

MPS法による構造物に及ぼす流体の圧力振動の影響

Effect of Pressure Oscillation in Fluids on Structure by MPS Method

小笠原敏記¹・菊地重友²・堺 茂樹³

Toshinori OGASAWARA, Shigetomo KIKUCHI and Shigeki SAKAI

For unreal pressure oscillation in fluid particles due to MPS method, two algorithms which corrected the source term in the Poisson equation are compared with original MPS method. In addition, wave boundary condition is improved to generate solitary wave by a wave maker with piston type. The incident wave heights are compared to experimental data. In dynamic analysis of fluid-structure interaction problems, the influence of pressure oscillation on the structure deformation and the fluid force is investigated in detail. As a result, although it was indicated that the two algorithms restrain the pressure oscillation, their coefficients suited to numerical conditions will be required. Further, we made clear that the oscillation of pressure strongly affects the structure deformation because the fluid force does not accurately act on the elastic body.

1. はじめに

高潮や津波が海岸に押し寄せると、土木構造物や家屋などに多大な被害を及ぼすことは容易に予想される。流体力による構造物の変形や破壊、倒壊などを引き起こす波浪条件や被害を推定することは重要であり、その解決には経済的・労力的にも数値計算が有用と言える。計算手法の一つとして、非圧縮流体を解明するために開発された粒子法のMPS (Moving Particle Semi-implicit) 法は、格子を用いないため、界面の大変形を伴うような解析に適しているだけでなく、流体のみならず剛体を用いた流体-構造連成解析にも適用されている (田中ら, 2007)。

精度の良い流体-構造連成解析の技術開発は、津波や高潮の氾濫流による構造物の変形・破壊機構の解明に用いる数値水槽の開発において重要な課題である。しかしながら、MPS法で計算される圧力は時・空間的に激しく振動するため、計算が不安定になる場合があり、その振動が構造物の挙動に影響を及ぼす恐れがある。これまでにも、MPS法の圧力振動の抑制に関する研究は行われて来た。例えば、末吉・内藤 (2004) は、圧力のポアソン方程式を2回解いて圧力修正をするが、加速度を計算する圧力と評価に用いる圧力が異なるため、物理的な意味が失われている。また、Khayyer・後藤 (2008) は、ポアソン方程式のソース項を高次元に詳細化しているが、連成解析への適用は行われていない。

そこで本研究では、圧力のポアソン方程式のソース項の修正に着目した2つの手法を取り込み、従来のMPS法

との比較検討を行う。さらに、孤立波を発生させるための造波境界の改良を行い、実験値との精度検証をすると共に、流体-構造連成解析において、圧力振動が流体と構造物の力の相互作用および構造物の変形に及ぼす影響を明らかにする。

2. MPS法の概要

(1) 支配方程式

非圧縮流体の支配方程式は、連続の式とN-S方程式であり、次のように表される。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\mathbf{v}$ は速度ベクトル、 t は時間、 ρ は流体の密度、 p は圧力、 ν は動粘性係数、 $\mathbf{g}$ は重力加速度である。次に、構造物を弾性体と見なし、応力とひずみの関係を線形とすれば、その支配方程式は、次式のように表せる。

$$\rho_s \frac{D\mathbf{v}_\alpha}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_\beta} (\lambda_e \varepsilon_{\gamma\gamma} \delta_{\alpha\beta} + 2\mu_e \varepsilon_{\alpha\beta}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\mathbf{v}_\alpha$ および ρ_s は弾性体の速度および密度、 $\varepsilon_{\gamma\gamma}$ は体積ひずみ、 $\delta_{\alpha\beta}$ はKroneckerのデルタ、 $\varepsilon_{\alpha\beta}$ はひずみテンソルである (添字 α, β は空間座標)。また、 λ_e と μ_e はラメ定数でヤング率 E およびポアソン比 ν_e より表される。

(2) 粒子間相互作用モデル

MPS法では、離散化された支配方程式中の勾配、ラプラシアンおよび発散は、それぞれ以下の粒子間相互作用モデル (偏微分演算子モデル) を用いて定式化される。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_j - \phi_i}{r_{ij}^2} \mathbf{x}_j w_{ij} \right] \quad \dots\dots\dots (4)$$

1 正会員 博(工) 岩手大学准教授工学部社会環境工学科
2 岩手大学大学院工学研究科建設環境工学専攻
3 正会員 工博 岩手大学教授工学部社会環境工学科

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} [(\phi_j - \phi_i) w_{ij}] \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\langle \nabla \cdot \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_j \cdot \mathbf{x}_{ij}}{r_{ij}^2} w_{ij} \right] \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 ϕ は任意のスカラー量、 ϕ は任意のベクトル量、 d は次元数、 $\mathbf{x}$ は粒子の座標、 r_{ij} は粒子 i と j 間の距離、 n^0 は基準粒子数密度、 λ は変数分布の分散を解析解と一致させるための係数であり、添字 i は着目粒子、 j は近傍粒子を意味する。また、 w_{ij} は重み関数であり、粒子間の相互作用の重み付けのため、次式を用いる。

$$w_{ij}(r, R) = \begin{cases} \frac{R}{r} - 1 & (r \leq R) \\ 0 & (r > R) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 R は影響半径である。さらに、重み関数を規格化するため、影響半径内の重み関数の和で表される次式の粒子数密度 n_i を求める必要がある。

$$n_i = \sum_{j \neq i} w_{ij} \quad \dots\dots\dots (8)$$

これらの偏微分演算子モデルの式は、全粒子 j についての総和であるが、粒子間の距離が R 以上の場合、重み係数がゼロとなるため、計算する必要はない。なお、流体構造の連成解析の詳細については、越塚（2005）および著者ら（2008）を参照されたい。

3. 圧力振動の問題

MPS法では、密度が一定であることを条件として、SMAC法と同様に時間刻みを分解するアルゴリズムの中で、ポアソン方程式を解いて圧力を求める。しかし、その圧力には、不自然な数値振動が含まれるため、不安定な計算になることがある。そこで、圧力振動の抑制に関する2つのアルゴリズムを従来のモデルと比較検討する。

(1) 圧力振動の抑制アルゴリズム1

最初のアルゴリズムは、ポアソン方程式のソース項を3つの成分に分解し、各成分に緩和係数を掛けて数値振動を抑制する近藤・越塚（2008）によるものである。

従来のMPS法によるポアソン方程式のソース項は、流体の密度が粒子数密度に比例することから、

$$(\text{Source term}) = \frac{1}{\Delta t^2} \frac{n^* - n^0}{n^0} \quad \dots\dots\dots (9)$$

と表される。ここで、 Δt は時間刻み幅、 n^* は陽的な計算が終了した時点の粒子数密度である。式（9）は、時間に関する差分の階数を異なる3つの項に分解させることができるので、タイムステップ k では、基準値との差の項、1階差分を含む項、および2階差分を含む項として、

$$S_0 = \frac{1}{\Delta t^2} \frac{n^k - n^0}{n^0} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$S_1 = \frac{1}{\Delta t^2} \frac{n^k - n^{k-1}}{n^0} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$S_2 = \frac{1}{\Delta t^2} \frac{n^* - 2n^k + n^{k-1}}{n^0} \quad \dots\dots\dots (12)$$

と離散化できる。そして、ソース項に緩和係数 a_0 、 a_1 および a_2 を導入することによって、ポアソン方程式は、

$$\frac{1}{\rho} \nabla^2 p = a_0 S_0 + a_1 S_1 + a_2 S_2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

と表すことができる。これらの緩和係数は、時間刻みに依存することから、本研究では、 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ 秒で $a_0 = 0.096$ 、 $a_1 = 0.96$ および $a_2 = 0.96$ を適用させた。

さらに、式（13）から得られた圧力を用いて、粒子に与える加速度を計算すると、粒子配置が不均一になりやすいため、人工的な圧力および粒子の衝突による加速度を加える。なお、人工的な圧力に100Pa、粒子の衝突距離に粒子間距離の0.7倍を用いた。また、粒子 i の粒子数密度が $n_i < 0.8n_0$ の条件を満たす場合、自由表面付近の粒子と判断し、圧力をゼロとした。

(2) 圧力振動の抑制アルゴリズム2

次に示すアルゴリズムは、田中・益永（2008）によって提案された非圧縮条件を粒子数密度が n^0 を満たすという条件のParticle Number Density条件（PND条件）と速度の発散がゼロであるという条件のDivergence Free条件（DF条件）のそれぞれの利点を生かし、さらに、疑似圧縮性を考慮することによって、MPS法の安定性と圧力の平滑化を高めるものである。以下にその概要を述べる。

滑らかな圧力分布が得られるDF条件の特徴と誤差が蓄積されないというPND条件の特徴を組み合わせるため、ソース項を次のように2つの成分に分解する。

$$(\text{Source term}) = \frac{1}{\Delta t^2} \frac{n^k - n^*}{n^0} + \frac{1}{\Delta t^2} \frac{n^0 - n^k}{n^0} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、右辺第一項はタイムステップ k の値からのズレ、第二項は基準値からのズレを表す。右辺第一項はDF条件と等しく、体積の増減を回避した滑らかな圧力分布を得られるが、ソース項が大きくなるために発散してしまう。そこで、第二項に緩和係数 γ を掛ける。これより、式（14）は次のように表すことができる。

$$(\text{Source term}) = \frac{1}{\Delta t^2} \nabla \cdot \mathbf{v}^* + \frac{\gamma}{\Delta t^2} \frac{n^0 - n^k}{n^0} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 γ の値は、体積が増減しない範囲で可能な限り小さな値をとる必要があり、 $\gamma = 1.0 \times 10^{-2}$ を用いた。そして、上式の右辺第1項には、式（6）の発散モデルを用いた。

さらに、非圧縮流体の安定性を保ちながら圧縮性の空間スケールの依存性を排除するため、係数行列の対角成分に疑似圧縮係数 c を掛ければ、圧力のポアソン方程式は、次式によって書き表すことができる。

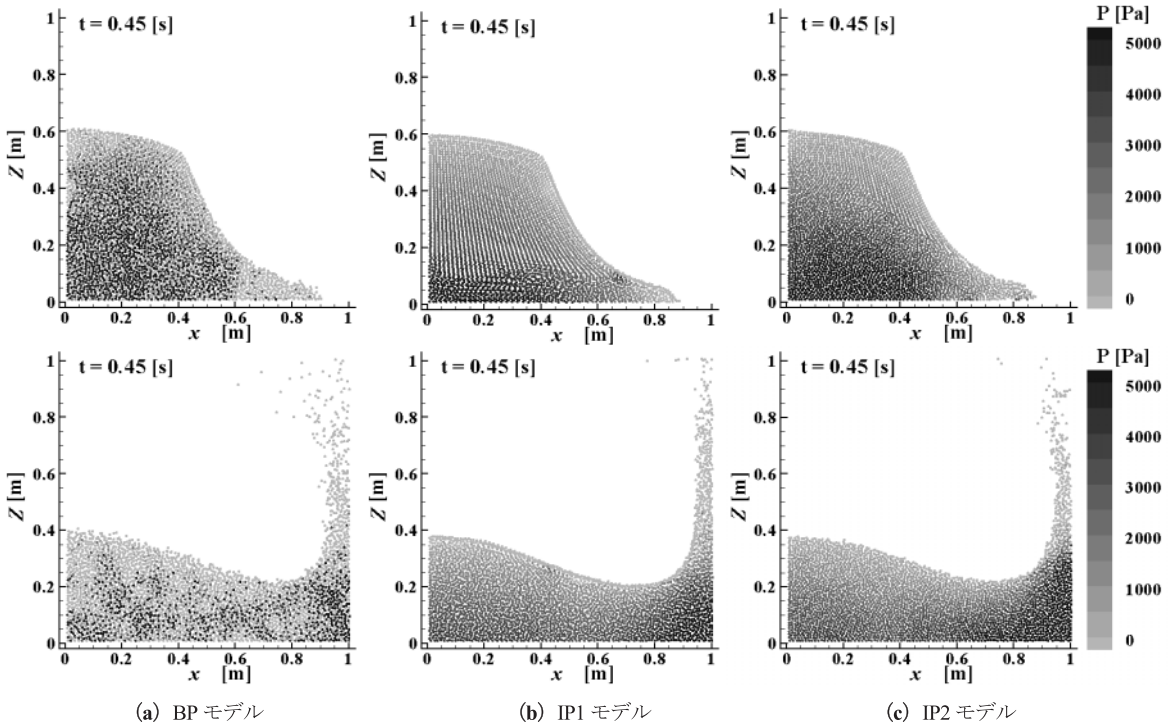


図-1 各モデルにおけるダム崩壊時の水面変化および圧力分布の比較

$$\frac{2d}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} [p_j - c p_i] = -\frac{\rho_i}{\Delta t^2} [\nabla \cdot \mathbf{v}^*]_i + \frac{\rho_i \gamma}{\Delta t^2} \frac{n^0 - n_i^k}{n^0} \dots (16)$$

なお、疑似圧縮係数 c を大きくすると、圧縮性の影響が強くなり、計算結果が大きく変わる。本研究では、 $c = 1.001$ を用いた。また、自由表面の判定には、基準近傍粒子数 N^0 および近傍粒子数 N_i を用いて、 $N_i < 0.8 N^0$ を満たす粒子 i を表面粒子とする。

(3) 計算結果の比較

ここでは、2次元ダム崩壊問題を基に、従来のモデルと2つの圧力修正モデルの計算結果の比較を行う。なお、従来のモデルをBPモデル、ポアソン方程式のソース項を時間差分の階数が異なる3つの項に分解するモデルをIP1モデル、PND条件およびDF条件としてソース項を2つの成分に分解するモデルをIP2モデルと呼ぶことにする。計算条件には、粒子径を $L = 1.0 \times 10^{-2} \text{m}$ とし、一辺100Lの正方形容器内に、高さ80L、幅40Lの水柱を設定した。

図-1は、各モデルにおけるダム崩壊時の水面形および圧力分布の比較を示す。なお、IP1モデルでは、粒子の加速度を計算する際、粒子数密度による表面粒子の判定を再度行い、 $n_i < 0.7 n_0$ の条件を満たす粒子については、人工的な圧力をゼロとした。水面の変形は、モデルに依らず概ね同様な挙動を示す。しかし、流体内部の圧力分

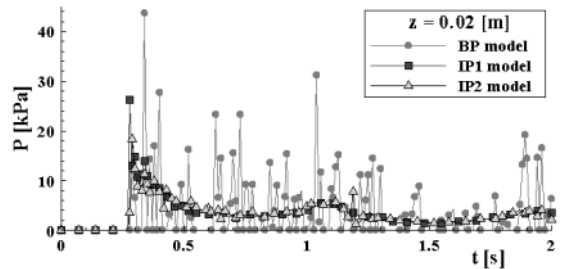


図-2 各モデルにおける計算領域右下の壁粒子に作用する圧力の時間変化の比較

布は、BPモデルでは、大部分の粒子が自由表面あるいは負圧となるだけでなく、正圧の部分も滑らかな分布となっていない。IP1およびIP2モデルでは、流体内部に自由表面と判定された粒子はなく、圧力の分布が滑らかである。またBPモデルでは、表面付近で弾けるような挙動の粒子が存在したが、改良モデルでは、ほとんど見られず安定性も向上している。特に、IP1モデルの圧力は、水面から底面まで不連続面のない滑らかな分布となる。

次に、空間的な圧力分布だけでなく、時間的な圧力振動を比較する。その結果が図-2であり、計算領域右下角（底面から高さ $z = 0.02 \text{m}$ ）の壁粒子に作用する圧力の時間変化を示す。BPモデルでは、激しい振動となるが、修正モデルでは、平滑化された圧力の変化を示す。

以上より、圧力のポアソン方程式の修正によって、圧

力振動を抑制することが可能であることがわかったが、いずれのアルゴリズムも緩和係数あるいは疑似圧縮係数のような計算条件に依存するパラメータが存在するため、適切なパラメータを選択することに注意が必要である。

3. 造波境界

津波のような長波の孤立波を発生させるため、ピストン式造波板による造波境界を設定する。図-3に示すような数値水槽の左側壁を造波板として、稼働可能な剛体粒子で構成し、次式を用いて造波板の変位 x を制御させる。

$$x = \frac{A}{2} \tanh\left\{2\pi\left(\frac{t}{t_0} - \frac{1}{2}\right)\right\} + \frac{A}{2} \quad (0 \leq t \leq t_0) \quad \dots\dots (17)$$

ここで、 A は造波板の変位幅、 t_0 は造波板が A だけ変位するのに要する時間である。

造波境界の精度検証のため、超音波センサーを用いた実験で得られた入射波高との比較を行う。図-4は、造波板から2.0mの位置（図-3のWHの位置）の波高について、計算値 H_{num} と実験値 H_{exp} の結果である。なお、IP1とIP2モデルの圧力値に大きな差が見られなかったため、IP1とBPモデルを精度検証に用いた。入射波高を2.0cmから7.0cmまで5通り造波させたところ、IP1モデルの計算結果が実験値と良く一致していることから、式(17)による造波境界の適用は可能と言える。ただし、BPモデルにおいて、波高の増大に伴って過大な値になる原因として、

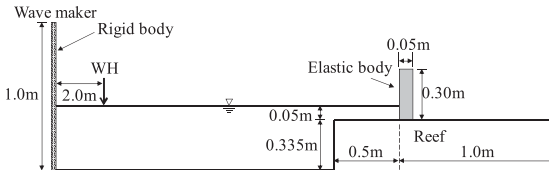


図-3 流体-構造連成解析に用いる数値水槽

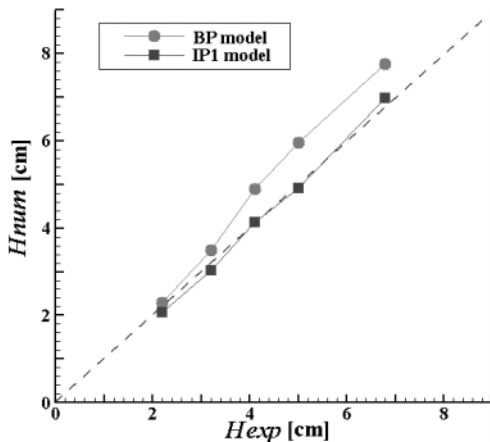
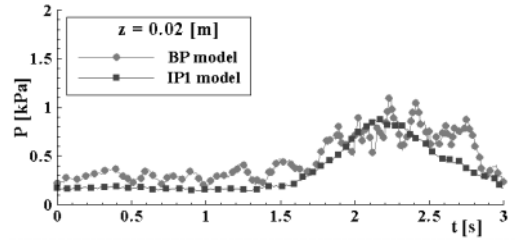


図-4 入射波高の計算結果 H_{num} と実験値 H_{exp} の比較

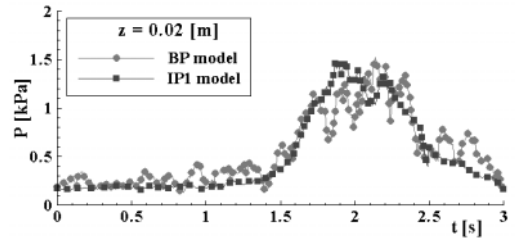
表面粒子の粒子数密度の判定条件が $n_i < 0.97n_0$ とIP1に比べて厳しく、粒子数密度 n_i と基準粒子数密度 n_0 の差が圧力の値に強く影響するようになる。そのため、波形勾配が大きくなるような場合、 n_0 からの顕著なズレの粒子が表面付近に多く存在し、不安定な挙動になったものと考えられる。

4. 流体-構造連成解析における圧力振動の影響

精度の良い流体-構造連成解析の開発のため、流体の圧力振動が流体と構造物の力の相互作用および構造物の変形に及ぼす影響を検討する。計算領域は、図-3に示す通りであり、リーフ上に高さ30cm、厚さ5cmの断面2次



(a) 波高 $H=2.0$ cm



(b) 波高 $H=7.0$ cm

図-5 リーフ底面から2cmの位置における構造物に作用する圧力の時間変化の比較

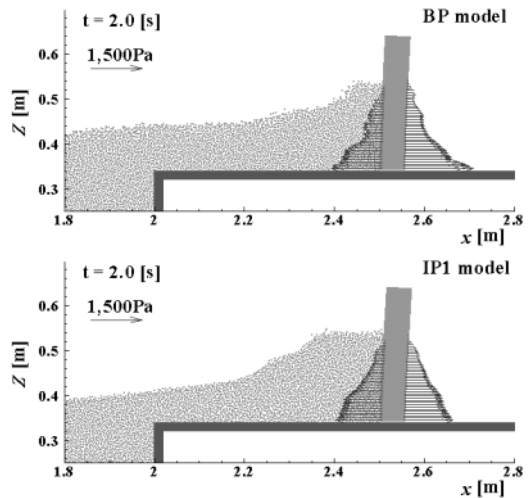


図-6 流体による圧力 P_w （構造物右側）と構造物が受ける圧力 P_s （構造物左側）の鉛直分布の比較

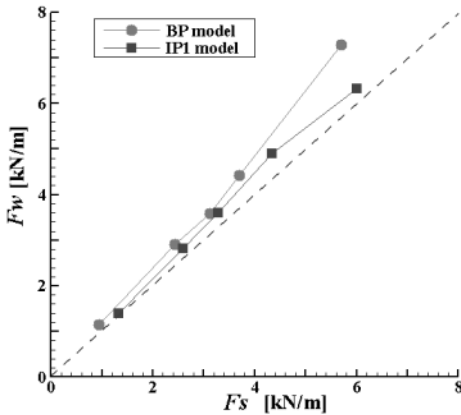


図-7 構造物前面の流体粒子の力 F_w および構造物粒子に作用する力 F_s の比較

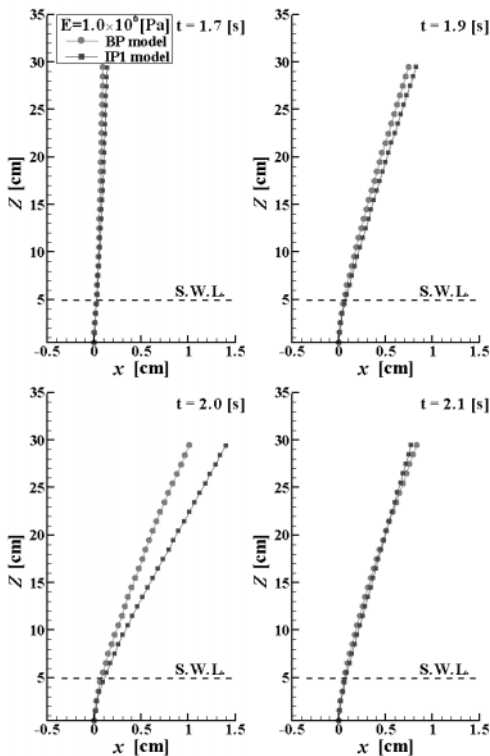


図-8 流体力による構造物の変形過程の比較

元構造物を設置し、その物性値は、ヤング率を $1.0 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ およびポアソン比を 0.30 とした。

図-5は、リーフ底面から高さ2.0cmの位置での構造物に作用する圧力の時間変化の比較を示す。なお、図中の圧力は0.1秒かつ 1 cm^2 で時空間平均した値である。波高 $H=2.0 \text{ cm}$ および 7.0 cm の各条件において、BPモデルでは、圧力の値は振動を繰り返し、最大値もはっきりしない。一方、IP1モデルでは、構造物に流体力が作用する前の圧力は一定値であり、流体力の作用に伴って増大し、最大

値に達した後、滑らかに減少していることがわかる。

図-6は、波高7.0cmにおける構造物前面の流体による圧力 P_w と構造物が受ける圧力 P_s の鉛直分布を比較したものである。構造物の左側に構造物の P_s 、右側に流体の P_w の値を示す。BPモデルでは、 P_w が P_s に比べて大きな圧力分布の傾向を示すが、IP1モデルでは、両者は比較的同等な圧力分布となる。そこで、各波高における単位幅当たりの流体粒子の力 F_w および構造物粒子が受ける力 F_s の比較を図-7に示す。作用反作用の法則より $F_w = F_s$ となるはずであるが、波高の増大と共に F_w が大きくなる。特に、BPモデルでは、 F_w が F_s を大きく上回る。また、各波高での F_s の値もIP1モデルよりも若干小さな値となる。さらに、図-8は、流体力による構造物の変形過程の比較を示す。最大変形時の前後では、変形に差はほとんど見られない。しかし、最大時の2.0秒になると、変形に大きな差が生じることから、BPモデルでは、流体の力が適切に構造物に作用していないと言える。

5. まとめ

MPS法が持つ特有の圧力振動の問題に対して、圧力のポアソン方程式のソース項を修正した2つのアルゴリズムを比較検討し、圧力振動を抑制させる効果を示したが、計算条件に適した緩和係数あるいは疑似圧縮係数の設定が必要不可欠であり、最適な係数の選択が今後の検討課題と言える。さらに、流体-構造成連成解析において、圧力振動が波の生成に影響を及ぼし、流体力の作用および構造物の変形にも強い影響を与えており、流体力が適切に構造物側へ作用していないことを明らかにした。

本研究は、科学研究費補助金若手 (B) 19710153 および北東北3大学連携推進研究プロジェクトによる成果であることをここに付記する。

参考文献

- 小笠原敏記・菊地重友・佐々木信也・堺 茂樹 (2008) : MPS法による流体-構造成連成解析に関する検討, 海岸工学論文集, 第55巻, pp.21-25.
- Khayyer Abbas・後藤仁志 (2008) : 粒子法における圧力擾乱低減のためのCMPS-HS法の提案, 海岸工学論文集, 第55巻, pp.16-20.
- 越塚誠一 (2005) : 粒子法, 丸善, 63 p.
- 近藤雅裕・越塚誠一 (2008) : MPS法における不自然な数値振動の抑制, Transactions of JSCES, No.20080015.
- 末吉 誠・内藤 林 (2004) : 粒子法による数値計算において圧力振動を軽減する補助計算手法について, 関西造船協会講演概要集, 22, pp.57-60.
- 田中正幸・酒井幹夫, 越塚誠一 (2007) : 粒子ベース剛体シミュレーションと流体との連成, Transactions of JSCES, No.20070007.
- 田中正幸・益永孝幸 (2008) : 疑似圧縮性効果によるMPS法の安定化と圧力の平滑化, Transactions of JSCES, No.20080025.