

# 粒子法による流力弾塑性解析法の開発と衝撃圧問題への適用

Numerical method for fluid structure interaction using SPH and application to impact pressure problems

陸田秀実<sup>1</sup>・湯藤康治<sup>2</sup>・土井康明<sup>3</sup>

Hidemi MUTSUDA, Koji YUTO and Yasuaki DOI

This paper describes a numerical method for elastic-plastic deformation of structure caused by impact pressure. Both fluid and solid phases are represented by SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics), which is a typical particle method. We employed the artificial stress and coefficient of collapsing parameter, and also proposed the fluid structure interaction model in the original SPH. Our numerical results are in good agreement with the experimental data and the previous numerical results. Especially, we also compared the internal strain field with the numerical results. Furthermore, we also applied to some practical problems, such as collapsing of a concrete wall and steel flame structure.

## 1. 緒論

海岸・海洋構造物の設計において耐波性・耐久性を考慮することは極めて重要であり、特に、衝撃砕波圧が構造物に作用する場合、構造物の変形・振動・破壊現象を無視できない。このような流力弾塑性問題を計算力学的に取り扱う場合、構造物の弾塑性・破壊解析と非定常流体解析を直接的に連成させる必要がある。

既往の数値計算において、砕波現象や水滴飛散、構造物の弾塑性・破壊現象を取り扱う場合、ロバスト性、拡張性、汎用性に優れた粒子法が用いられることが多い(例えば、Koshizuka et al, 1988; 後藤ら, 2001; 宋ら, 2002; 河島ら, 2006; Anghileri et al., 2005; Gomez-Gesterira et al., 2005; 小笠原ら, 2008)。しかしながら、衝撃圧による流力弾塑性連成問題を容易に取り扱う計算技法は、未だ発展途上にあり、その計算精度の定量的な評価も不明のままである。

著者ら(2008, 2009a)は、これまでにSPH法(Gingold and Monaghan, 1977)に基づく流力弾性解析法を開発するとともに、弾性体と流体が相互作用する衝撃圧問題、さらには、衝撃砕波圧による弾性壁の動的応答・振動問題へ適用を行ってきた。その結果、十分細かい初期粒子間隔を用いれば、水面変動および圧力変動ともに十分な精度で計算可能であることを確認した。また、弾性体の大変形問題に対しては、人工応力項の導入が有用であり、その際の人工応力係数 $\epsilon$ は0.5~0.7程度が望ましいことを明らかにした。さらに、衝撃力に伴う弾性体の最大変位や内部応力についても実験結果と概ね一致することを

明らかにしてきた。

以上の研究成果を踏まえ、本研究では、自由表面を有する複雑な流体現象と弾塑性構造物との連成問題を数値計算するために、種々の改良を加えた粒子法(SPH法)による流力弾塑性解析法を開発する。また、本手法を衝突破壊問題、流力振動問題、衝撃砕波圧問題に適用し、その有用性を検証する。

## 2. 数値計算法

### (1) SPH法の概要

粒子法の一つであるSPH法では、以下のように、連続体を質量 $m$ を持つ体積要素の集合体と考え、その周辺粒子 $n$ 個の値の足し合わせで物理量 $\phi$ を表現する。

$$\phi(r) = \sum_{b=1}^n m_b \frac{\phi(r_b)}{\rho(r_b)} W(r-r_b, h) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\rho$ は密度、 $\mathbf{r}$ は位置ベクトル、 $W$ はカーネル関数、 $b$ は粒子番号、 $h$ は影響半径、 $n$ は影響半径 $h$ 内の粒子数を表す。なお、 $\mathbf{r}_b$ は位置ベクトルであり、カーネル関数 $W$ はスプライン関数で表記される。また、物理量 $\phi$ の微分は、カーネル関数 $W$ の微分 $\nabla W$ を用いて、次のように表すことができる。

$$\nabla \phi(r) = \sum_{b=1}^n m_b \frac{\phi(r_b)}{\rho(r_b)} \nabla W(r-r_b, h) \dots\dots\dots (2)$$

以上の考え方に基づいて、支配方程式を離散化する。

### (2) 支配方程式とその解法

支配方程式は、以下の連続の式と運動方程式である。

$$\frac{D\rho}{dt} + \rho \frac{\partial u^i}{\partial x^i} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{du^i}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{ij}}{\partial x^j} + g^i + F_{jsi}^i \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\rho$ は密度、 $u^i$ は速度、 $x^j$ は位置ベクトルの $j$ 方

---

1 正会員 博(工) 広島大学 准教授 大学院工学研究科 社会環境システム専攻  
2 修(工) 修(工) ペバストジャパン  
3 正会員 工博 広島大学 教授 大学院工学研究科 社会環境システム専攻

向成分,  $\sigma^{ij}$ は固体・流体の応力テンソル,  $F_{fsi}$ は固体・流体相互作用項である.

**a) 弾性体・塑性体の取り扱い**

弾塑性体の計算を行う場合, 式 (4) に示す固体の応力テンソル  $\sigma_s^{ij}$ は, 以下の通りである.

$$\sigma_s^{ij} = -P\delta^{ij} + S^{ij} \dots\dots\dots(5)$$

ここで,  $P = -\sigma_{kk}/3$ ,  $S^{ij}$ は偏差応力成分である.

偏差応力  $S^{ij}$ は, 固体の非定常大変形問題を対象としているため, 以下の増分型弾塑性構成式を用い, 陽的に求める.

$$\{dS^{ij}\} = [D^e + D^p]\{d\varepsilon^{ij}\} \dots\dots\dots(6)$$

ここで,  $d\varepsilon^{ij}$ はひずみの時間増分である. また,  $D^e$ は弾性マトリックス,  $D^p$ は塑性マトリックスであり, 弾性域にはフック式, 塑性域にはプラントル・ロイス式を用いる. なお, 降伏にはMisesの条件を用いている. さらに, 変形時の固相の回転運動を考慮するために, 本研究では以下のJaumann速度を用いる.

$$\frac{dS^{ij}}{dt} = 2\mu \left( \dot{\varepsilon}^{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\dot{\varepsilon}^{kk} \right) + S^{ik}\Omega^{jk} + \Omega^{ik}S^{kj} \dots(7)$$

ここで,  $\Omega$ はスピンテンソルである.

固体の支配方程式 (4) をSPH法で離散化すると, 以下の通りである.

$$\frac{du_a^i}{dt} = \sum_b m_b \left( - \left( \frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right) \delta^{ij} + \frac{S_a^{ij}}{\rho_a^2} + \frac{S_b^{ij}}{\rho_b^2} + \Pi_{ab} \delta^{ij} + R_{ab}^{ij} f^n \right) \frac{\partial W_{ab}}{\partial_a x^j} + g^i - \frac{F_{fsi}}{\rho_a} \dots(8)$$

ここで,  $\Pi_{ab}$ は人工粘性項,  $R_{ab}^{ij} f^n$ はMonaghan (2000)が提案した人工応力項であり, 引張が作用する領域のみに付加し, 数値不安定を回避している.

**b) 流体の取り扱い**

流体領域の場合, 式 (4) に示す流体の応力テンソル  $\sigma_f^{ij}$ は, 以下の通りである.

$$\sigma_f^{ij} = -P\delta^{ij} + \mu \left( \frac{\partial u^i}{\partial x^j} + \frac{\partial u^j}{\partial x^i} \right) \dots\dots\dots(9)$$

ここで  $\mu$  は粘性係数である. 上式を運動方程式に代入すれば非圧縮粘性流体のNavier-Stokes方程式が得られる. SPH法による支配方程式の離散化は以下の通りである.

$$\frac{Du_a^i}{dt} = - \sum_b m_b \left( \frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} + \Pi_{ab} \right) \delta^{ij} \frac{\partial W_{ab}}{\partial_a x^j} + g^i + \frac{F_{fsi}}{\rho_a} \dots\dots(10)$$

ここで,  $\Pi_{ab}$ は人工粘性項である. この運動方程式の時間積分には, SMACアルゴリズムを採用する. なお, 圧力に関するポアソン方程式は以下のように離散化する.

$$\nabla^2 P' = \rho_a \sum_b m_b \left( \frac{u_a^*}{\rho_a^2} + \frac{u_b^*}{\rho_b^2} \right) \nabla \cdot W_{ab} \dots\dots\dots(11)$$

**c) 計算アルゴリズムと流体・弾塑性体相互作用**

まず, 始めに式 (3) を用いて, 流体粒子と固体粒子を区別することなく密度を計算する. これによって, 固体粒子が流体粒子から受ける力を評価することが可能となるだけでなく, 流体粒子と固体粒子が相互作用する際に, 密度が高くなり, 粒子密度に応じた流体力や応力を評価できることになる. 次に, ポアソン方程式から流体粒子と固体粒子の圧力を計算する. 求めた圧力と各粒子の速度から運動方程式によって, 各粒子の加速度を計算する. 運動方程式を計算する際, 流体は圧力項と粘性項, 固体は圧力項と偏差応力の項に分けて計算を行う. また, 式 (8) および (10) 中の相互作用項  $F_{fsi}$ は以下の通りである.

$$F_{fsi}(r_a) = - \frac{C_{fsi}}{\rho(r_a)} \sum_{b=1}^n m_b \frac{P(r_b)}{\rho(r_b)} \nabla_a \cdot W(r_a - r_b, h) \dots(12)$$

ここで,  $C_{fsi}$ は衝突係数であり  $C_{fsi}=1$ とする. 但し, 高速衝突問題に対しては熱力学的作用を簡易的に考慮するために  $0 < C_{fsi} < 1$ の範囲で適宜調整する. さらに, 粘性項と偏差応力の項は, それぞれ流体粒子, 固体粒子のみの足し合わせを行う. 求めた値から, 各粒子の密度, 速度, 位置などの物理量を更新する. なお, 固体領域の計算安定化と高周波の振動挙動を捉えるために, 流体領域と固体領域の時間刻みを変える必要がある. ここでは, 下式に示すように, 流体ルーチン1回に付き, 固体ルーチンは  $N$ 回ステップ行うことにした.

$$\Delta t_f = N \times \Delta t_s \dots\dots\dots(13)$$

ここで,  $\Delta t_f$ は流体ルーチンの時間刻み,  $\Delta t_s$ は固体ルーチンの時間刻みを表す. その他, 詳しくは陸田ら (2008, 2009a) を参照されたい.

**3. 数値計算結果**

**(1) 弾性変形と内部歪み量の精度検証**

まず始めに弾性体の変形・内部歪み量の定量的な精度検証を行う. ここでは, 弾性体内部の歪みを正確に計測するために, シリコンシート, 圧電フィルム (PVDF) および天然ゴムからなる薄型積層タイプの歪みセンサーを独自に製作し, 内部ひずみ量の計測を行う (陸田ら, 2009b). 図-1に示すように, この歪みセンサー (板厚6mm, スパン長30cm) の一端を支持し, 他端を自由端として, 強制動揺させ, 曲げ変形に伴う圧電効果から起電

力を測定し、内部歪みを測定した。図-2は振動振幅最下点における歪みセンサーの変形について比較検証したものである。なお、計算条件として初期粒子間隔は0.2mmとした。図-3は振動振幅5cm、振動周期 $T=0.5\text{sec}$ および $1.0\text{sec}$ における内部歪み量（電圧換算値）の時系列変化について比較検証したものである。

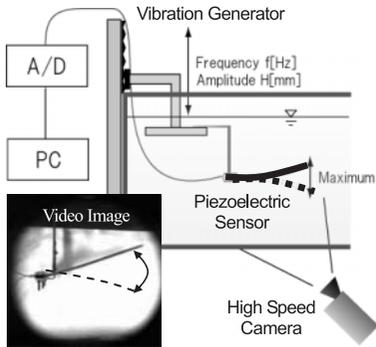


図-1 内部歪み測定用の加振実験装置

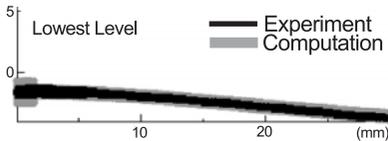
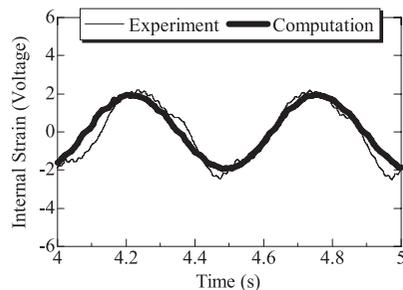
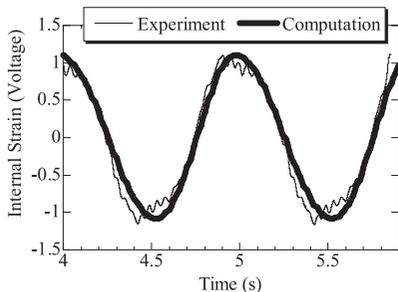


図-2 振動振幅最下点における弾性デバイスの曲げ変形の比較



(a) 振動周期  $T=0.5\text{s}$



(b) 振動周期  $T=1.0\text{s}$

図-3 内部歪み量（電圧換算値）の時系列変化の比較

なお、計算時間間隔は、流体領域 $10^{-4}\text{sec}$ 、固体領域 $10^{-5}\text{sec}$ とした。これらの図から、本計算結果は、弾性体の変形量のみならず、その内部歪み量の時間的変化も精度良く計算することが可能である。

(2) 塑性域の精度検証

本節では、実験では捉えられない塑性域の時間的変化とその分布形状について精度検証を行う。図-4に示すように、鉄棒（幅20mm、高さ50mm）のアルミ板（幅140mm、高さ50mm）への低速貫入試験について検証を行う。貫入速度は $10\text{cm/s}$ とした。図-5は鉄が $\delta p$ 貫入した時刻における塑性域の分布形状について比較検証をしたものである。比較対象には宋ら（2002）のFEM解析結果を用いた。左図がFEM解析結果、右図が本計算結果を示している。なお、初期粒子間隔は4mmとし、塑性域はMisesの降伏条件に基づいて決定している。

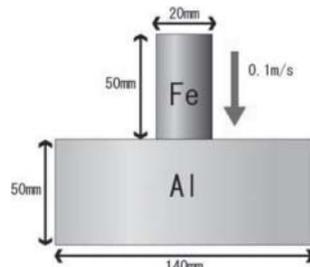


図-4 塑性域の検証に用いた実験条件

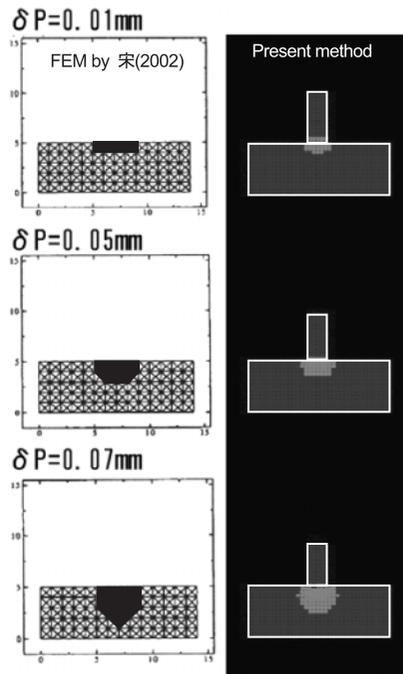


図-5 塑性域の分布形状の比較（左図：宋ら(2002)、右図：本計算結果）

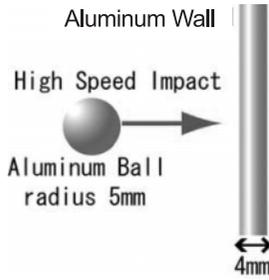


図-6 金属衝突・破壊問題の実験条件

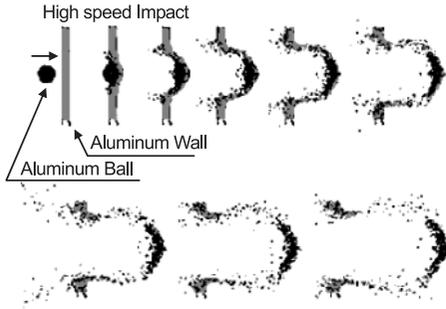


図-7 高速アルミ球がアルミ板に衝突・貫通・破壊していく様子

図より、いずれの時刻においても塑性域の分布形状は概ね一致していることから、本計算法は、従来のFEM解析と同等レベルの計算精度を有していることが分かる。

**(3) 金属同士の衝突・破壊問題の精度検証**

本節では、塑性体同士の高速衝突・破壊問題に適用し、破壊形状について精度検証を行う。図-6に示すように、初速度6.18m/sのアルミ球（半径5mm）がアルミ板（幅4mm）に高速衝突し、貫通・破壊する問題に適用した。なお、比較対象はHiermaierら（1997）の実験結果である。アルミのヤング係数，ポアソン比，降伏応力は実験と同一条件とし，初期粒子間隔は0.5mm，時間刻み $10^{-8}$ secとした。なお，式（12）の衝突係数は5通り変化させ $C_{fsi}=0.5$ を最適値と判断した。図-7は，高速アルミ球がアルミ板に衝突し貫通・破壊していく過程（ $2.2 \times 10^{-5}$ s間の現象）を示したものである。両アルミ金属ともに大変形し飛散していくことが分かる。図-8は，アルミ板の貫通孔の幅 $h$ および破壊形状アスペクト比 $B/L$ について実験結果と比較検証を行ったものである。図より，貫通孔の幅 $h$ および破壊形状アスペクト比 $B/L$ ともに概ね良い一致を示しており，本数値計算法が破壊問題にも適用可能であることを示している。

**(4) 衝撃碎波圧による弾塑性構造物の破壊問題**

前節までの結果を踏まえ，本節では，コンクリート製及び鋼製の弾塑性構造物に衝撃碎波圧が作用した場合の破壊問題への適用性を検証する。

図-9は，リーフ上を伝播する孤立波が碎波し，コンク

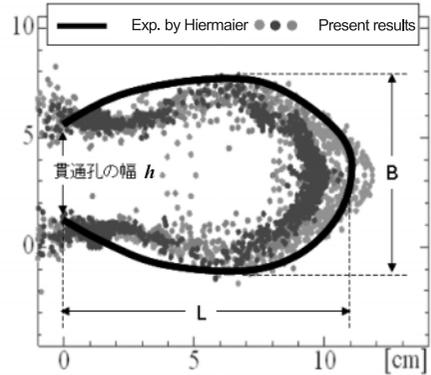


図-8 貫通孔の幅 $h$ および破壊形状アスペクト比 $B/L$ の比較

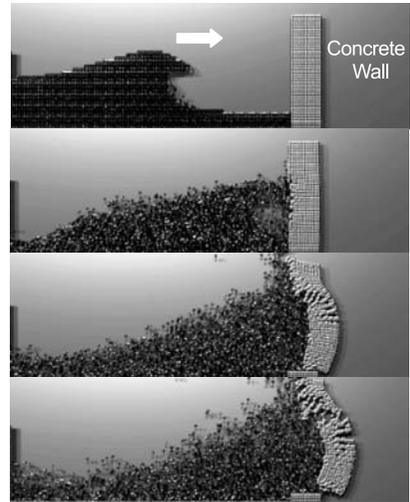


図-9 孤立波の衝突によって変形・破壊していくコンクリート壁  
 リート壁に衝突した場合に生じる破壊現象に適用したものである。コンクリートの物性値（ヤング係数，ポアソン比，降伏応力）は標準的な値とし，衝突係数 $C_{fsi}=1.0$ とした。なお，鉄筋は考慮されていないが，必要に応じて導入することは可能である。図-10はコンクリート壁内部の応力の空間分布を示したものであり，碎波ジェットが直接作用する部分において大変形・応力・ひずみの集中が発生していることがわかる。

また，図-11は，上部に腐食部を有する鋼製フレーム構造物に大規模碎波が衝突した場合に生じる破壊現象に適用したものである。鋼の物性値（ヤング係数，ポアソン比，降伏応力）は標準的な値とし衝突係数 $C_{fsi}=1.0$ とした。図-12及び図-13は鋼内部の応力と歪みの空間分布を示したものであり，腐食部を中心に破壊が進展し，応力・ひずみの集中が起きていることが分かる。

以上の図から，海岸・海洋工学に関わる波浪と弾塑性構造物の相互作用，衝撃碎波圧による破壊問題に適用可能であることが分かる。しかしながら，破壊形状および

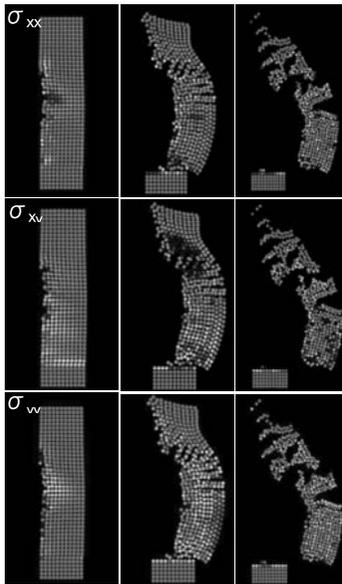


図-10 コンクリート内部の応力分布

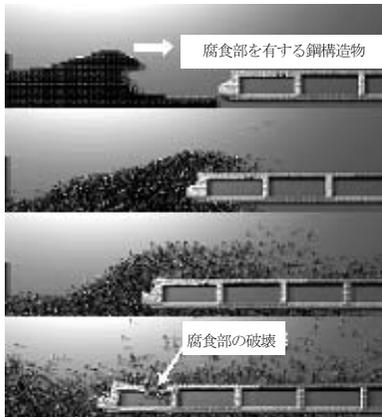


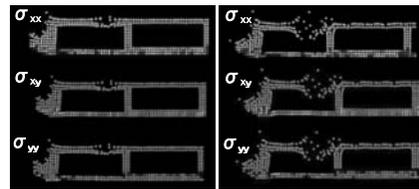
図-11 腐食部を有する鋼製フレーム構造物に衝突する大規模砕波

内部応力・歪み分布について定量的な比較が必要となるため、著者ら (2009b) が開発した薄型積層タイプの歪みセンサー等を用いて検証実験を行うことが課題である。

#### 4. 結論

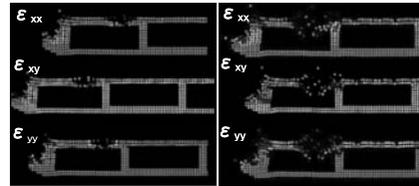
構造物の弾塑性・破壊解析と非定常流体解析を直接的に連成させることが可能な粒子法ベースの流弾塑性解析法を新たに開発した。また、塑性問題、衝突破壊問題、流弾振動問題に適用し、構造物の変形・破壊形状のみならず内部ひずみについても実験結果と良好な一致を示した。さらに、衝撃砕波圧によってコンクリート、鋼製部材が破壊する現象に適用し、本手法の有用性を示した。

謝辞：本研究は科学研究費補助金（課題番号20760330）の助成を受けた。ここに記して謝意を表する。



(a) t=0.432s (b) t=0.576s

図-12 鋼内部の応力分布



(a) t=0.432s (b) t=0.576s

図-13 鋼内部の歪み分布

#### 参考文献

- 小笠原敏記・菊池重友・佐々木信也 (2008) : MPS法による流体-構造の動的解析に関する検討, 海岸工学論文集, 第55巻, pp.21-25.
- 河島康一・酒井 謙 (2006) : 超弾性体 (ゴム) のSPH粒子法大変形解析, 機械学会第18回計算力学講演会論文集, pp.765-766.
- 後藤仁志・酒井哲郎・林 稔・安藤 令 (2001) : 構造物下面への接岸浮遊物の潜込過程のLagrange型シミュレーション, 海岸工学論文集, 第48巻, pp.816-820.
- 宗 武・酒井 謙・山下彰彦 (2002) : SPH法による弾塑性解析手法の検討 (第1報, 2次元小変形問題), 日本機械学会論文集, A編, 68巻, 669号, pp.80-86.
- 陸田秀実・清水 雄・土井康明 (2008) : SPH法によるViolent Sloshing解析, 応用力学論文集, Vol.11, pp.89-96.
- 陸田秀実・清水 雄・土井康明 (2009a) : SPH法による流弾塑性解析法と水面衝撃圧問題への適用, 土木学会論文集, B編, Vol.65, No.2, pp.70-80.
- 陸田秀実・川上健太・黒川剛幸・土井康明・田中義和 (2009b) : 弾性圧電デバイスを用いた波エネルギー利用技術の開発, 海岸工学論文集, 第56巻, 印刷中.
- Anghileri, M., Luigi, M. L. Castelletti and M. Tirelli (2005) : Fluid-structure interaction of water filled tanks during the impact with ground, International Journal of Impact Engineering, 31, pp.235-254.
- Gingold R. A. and Monaghan J. J. (1977) : Smoothed particle hydrodynamics : theory and application to non-spherical stars, Mon. Not. R. Astron. Soc. 181, pp.375-389.
- Gomez-Gesterira, M., D. Cerqueiro, C. Crespo and R. A. Dalrymple (2005) : Green water overtopping analyzed with a SPH method, Ocean Engineering, 32, pp.223-238.
- Hiermaier, D. Konke, A.J. Stilp, K. Thoma (1997) : Computational simulation of the hypervelocity impact of Al-spheres on thin plates of different materials, Int. J. Impact Eng., 20, 363.
- Koshizuka, S., A. Nobe and Y. Oka (1988) : Numerical analysis of breaking waves using the moving particles semi-implicit method, Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol.26, pp.751-769.
- Monaghan, J. J. (2000) : SPH without a Tensile Instability, Journal of Computational Physics, 159, pp.290-311.