

斜面崩壊誘発型津波の数値解析のための流体-弾塑性体 ハイブリッド粒子法の開発

Development of Fluid-Elastoplastic Hybrid Particle Method for Tsunami Simulation due to Slope Failure

五十里洋行¹・後藤仁志²・吉年英文³

Hiroyuki IKARI, Hitoshi GOTOH and Hidefumi YODOSHI

In order to simulate an occurrence process of tsunami induced by a slope failure due to an earthquake, it is required to treat an elastoplastic analysis for slope failure, fluid analysis and fluid-elastoplastic interaction in the numerical model. Therefore, in this study, by using the particle method which is suitable for an analysis on large deformation of soil and complicated water surface change, the fluid-elastoplastic hybrid model is developed to simulate a complicated process of a slope failure induced tsunami. In this model, an elastoplastic analysis including large deformation of soil and a fluid analysis are unified.

1. はじめに

1791年に発生した雲仙眉山崩壊のような斜面崩壊誘発型の津波は、発生頻度こそ少ないものの甚大な被害を及ぼす。この種の現象を対象とした数値解析に関する研究は、近年では例えば、今村ら(2001)および細山田ら(2006)が浅水流方程式に基づく多層モデルを用いて、また、後藤ら(2003a, 2003b)が固液混相流型粒子法を用いて行っているが、いずれも土石流の水面への突入から津波の発生までを解析対象としたものであり、地震等の外力の作用による崩壊土砂の発生を扱った例はない。しかし、斜面崩壊誘発型の津波の発生過程を適切に予測するには、崩壊土量の適切な予測もまた重要である。

土石流発生からの一連の現象を解析するためには、①すべり面の推定のための地盤内応力解析、②崩壊発生過程での土塊相互作用解析、③崩壊土砂の水面突入解析(水・土砂の複雑界面の追跡)の3者に対して対応可能な数値モデルが要求される。言い換えると、弾塑性体・塑性体・粒状体のフェイズシフトおよび粒状体と流体の相互作用の両方に対応できる数値モデルが必要となるが、これらを統一して表現できる数値モデルには例がない。そこで、本研究では、大変形問題と複雑界面追跡に優れた粒子法によって流体-弾塑性体ハイブリッドモデルを構築して、斜面崩壊誘発型津波のシミュレーションを実施する。

2. 数値解析の概要

(1) 流体解析

流体解析には、MPS法(Koshizukaら, 1995)を用いる。流体粒子の運動方程式は、Navier-Stokes式

$$\rho_i \frac{D\mathbf{u}_i}{Dt} = -\nabla p_i + \mu_i \nabla^2 \mathbf{u}_i + \mathbf{f}_{isp} + \rho_i \mathbf{g} \quad \dots\dots\dots (1)$$

である。ここに、 \mathbf{u} : 流速ベクトル、 p : 圧力、 ρ : 密度、 \mathbf{g} : 重力加速度ベクトル、 μ : 粘性係数、 \mathbf{f}_{isp} : 流体-弾塑性体間相互作用力ベクトルである。添字 l は、流体を表す。MPS法では、基礎式の各項は、粒子間相互作用モデルを通じて離散化され、圧力項におけるgradientおよび粘性項におけるLaplacianは以下のように記述される。

$$\langle \nabla p \rangle_i = \frac{D_0}{n_0 \lambda} \sum_{j=1} \left\{ \frac{p_j - p_i}{|\mathbf{r}_{ij}|} w(|\mathbf{r}_{ij}|) \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2D_0}{n_0 \lambda} \sum_{j=1} (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) w(|\mathbf{r}_{ij}|) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\lambda = \sum_{j=1} w(|\mathbf{r}_{ij}|) |\mathbf{r}_{ij}|^2 / \sum_{j=1} w(|\mathbf{r}_{ij}|) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 D_0 : 次元数、 \mathbf{r}_i : 粒子 i の位置ベクトル、 λ : モデル定数である。粒子間相互作用の及ぶ範囲(影響円)は、重み関数

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_c}{r} - 1 & \text{for } r \leq r_c \\ 0 & \text{for } r > r_c \end{cases} \quad \dots\dots\dots (6)$$

によって制限され、粒子数密度は重み関数を用いて

$$n_i = \sum_{j=1} w(|\mathbf{r}_{ij}|) \quad \dots\dots\dots (7)$$

と定義される。非圧縮条件は、粒子数密度を常に一定値

1 正会員 博(工) 京都大学助教工学研究科都市環境工学専攻
 2 正会員 博(工) 京都大学教授工学研究科都市環境工学専攻
 3 学生会員 京都大学工学研究科都市環境工学専攻

n_0 に保つことによって満足される (越塚, 2005).

(2) 地盤弾塑性解析

a) 運動方程式

本研究では, FEM等を用いて行われる一般的な地盤解析と同様に地盤を弾塑性体と仮定し, 土粒子の運動追跡には, 五十里・後藤 (2008) の弾塑性モデルを適用する. 以下にその概要を記述する.

土粒子の運動方程式は,

$$\rho_s \frac{D\mathbf{u}_s}{Dt} = \delta(\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}) + \rho_s \mathbf{g} + \mathbf{f}_{colp} - \mathbf{f}_{bp} \dots\dots\dots (8)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda^e \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \mathbf{I} + 2\mu^e \boldsymbol{\varepsilon}^e \dots\dots\dots (9)$$

$$\lambda^e = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} ; \mu^e = \frac{E}{2(1+\nu)} \dots\dots\dots (10)$$

と表される. ここに, δ : 土粒子間の接続状態に関するデルタ関数, \mathbf{f}_{colp} : 弾性接続状態にない土粒子間が接触したときに生じる衝突力ベクトル, $\boldsymbol{\sigma}$: 応力テンソル, $\boldsymbol{\varepsilon}^e$: 弾性ひずみテンソル, $\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e)$: 体積ひずみ, \mathbf{I} : 単位テンソル, λ^e, μ^e : ラメの定数, E : 弾性定数, ν : ポアソン比である. 土粒子は, 初期状態においては連続体の一部と見なし, 影響半径 $r_{es} (=2.9d_0$ (d_0 : 粒子径)) 以内の他の土粒子と弾塑性モデルによる粒子間相互作用計算を行う ($\delta=1$). ただし, 後述する粒子間の接続が切断された場合, あるいは元は影響範囲内にない土粒子間が新たに接触した場合には, 個別要素法と同様のパネーダッシュポットモデルによって反発力 \mathbf{f}_{colp} を計算する ($\delta=0$). 初期に接続状態にあったすべての粒子との接続が切断されて完全に孤立すると, DEM-MPS法 (後藤ら, 2003b) と同様の扱いとなる.

b) 弾性計算

地盤は, 降伏条件を満足するまでは, 弾性体として挙動する. 本研究で用いた弾性体モデルは宋ら (2005) と同様のものである.

粒子 i の体積ひずみは,

$$\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e)_i = \frac{D_0}{n_0} \sum_{j=1}^{N_{cont}} \frac{\mathbf{s}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}^0| |\mathbf{r}_{ij}|} w(|\mathbf{r}_{ij}^0|) \dots\dots\dots (11)$$

$$\mathbf{r}_{ij}^0 = \mathbf{r}_i^0 - \mathbf{r}_j^0 \dots\dots\dots (12)$$

と書ける. ここに, \mathbf{s}_{ij} : 粒子 i, j 間の相対変位ベクトル, \mathbf{r}_i^0 : 粒子 i の初期位置ベクトル, N_{cont} : 接続粒子数である. 相対変位ベクトルは,

$$\mathbf{s}_{ij} = \mathbf{r}_{ij} - \mathbf{R}(\theta_{ij}) \mathbf{r}_{ij}^0 \dots\dots\dots (13)$$

$$\mathbf{R}(\theta_{ij}) = \begin{bmatrix} \cos\theta_{ij} & -\sin\theta_{ij} \\ \sin\theta_{ij} & \cos\theta_{ij} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

$$\theta_{ij} = \frac{\theta_i + \theta_j}{2} \dots\dots\dots (15)$$

と記述され (ここに, θ_i : 粒子 i の回転角), 剛体回転成分が除去される. 式 (11) を式 (9) の右辺第1項に代入

して発散をとれば,

$$\lambda^e \nabla \cdot (\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e)) \mathbf{I} = \lambda^e \frac{D_0}{n_0} \sum_{j=1}^{N_{cont}} \frac{(\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \mathbf{I} + \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \mathbf{I}) \cdot \mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}^0| |\mathbf{r}_{ij}|} w(|\mathbf{r}_{ij}^0|) \dots\dots (16)$$

となる.

ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}_i^e$ は, 剛体回転成分を除去すれば,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^e = \nabla \mathbf{s}^e \dots\dots\dots (17)$$

と書けるので (ここに, \mathbf{s}^e : 相対変位ベクトルの弾性成分), 式 (9) の右辺第2項の発散をとると,

$$2\mu^e \boldsymbol{\varepsilon}_i^e = 2\mu^e \langle \nabla^2 \mathbf{s}^e \rangle_i = 2\mu^e \frac{2D_0}{n_0} \sum_{j=1}^{N_{cont}} \frac{\mathbf{s}_{ij}^0}{|\mathbf{r}_{ij}^0|^3} w(|\mathbf{r}_{ij}^0|) \dots\dots (18)$$

となり, 式 (3) と同様にLaplacianモデルが適用される.

粒子間にせん断応力が作用するとトルクが発生する. これは, 離散化に起因する数値的エラーに相当し, これを放置すれば角運動量が保存されない. そこで, このトルクを相殺するように粒子に回転の自由度を与える.

$$I_m \frac{\partial \omega_i}{\partial t} = I_m \frac{\partial \omega_j}{\partial t} = -\frac{1}{2} T_{ij} \dots\dots\dots (19)$$

$$T_{ij} = -R(\theta_{ij}) \mathbf{r}_{ij}^0 \times \mathbf{F}_{ij} \dots\dots\dots (20)$$

$$\mathbf{F}_{ij} = 2\mu \frac{m}{\rho} \frac{2D_0}{n_0} \frac{\mathbf{s}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}^0|} w(|\mathbf{r}_{ij}^0|) \dots\dots\dots (21)$$

ここに, I_m : 慣性モーメント, T_{ij} : 粒子 i, j 間に生じるトルク, m : 粒子1個の質量である. 粒子の回転角は, 式 (19) によって得た角加速度を時間積分して求める.

c) 塑性計算

塑性計算は, 一般的な地盤弾塑性解析で用いられる考え方に準じて行う (例えば, 地盤工学会, 2003).

ひずみテンソルは, 非対角成分に同じ値が入るので, ベクトル形式で記述すると,

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}\}^T = \left[-\frac{\partial s_x}{\partial x} \quad -\frac{\partial s_y}{\partial y} \quad -\frac{\partial s_x}{\partial x} - \frac{\partial s_y}{\partial y} \right]^T \dots\dots\dots (22)$$

と書ける (ここに, γ_{xy} : 工学ひずみ). これに勾配モデルを適用すると,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \frac{D_0}{n_0} \sum_{j=1}^{N_{cont}} \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} w(|\mathbf{r}_{ij}^0|) \dots\dots\dots (23)$$

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}\} = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{S_{ijx} X_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}^0| |\mathbf{r}_{ij}|} \\ -\frac{S_{ijy} Y_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}^0| |\mathbf{r}_{ij}|} \\ -\frac{S_{ijx} Y_{ij} + S_{ijy} X_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}^0| |\mathbf{r}_{ij}|} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

となる. ここで, ひずみ増分 $d\boldsymbol{\varepsilon}$ は, 弾性ひずみ増分 $d\boldsymbol{\varepsilon}^e$ と塑性ひずみ増分 $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$ の和で表されるとする.

$$\{d\boldsymbol{\varepsilon}\} = \{d\boldsymbol{\varepsilon}^e\} + \{d\boldsymbol{\varepsilon}^p\} \dots\dots\dots (25)$$

式 (9) は, 式 (22) を用いると,

$$\{d\boldsymbol{\sigma}\} = [D^*] \{d\boldsymbol{\varepsilon}^e\} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & 2\mu & 0 \\ 2\mu & \lambda + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_x^e \\ d\varepsilon_y^e \\ d\gamma_{xy}^e \end{Bmatrix} \dots\dots (26)$$

と書ける. ここに, $[D^*]$: 弾性マトリクスである.

塑性ひずみ増分は, 応力のスカラー関数である塑性ポテンシャル $\psi(\sigma)$ が存在すると仮定する流れ則

$$\{d\epsilon^e\} = d\Lambda \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial \sigma} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

に従う. ここに, $d\Lambda$: 正のスカラー量である. $d\Lambda$ は, コンシステンシー条件

$$df_y = \left\{ \frac{\partial f_y}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\sigma\} = 0 \dots\dots\dots (28)$$

を用いて求められる. ここに, f_y : 降伏関数である. 上式は, 地盤を弾完全塑性体 (降伏後も降伏曲面が変化しない) として, 降伏曲面上では降伏関数の全微分が0であることから得られる. 式 (28) に式 (25) ~ 式 (27) を代入すると $d\Lambda$ が求まる.

$$d\Lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial f_y}{\partial \sigma} \right\}^T [D^*] \{d\epsilon\}}{\left\{ \frac{\partial f_y}{\partial \sigma} \right\}^T [D^*] \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial \sigma} \right\}} \dots\dots\dots (29)$$

これを用いて塑性ひずみを得る.

本研究では, 降伏関数としてDrucker-Prager式

$$f_y(\sigma) = -\alpha I_1 + \sqrt{J_2} - \kappa \dots\dots\dots (30)$$

を用いた (ここに, I_1 : 応力の第1不変量, J_2 : 偏差応力の第2不変量). 本研究では, 平面ひずみ条件下 (奥行き方向に一様であることを仮定) での計算を行うので,

$$\alpha = \frac{\tan\phi}{\sqrt{9+12\tan^2\phi}} ; \kappa = \frac{3c}{\sqrt{9+12\tan^2\phi}} \dots\dots\dots (31)$$

となる (ここに, ϕ : 内部摩擦角, c : 粘着力). また, 塑性ポテンシャル関数には, 関連流れ則を適用して,

$$\psi(\sigma) = f_y(\sigma) \dots\dots\dots (32)$$

とした.

d) 粒子間接続の切断

土塊が分裂するような大変形に対応するためには, 初期に連続体の一部であった粒子間の接続を計算途中で切断する必要がある. 本研究では, 切断条件として塑性ひずみの第2不変量

$$J_{2s}^e = \frac{1}{2} \{ -(\text{tr}(\epsilon_s^e))^2 + \text{tr}((\epsilon_s^e)^2) \} \dots\dots\dots (33)$$

を用い,

$$\text{if } (J_{2s}^e > \beta_s) \text{ then } \delta = 0 \dots\dots\dots (34)$$

とした. ここに, β_s : チューニングパラメータ (= 0.5×10^{-6} , 次章に示す計算で地盤が自立高さを満足するように決定) である.

(3) 流体と弾塑性体との連成

本モデルの時間積分は, 流体計算には半陰解法を, 弾塑性計算には陽解法を適用している. 後藤ら (2003b) と同様に計算時間間隔の調整が必要である. 本研究では, 弾塑性計算の計算時間間隔を流体計算の1/100に設定した.

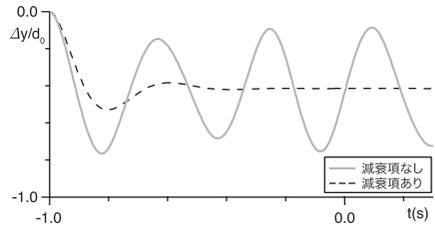


図-1 土塊重心の高さ方向の変位の一例

流体-弾塑性体間の相互作用力は, 流体計算の圧力項と粘性項から計算する.

$$f_{sp} = -\nabla p_s + \mu_s \nabla^2 u_s \dots\dots\dots (35)$$

流体計算段階では, 弾塑性体を壁粒子として扱い, 弾塑性計算段階では, 流体計算段階時に得た f_{sp} を外力として土粒子に与える.

3. 鉛直斜面地盤の崩壊過程

(1) 計算条件

本章では, 鉛直斜面地盤の崩壊計算を実施し, 本モデルの再現性について検討する. 用いた土質パラメータは, $\rho_s=1850\text{kg/m}^3$, $E=5.0 \times 10^6\text{kN/m}^2$, $c=10\text{kN/m}^2$, $\nu=0.35$ である. 内部摩擦角は, $\phi=10^\circ$ および 30° で計算し, 粒子径は 0.05m とした. すべての土粒子において応力ゼロから計算を始めるので, 重力の作用によって土塊には弾性振動が発生し, 応力分布が一定とならず, 現実に即さない. そこで, 本研究では, 弾性振動を抑制するためにひずみ速度に比例する減衰項

$$\sigma = \lambda \text{tr}(\epsilon^e + c_a \frac{d\epsilon^e}{dt}) I + 2\mu^e (\epsilon^e + c_a \frac{d\epsilon^e}{dt}) \dots\dots\dots (36)$$

を導入する. ここに, c_a : 減衰係数 (=0.04) である. 本研究では, 振動の振幅が $0.001d_0$ を下回った時間を 0.0s とし, それまでは降伏判定を行わない. 逆に, 0.0s 以降は $c_a=0.0$ (すなわち式 (9)) として計算を行う. 図-1に, 土塊の重心の高さ方向の変位を時系列で示す. 減衰項を導入しない場合は図に示すように振動が持続する.

粒子配置は, 通常の格子状配列ではなく, 最密に配置する. これは, 孤立粒子となった土粒子が最密に近い状態で堆積するので, 局所的に粒子数密度が増加し, 流体計算が不安定になることを避けるためである.

(2) 土塊の崩落

図-2に, $\phi=10^\circ$ の場合の瞬間図および垂直応力分布の濃淡図を示す. 円弧状にすべり面が形成され, 斜面がすべり面に沿って崩落する. このとき, すべり面下部において大きな応力が発生する. 崩落土塊は, 全土粒子が完全に孤立することはなく, 一部は土塊状態 (連続体としての接続) を保持したままである. すべり面から十分離れた地盤内部 (分布図の右側) では, 斜面の崩落前後を

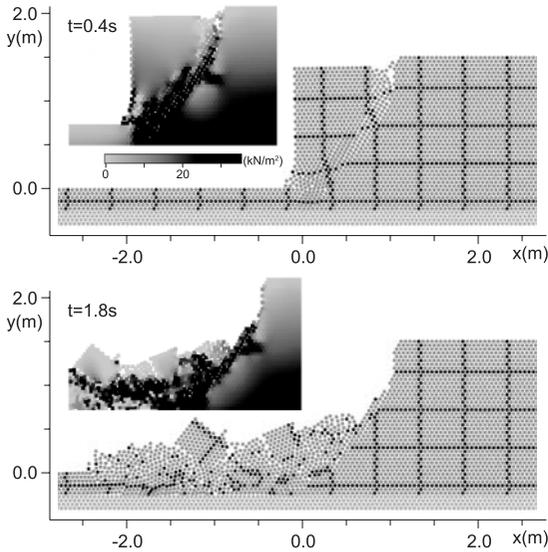


図-2 鉛直斜面地盤の崩壊 ($\phi=10^\circ$)

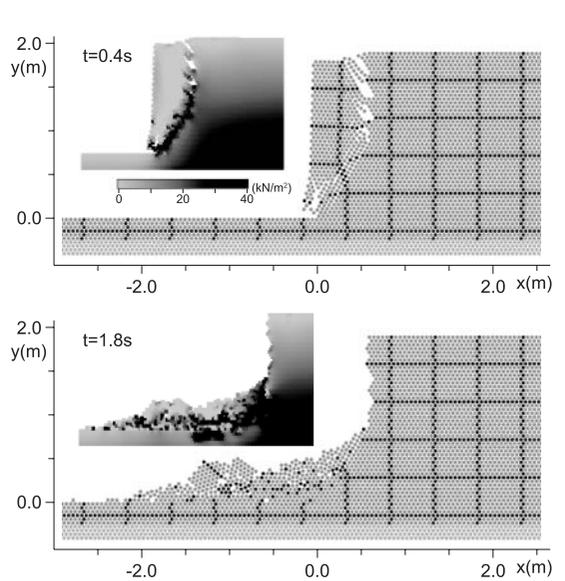


図-4 鉛直斜面地盤の崩壊 ($\phi=30^\circ$)

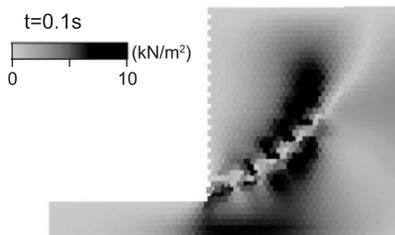


図-3 崩壊直前のせん断応力分布 ($\phi=10^\circ$)

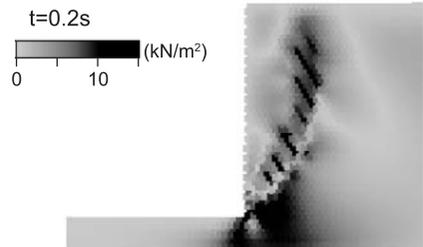


図-5 崩壊直前のせん断応力分布 ($\phi=30^\circ$)

通じて応力分布の変化は顕著ではない。図-3は、斜面崩落直前のせん断応力分布（絶対値で表示）である。すべり面の上下に大きなせん断応力が発生している。また、ランキンの土圧理論によれば、すべり面下部の傾斜角は $45^\circ + \phi/2$ となるが、概ね良好に対応している。なお、すべり面に沿って見られる応力の強弱については、すべり面の下部からの進行に伴う局所的な斜面内崩壊の前兆と考えられる。

図-4に、 $\phi=30^\circ$ の場合の瞬間図および垂直応力分布の濃淡図を示す。このケースではすべり面下部は円弧状であるが、上部ではおおそ垂直に亀裂が形成される。この鉛直面は、主働土圧がゼロの地点より上側で形成されると言われているが（日本道路協会，1987）、本計算においてもこの点が再現されている。図-5に、せん断応力分布を示す。図-3とは明確に異なっており、内部摩擦角の影響が計算結果に反映されている。なお、上記の両ケースともに地盤の自立高さ（ $\phi=10^\circ$ のケースで1.29m、 $\phi=30^\circ$ のケースで1.87m）を超える条件で実施しており、自立高さ以下の計算では崩壊は生じなかった。

図-6は、大変形計算によく用いられる個別要素法のみ

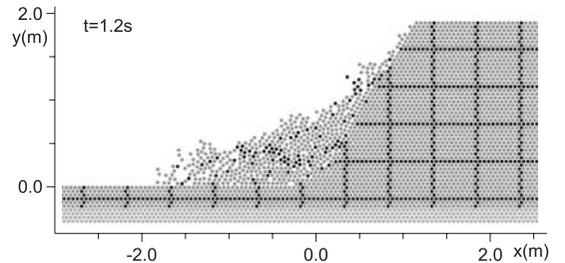


図-6 DEM計算による斜面崩壊

を用いた計算結果である（すなわち、計算開始時刻からすべての土粒子において $\delta=0$ ）。この計算においては、内部摩擦角の影響を考慮できず、鉛直の亀裂や崩落土塊の存在を再現することができない。

4. 斜面崩壊誘発型津波の発生過程

(1) 計算条件と計算領域

次に、高さ6.0m、斜面勾配 60° の地盤法先に、水深1.0m

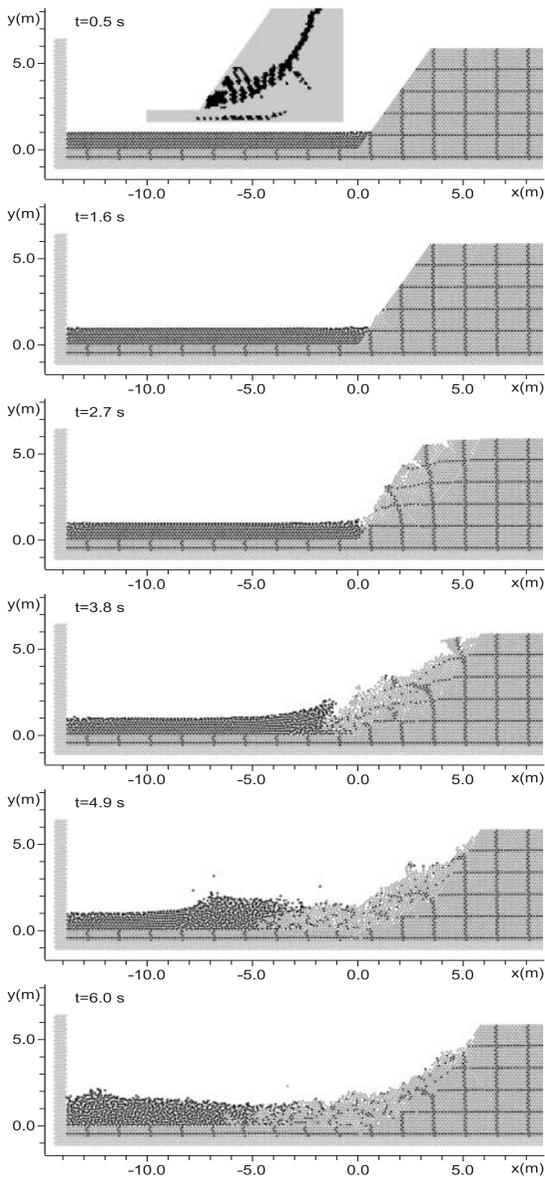


図-7 斜面崩壊誘発型津波の発生過程

の水塊を配置した。土質パラメータは、森・松倉 (2006) による海食崖の現地調査結果を参考に、 $\rho_s=1520\text{kg/m}^3$, $E=5.0 \times 10^6\text{kN/m}^2$, $c=10\text{kN/m}^2$, $\nu=0.35$, $\phi=35^\circ$ とした。300gal, 4.0Hzの正弦波を地震波として与え、地盤を崩壊させる。なお、本研究では、簡単のため地下水の影響は考慮しない。

(2) 計算結果

図-7に、計算結果を示す。 $t=0.5\text{s}$ に瞬間図と併せて示した地盤内応力の濃淡図では、周囲粒子との接続が切断された粒子のみ黒色で表示しており、黒色の領域がすべ

り面に相当する。すべり面は、斜面法先から地盤天端まで円弧状に形成される。水面より上側の崩壊土砂が先に水面に突入し、水塊が押し出されて津波が発生しているが、これは、水面下の土砂は水圧の作用による反力を受けていることを表しており、流体-弾塑性体間の相互作用力が安定して計算されていることがわかる。

5. おわりに

本研究では、流体-弾塑性体ハイブリッド型粒子法を開発し、地震による斜面崩壊誘発型津波の発生過程の計算を実施した。先に実施した鉛直斜面地盤の崩壊計算においては、すべり面の傾斜角やすべり面上部の鉛直壁の出現など、既往の知見に良好に対応する計算結果が得られた。また、流体との連成計算では、津波発生までの一連の過程が再現され、安定した計算が可能であることが示された。

今後の課題としては、崩壊土砂が与える津波への影響を検討するとともに、土粒子間接続の切断条件等のモデル定数について様々な計算ケースを実施することで標準値を示したい。また、現状のモデルでは、計算負荷が非常に高いので、より詳細な計算を実施するために計算速度向上のための技術開発を行いたい。

参考文献

- 五十里洋行・後藤仁志 (2008) : MPS法弾塑性解析による粘性土河岸崩落過程の計算力学, 水工学論文集, 第53巻, pp. 1069-1074.
- 今村文彦・後藤大地・鴨原良典・喜多村雄一・松原隆之・高岡一章・伴一彦 (2001) : 土砂突入による津波発生機構に関する基礎検討, 海岸工学論文集, 第48巻, pp.321-325.
- 越塚誠一 (2005) : 粒子法, 丸善, 144 p.
- 後藤仁志・林 稔・酒井哲郎 (2003a) : 固液二相流型粒子法による大規模土砂崩壊に伴う水面波の発生過程の数値解析, 土木学会論文集, No.719/II-61, pp. 31-45.
- 後藤仁志・林 稔・安藤 怜・鷺見 崇・酒井哲郎 (2003b) : 砂礫混合層を伴う混相流解析のためのDEM-MPS法マルチスケールリンクの開発, 海岸工学論文集, 第50巻, pp. 26-30.
- 地盤工学会 (2003) : はじめて学ぶ有限要素法, 丸善, 206p.
- 宋 武燮・越塚誠一・岡 芳明 (2005) : MPS法による弾性構造体の動的解析, 日本機械学会論文集 (A編), 第71巻701号, pp. 16-22.
- 日本道路協会 (1987) : 道路土工-擁壁・カルバート・仮設構造物工指針, 丸善, 308p.
- 細山田得三・Pujiraharjo Alawfi・張 瑞瑾 (2006) : 斜面崩壊によって誘起される波動とその伝播に関する数値実験, 海岸工学論文集, 第53巻, pp. 6-10.
- 森 僚多・松倉公憲 (2006) : 伊豆新島・羽伏浦における海食崖の崩壊プロセス, 筑波大学陸域環境センター報告, No.7, pp. 31-40.
- Koshizuka, S., H. Tamako and Y. Oka (1995): A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation, *Comp. Fluid Dyn. J.*, Vol.4, pp. 29-46.