrange粒子付Euler型スキームを用いた衝撃圧による構造物の動的応答解析, 日本船舶海洋工学論文集, 第8号, pp.195-203.
- 陸田秀実・川上健太・黒川剛幸・土井康明・田中義和 (2009) : 弾性圧電デバイスを用いた波エネルギー利用技

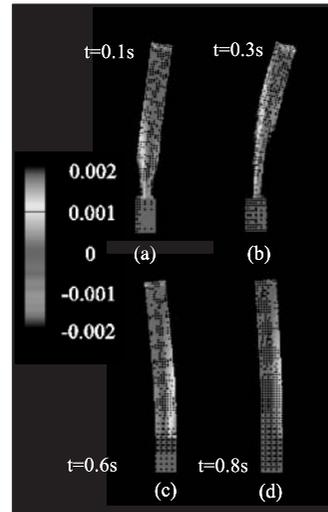


図-10 弾性体の内部歪みの分布 (図-9の時刻に対応)

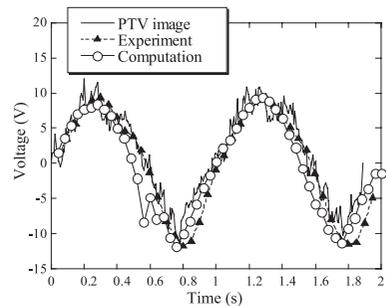


図-11 内部歪みの時系列変化の比較 (実線：PTV解析, ▲：実験, ○：計算)

術の開発, 海岸工学論文集, 第56巻, 印刷中。

- 李 光浩, 水谷法美 (2007) : Immersed Boundary法による数値波動水槽の構築とその応用に関する研究, 海岸工学論文集, 第54巻, pp.821-825.
- Antoci, C., M. Gallati and S. Sibilla (2007) : Numerical simulation of fluid-structure interaction by SPH, Computers and Structures, 85, pp.879-890.
- Cheng, R. Y. -K. and Leland, T. J. W. (1974) : Numerical Methods in Fluid Dynamics (Brebbia, C. A. and Connor, J. J., eds.), 272, Pentech Press, London.
- Changhong Hu, Odd Faltinsen and Masashi Kashiwagi (2005) : 3-D Numerical Simulation of Freely Moving Floating Body by CIP Method, Proc. 15th International Offshore and Polar Engineering Conference, Vol. 4, pp.674-679.
- Gray, J. P., J. J. Monaghan and R. P. Swift (2001) : SPH elastic dynamics, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 190, pp.6641-6662.
- Greenhow, M. and Lin W.M., Nonlinear free surface effects (1983) : experiments and theory, Report No.83-19, Dept. of Ocean Engineering, MIT.
- Lugni, C., M.Brocchini and O.M.Faltinsen (2006) : Wave impact loads : The role of the flip-through, Phys. Fluids, Vol.18, 122101, DOI:10.1063/1.2399077.
- Sun Hui and Faltinsen O. M. (2006) : Water impact of horizontal circular cylinder and cylindrical shells, Applied Ocean Res., Vol.28, pp.299-311.