

# 高精度粒子法による複雑碎波過程の再現性の向上

## Accurate Particle Methods for Refined Simulation of Complicated Breaking Waves

Khayyer Abbas<sup>1</sup>・後藤仁志<sup>2</sup>・堀智恵実<sup>3</sup>

Abbas KHAYYER, Hitoshi GOTOH and Chiemi HORI

The paper presents particle-based simulations of a dam break on a wet bed by standard and improved versions of three particle methods, namely, MPS, ISPH and WSPH methods. The improved versions of the three mentioned methods are CMPS-HS, CISPH-HS and WSPH-MLS methods. Direct comparisons of experimental photos and their corresponding simulation snapshots have been made in terms of the reproduced free-surface profile as well as the simulated mixing processes. In order to obtain further improved simulations, in this paper, we propose a new viscosity reduction function in WSPH-MLS calculation, and apply a frictional force term in CMPS-HS method.

### 1. はじめに

粒子法は水塊の分裂合体に対してrobustnessを示すことから、碎波をはじめとするviolent flowに対する適用性に優れている。粒子法としては、陽解法に基づくWSPH (Weakly Compressible SPH) 法 (Monaghan, 1994; Gomez-Gesteiraら, 2008) が特に欧米で活発に用いられているが、日本で開発された半陰解法に基づくMPS法 (Koshizuka・Oka, 1996) や同一のアルゴリズムをSPH法に適用したISPH法 (Shao・Lo, 2003) は、同一解像度でWSPH法と比較すると5~10倍程度計算効率が高く、さらに数値粘性の導入による計算安定化などの経験的な工夫も不要なため、大規模計算のコアとして有力視されている。本稿では、SPH法のベンチマーク問題として近年頻用されるwet bed上のdam breakにおける後方への2次碎波 (mushroom型の局所水面とbackward breaking) に関して、陰解法高精度粒子法 (CMPS-HS法 (Khayyer・Gotoh, 2009), CISPH-HS法 (Khayyerら, 2009)) および陽解法改良粒子法であるWSPH-MLS (WSPH with a Moving Least Square density re-initialization) 法 (Colagrossi・Landrini, 2003; Gomez-Gesteiraら, 2008) の適用性を検証する。

さらに本稿では、WSPH-MLS法に関しては、強い剪断流場においてSPH法の数値粘性項が引き起こす極端な渦拡散を抑制する関数を、CMPS-HS法に関しては、壁面摩擦の影響を考慮した牽引力項を新たに導入して、再現性向上の検討も行った。

### 2. 高精度粒子法

#### (1) CMPS-HS法, CISPH-HS法

粒子法では、Navier-Stokes式の各項を近接粒子間の相互作用として離散化する。MPS法, ISPH法における標準型の離散化では、2粒子間で内力がanti-symmetric (逆向き等大) とならず、局所的な運動量保存が保証されない。数値解析に内在する誤差を考慮すれば、連続体である流体の大域的な運動量保存を満足し、局所的には近接粒子同士が不自然な運動を相互に抑制するために、局所的運動量保存の厳密な保存が求められる。著者らは、MPS法では圧力項に関して、ISPH法では粘性項に関して、2粒子間の相互作用がanti-symmetricになるよう修正した (CMPS法 (Khayyer・Gotoh, 2009), CISPH法 (Khayyerら, 2009))。

また、MPS法およびISPH法では半陰解法が用いられ、圧力のPoisson方程式の生成項は予測段階における密度 (粒子数密度) の実質微分で記述される。ところが標準法では、完全非圧縮性の仮定と線形近似のため誤差を蓄積しやすく、密度 (粒子数密度) の時間変動も助長し圧力解を振動させ、結果的に圧力擾乱を発生させる。著者らは、密度 (粒子数密度) の実質微分をkernel関数の実質微分によって定義し直すことによって、新たなPoisson

1 正会員 博(工) 京都大学研究員工学研究科都市環境工学専攻  
2 正会員 博(工) 京都大学教授工学研究科都市環境工学専攻  
3 学生員 京都大学大学院修士課程都市環境工学専攻

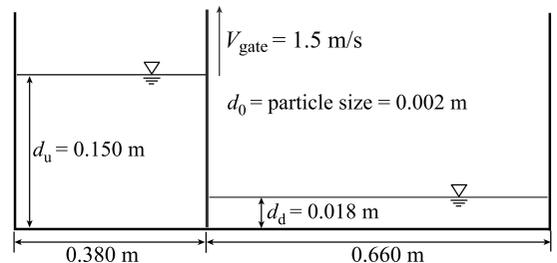


図-1 計算領域 (Janosiら, 2004)

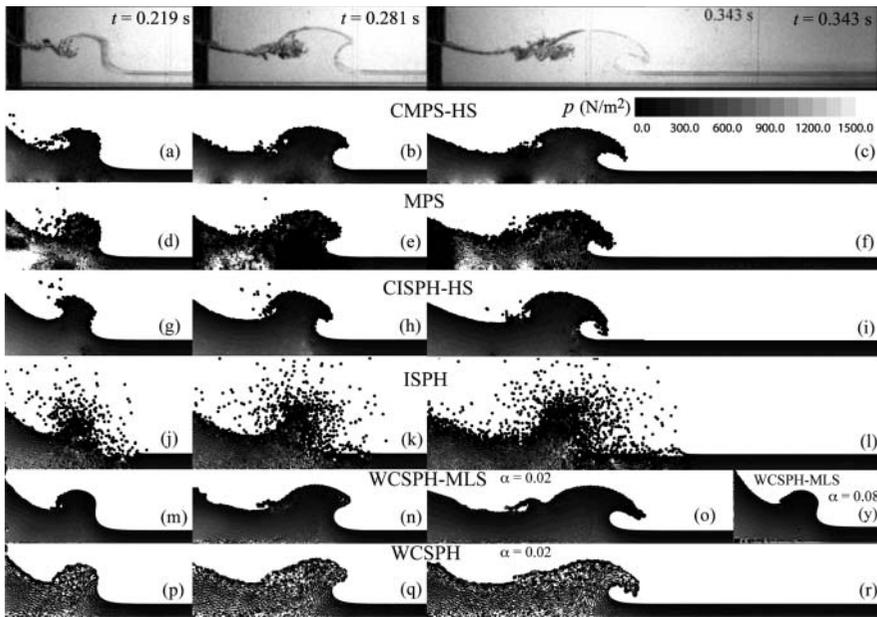


図-2 wet bed 上 dam break シミュレーション (mushroom 型水面形成過程)

方程式の生成項を導出した (CMPS-HS法, CISP-HS法)。

## (2) WCPH-MLS 法

WCPH法で計算される圧力は, MPS法やISPH法と異なり, 密度の微分でなく, 密度を直接指数とする関数である。よって, 圧力擾乱を低減するためには, 密度場がより安定かつ正確に計算されなければならない。そこで Colagrossi・Landrin (2003) は, MLS (Dilts, 1999) kernel近似による一次精度補間スキームを特定の時間ステップごとに適用して, 密度場を初期化した。これにより, 質量・密度の占有領域の一貫性が向上し, 圧力式の生成項の安定性と正確性が向上した。

## 3. 水面形における再現性の比較

wet bed上の dam break シミュレーションを, 標準粒子法 (MPS, ISPH, WCPH法) および高精度粒子法 (CMPS-HS, CISP-HS, WCPH-MLS法) により行った。WCPH法およびWCPH-MLS法の計算には, 公開コード SPHYSICS (Gomez-Gesteriaら, 2008) を使用した。計算領域の概略図を図-1に示す。図-2, 図-3, 図-4は, Janosiら (2004) の水理実験の連続写真と対応するシミュレーションの瞬間図である。図-2 (m-r, y) 中の  $\alpha$  は数値粘性項の係数である (Monaghan, 1992; Crespoら, 2008)。図-2より, 3つの高精度粒子法それぞれの計算結果が, 対応する標準粒子法に比して十分に改善されていることは明らかである。CMPS-HS法とCISP-HS法の瞬間図を比較すると, 圧力分布はCISP-HS法が滑らかであるが, 水面形状全体の再現性について見れば, CMPS-

HS法が実験とよく一致している。図-2 (m-r) より, WCPH-MLS法では, WCPH法に見られる圧力擾乱のレベルが劇的に低減されていることがわかる。水面形については, WCPH法で再現されなかった backward jet が, 発生初期 (図-2 (m)) では再現されているが, シミュレーションが進行するにつれて, mushroom型水面形の一部である backward jet が低下する。全般を通じて見ると, CMPS-HS法が backward jet に関する良好な再現性を示している。

図-3には splash-up 過程の初期段階 ( $t=0.406s$ ) および形成段階 ( $t=0.468s$ ) の瞬間図を, 図-4に発達段階 ( $t=0.531s$ ) の瞬間図を示した。ここでも, 高精度粒子法による改善効果が顕著である。特に図-4から明らかなように, この瞬間に plunging jet の下の空気室界面を再現しているのは高精度粒子法だけである。

## 4. 動的数値粘性項の提案

SPH (WCPH) 法の計算に一般的な数値粘性項 (Monaghan, 1992) は, 粒子同士の重なりを僅かに許容し反発を緩和しつつ, 粒子の過剰な重なりを回避するように導入されたものであり, 強い剪断流動場においては過度の不自然な減衰や過剰な拡散をもたらすことがある (Elleroら, 2002)。そのため, 対象とする計算領域に強い剪断流動場を含む際, 適切な数値粘性係数  $\alpha$  を選ぶ必要がある。前章のWCPHベースの粒子法計算では, まず Crespoら (2008) に従い 0.080 を選択した。しかしこの値では backward breaking が再現できなかったため

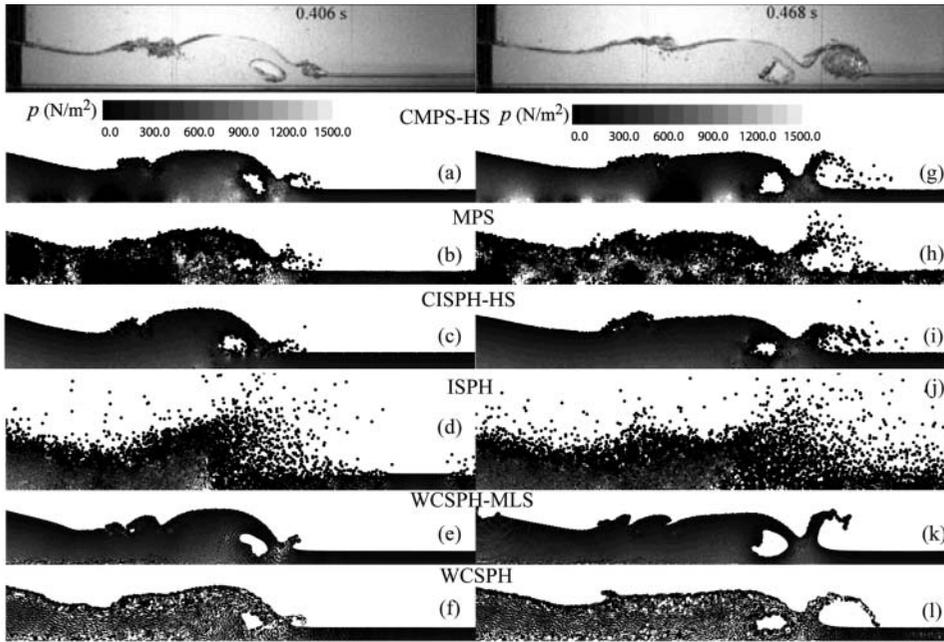


図-3 wet bed 上 dam break シミュレーション (splash-up 過程 (a-f) 初期段階, (g-l) 形成段階)

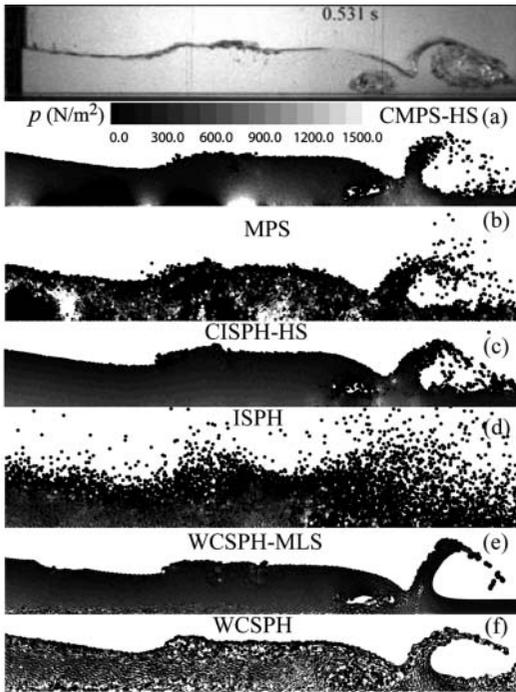


図-4 wet bed 上 dam break シミュレーション (splash-up 過程発達段階)

(図-2 (y)), 極端な渦度拡散を防ぐことのできる値として  $\alpha = 0.020$  を用いて, 再計算を行った. ところが, この場合でさえも, 図-2 (m-o) からわかるように, backward breaking とそれに伴う渦を適切に再現できない.

剪断流動場における極端な拡散に関する問題を解決するため, Balsara (1995) は, 強い渦の存在域や低圧縮性領域で数値粘性を低下させる手法を提案した. 本稿では, その手法で用いられた減少関数に修正を加えて, 弱圧縮性流れ (速度の発散がほぼゼロ) を扱うために WCSPH-MLS 法に適用する数値粘性減少関数として,

$$f_v^* = \frac{2|\nabla \times \mathbf{u}|_{\max}}{2|\nabla \times \mathbf{u}|_{\max} + |(\nabla \times \mathbf{u})| + |(\nabla \times \mathbf{u})|} \dots (1)$$

を導入する. ここに,  $|\nabla \times \mathbf{u}|_{\max}$ : 計算領域における瞬間渦度の最大値, である. 式 (1) を適用すると, 強渦領域では数値粘性を最大 50% 減少させることとなる. 図-5 は, wet bed 上の dam break における backward breaking の再現性の改善効果を示している (図-1 中の  $d_u = 0.150\text{m}$ ;  $d_d = 0.015\text{m}$ ). 図-5 (a-c) では  $\alpha = 0.020$  としているが, WCSPH-MLS 法による極端な渦拡散の結果として, backward breaking が再現されていない. 一方, 式 (1) を適用した WCSPH-MLS-MV (WCSPH-MLS with a Modified Viscosity) 法では, backward breaking が明瞭に再現されている. また, 図-5 (d-f) では動的数値粘性係数の基準係数 (式 (1) の右辺が 1 であるときの係数) を 0.020 としているが, これをわずかに減少させ 0.016 とすると更に再現性が向上する (図-5 (g-i)).

### 5. 混合過程における再現性の比較

粒子法の主要な長所の1つに, 大変形を伴う混合過程

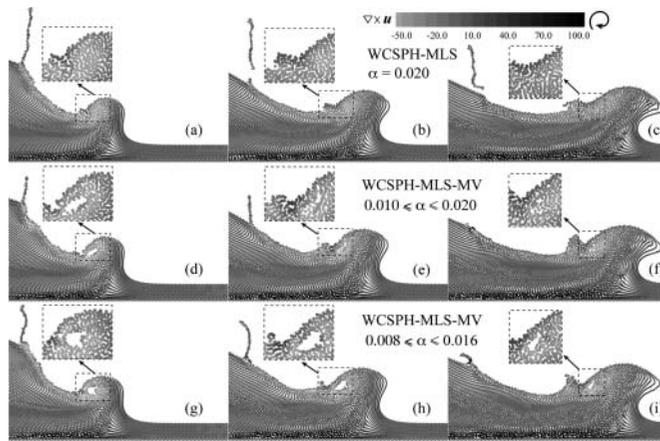


図-5 陽解法型粒子法の backward breaking 再現性の改良

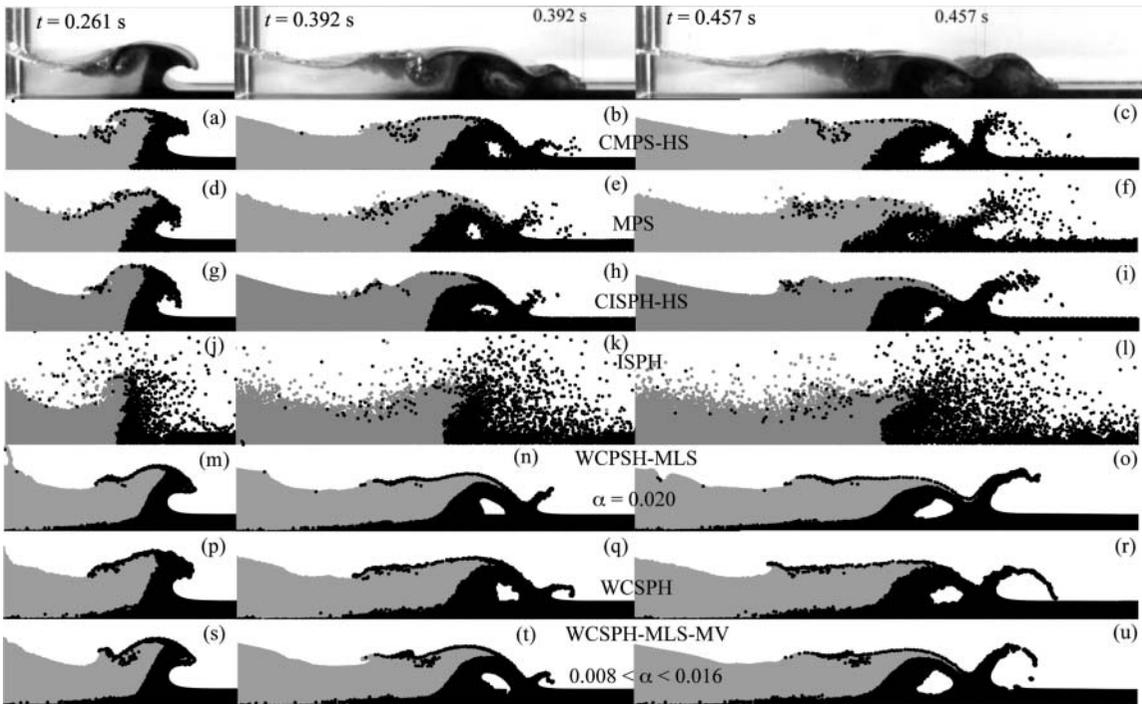


図-6 混合過程シミュレーションと実験

のシミュレーションにおける robustness が挙げられる。ここでは、wet bed 上の dam break での混合過程の再現性を、着色水を用いた実験結果と比較することにより検証する。図-6には、Janosiら(2004)の実験写真と、各手法の計算による瞬間像を示した。図-6(a-f)で明らかのように、CMPS-HS法による結果は、(i) mushroom型水面の上流側の表層部分に下流側の水から成る薄い層が生じることや、(ii) 上流側の水はmushroom型水面に一時的に堰き止められて、plunging jetが下流側の水のみによって構成されることなど、混合様式においても実験結果

と良好に一致する。CISPH-HS法も、ISPH法に比べると良好な再現性を示している。WCSPHベースの粒子法に関しては、WCSPH法自体が他の標準法と比較して混合過程をよく表している上、改良を加えると実験写真との一致は更に良好となる(図-6(m, p, s))。また、陰解型粒子法による結果(図-6(a-l))では確認することができない下流側の着色水が上流側底面付近に引き込まれている様子(図-6 実験写真)を、WCSPHベースの粒子法は、層厚や層の全長は一致しないものの、定性的には再現している。

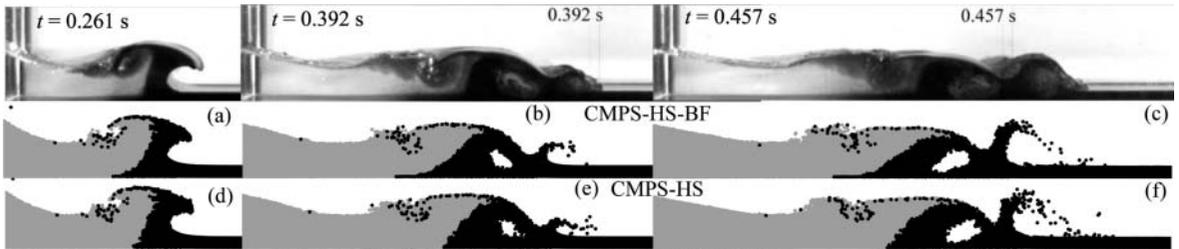


図-7 陰解法型粒子法における混合過程再現性の改良

6. 底面摩擦牽引力の導入

図-6の実験写真に見られる下流側の着色水が上流側底面付近に薄層を形成する現象は、底面摩擦による牽引力が原因と考えられる。本稿では、散逸粒子動力学法(Dissipative Particle Dynamics ; DPD, Hoogerbrugge・Koelman, 1992) に用いられる表式を底面摩擦モデルとして採用した。すなわち、底面近傍の流体粒子*i*とそれに隣接する壁粒子*j*間での摩擦牽引力を、

$$F_{ij}^D = -\gamma w(|\mathbf{r}_{ij}|)(\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{u}_{ij})\hat{\mathbf{r}}_{ij} \dots\dots\dots(2)$$

$$; \mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i, \hat{\mathbf{r}}_{ij} = \mathbf{r}_{ij}/r_{ij}$$

と表す (Visserら, 2005)。ここに、 $\gamma$  : 摩擦係数,  $w$  : 重み関数, である。式 (2) が anti-symmetric な相互作用力であることも特記しておく。

図-7は、混合過程のシミュレーションを、CMPS-HS法および今回提案したCMPS-HS-BF (CMPS-HS with consideration of Bed Friction) 法によって行った際の瞬間図の例である。摩擦係数は比較的小さな値 ( $\gamma = 0.002$ ) としているが、下流側の着色水による薄層が再現されている。さらに層厚・層の全長に関しても、実験写真との一致はWCSFH法と比較して向上している。

7. おわりに

標準粒子法とそれらに対応する高精度粒子法の総計6手法を用いて、wet bed上のdam breakシミュレーションを行った。水面形と混合過程の再現性の比較によって、高精度粒子法による飛躍的な性能向上を確認することができた。さらに、動的数値粘性項や底面摩擦牽引力項を考慮することによって、これまでの高精度粒子法では表現しきれなかった混合過程の詳細な再現が可能となった。

今後も様々なアプローチ (微分演算子モデルおよび時間積分などの数値計算法の改良、気液二相流モデルおよびSPS (Sub-Particle-Scale) 乱流モデル (Gotoh・Sakai, 2006) の導入など) によって高精度粒子法を発展させたい。

参 考 文 献

Balsara, D.S.(1995): von Neumann stability analysis of Smoothed Particle Hydrodynamics - suggestions for optimal algorithms, *J. Comput. Physics*, Vol.121, pp.357-372.

Colagrossi, A. and Landrini, M.(2003): Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics, *J. Comput. Phys.*, Vol.191, pp.448-475.

Crespo, A.J.C., Gomez-Gesteira, M. and Dalrymple, R.A.(2008): Modeling Dam Break Behavior over a Wet Bed by a SPH Technique, *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE*, Vol.134 (6), pp.313-320.

Dilts, G.A.(1999): Moving-Least-Squares-Particle Hydrodynamics - I. Consistency and stability, *Int. J. Numer. Meth. Engng*, Vol.44, pp.1115-1155.

Ellero, M., Kroger, M. and Hess, S.(2002): Viscoelastic flows studied by smoothed particle dynamics, *J. Non-Newton. Fluid Mech.* Vol.105 (1), pp.35-51.

Gomez-Gesteira, M., Rogers, B.D., Dalrymple, R.A., Crespo, A.J.C. and Narayanaswamy, M.(2008): User guide for the SPHysics code, February 2008.

Gotoh, H. and Sakai, T. (2006): Key issues in the particle method for computation of wave breaking, *Coastal Engineering* 53 (2-3), pp.171-179.

Hoogerbrugge P.J. and Koelman, J.M.V.A.(1992): Simulating microscopic hydrodynamic phenomena with dissipative particle dynamics, *Europhysics Letters*, 19 (3), pp.155-160.

Janosi, I. M., Jan, D., Szabo, K.G., and Tel, T.(2004): Turbulent drag reduction in dam-break flows, *Exp. Fluids*, Vol.37, pp.219-229.

Khayyer, A. and Gotoh, H.(2009): Modified Moving Particle Semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure, *Coastal Engineering* 56, pp.419-440.

Khayyer, A., Gotoh, H. and Shao, S.D.(2009): An Improved Incompressible SPH Methods For Wave Impact Simulations, *Proc. 4th international SPHERIC workshop*, Nantes, France.

Koshizuka, S. and Oka, Y.(1996): Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nuclear Science and Engineering*, 123, pp.421-434.

Monaghan, J. J.(1992): Smoothed particle hydrodynamics, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, Vol.30, pp.543-574.

Monaghan, J. J.(1994): Simulating free surface flows with SPH, *J. Comput. Phys.*, Vol.110, pp.399- 406.

Shao, S.D. and Lo, E.Y.M.(2003): Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-newtonian flows with a free surface, *Advanced Water Resources*, 26 (7), pp.787-800.

Visser, D.C., Hoefsloot, H.C.J. and Iedema, P.D.(2005): Comprehensive boundary method for solid walls in dissipative particle dynamics. *J. Comput. Phys.* 205, 626-639.