

粒子法における圧力擾乱低減のための新しい自由水面判定条件の提案

New Assessment Criterion of Free Surface for Stabilizing Pressure Field in Particle Method

後藤仁志¹・Khayyer Abbas²・堀智恵実³

Hitoshi GOTOH, Abbas KHAYYER and Chiemi HORI

Particle methods, despite their inherent capabilities, have a few drawbacks including spurious pressure fluctuations. Several reasons are supposed to be behind this drawback. One of the important issues contributing to unphysical pressure fluctuations in a particle-based simulation of free-surface flows is related to an insufficient or a too simple criterion for assessment of free-surface particles. In this paper, we propose an auxiliary criterion for a more efficient and accurate assessment of free-surface in a particle-based calculation of incompressible free-surface fluid flows. The proposed criterion is based on the nearly symmetric arrangement of non-free-surface particles and its efficiency is demonstrated.

1. はじめに

粒子法は、水面のトポロジーさえ変化するような複雑条件下でも安定して機能することから、巻き波型碎波の解析などに適用されてきたが、SMAC系のスキームで移動計算点を用いるために計算点の座標更新誤差が圧力の擾乱（ノイズ）を発生させるという欠点が存在する（Gotohら, 2005; Khayyer・Gotoh, 2008, 2009）。圧力擾乱の抑制には、運動量保存性の改善による粒子座標更新誤差の低減（CMPS法）（Khayyer・Gotoh, 2008, 2009）やPoisson方程式の生成項の高精度化（Khayyerら, 2009）が有効ではあるが、これらの手法を用いても粒子間相互作用域内の計算粒子数が少ない界面（水面）付近や固定壁面付近では、しばしば座標更新誤差が顕在化して粒子数密度の局所的低下が生じ、水面の誤判定（水中を水面と判定するエラー）が発生する。このエラーの本質が粒子座標更新における誤差にあるのは間違いないが、水面の判定条件が単に粒子数密度の絶対値にのみ依存していることもエラーを助長する一因である。

そこで本稿では、粒子配列の非対称性を判断する補助判定条件を従来の水面判定条件に追加する新しい方法を考案した。静水圧に関してはMPS法（Koshizuka・Oka, 1996）の解と比較し、動水圧に関しては、ISPH法（Shao・Lo, 2003）およびCISPH-HS法（Khayyerら, 2009; Khayyer, 2008）の解と比較することにより、新しい自由水面判定条件の圧力擾乱の低減効果を明らかにする。

2. 自由水面判定条件

非圧縮性流れの粒子法計算では一般的に、自由水面境界で密度（または粒子数密度）が疎になることから、対

象とする粒子の密度が閾値未満になった場合に、その粒子を水面粒子と判定する。つまり、MPS法およびISPH法における自由水面判定条件はそれぞれ、

$$n_i < \beta n_0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\rho_i < \beta \rho_0 \dots\dots\dots (2)$$

のように表される。ここに、 n_i, ρ_i ：粒子*i*で計算される粒子数密度および密度、 n_0, ρ_0 ：初期状態で計算される粒子数密度および密度（標準値）、 β ：1.0未満の定数（例えば、 $\beta=0.97$ （Koshizuka・Oka, 1996; Gotoh・Sakai, 2006）、 $\beta=0.99$ （Shao・Lo, 2003））である。粒子法では式（1）または（2）の条件を満たす粒子を自由水面粒子と判定し、ゼロ圧力値を与えるのだが、この判定条件のみでは、自由水面境界の粒子だけでなく、水中の粒子も水面粒子と判定されることが多い（Khayyerら, 2008; Khayyer・Gotoh, 2008）。

水中粒子を自由水面とする誤判定の原因は、粒子法計算では粒子*i*の密度（粒子数密度）の計算に用いる関数が、近傍粒子*j*との瞬間相対距離を引数とするところにある。

$$n_i = \sum_j W(|r_i - r_j|, h) = \sum_j W_{ij} \dots\dots\dots (3)$$

$$\rho_i = \sum_j m_j W(|r_i - r_j|, h) = \sum_j m_j W_{ij} \dots\dots\dots (4)$$

W_{ij} はkernel関数（MPS法では重み関数と呼ばれる）である。各粒子の運動は影響域内での粒子間相互作用を考慮した近似式により計算されるので、有限個粒子の瞬間相対距離の積算として近似される密度には、計算誤差が含まれる。簡潔な自由水面判定条件（式（1）および（2）のみでは、水面判定が不正確となって圧力擾乱を助長し、

1 正会員 博(工) 京都大学教授 工学研究科都市環境工学専攻
2 正会員 博(工) 京都大学研究員 工学研究科都市環境工学専攻
3 学生員 京都大学大学院修士課程 都市環境工学専攻

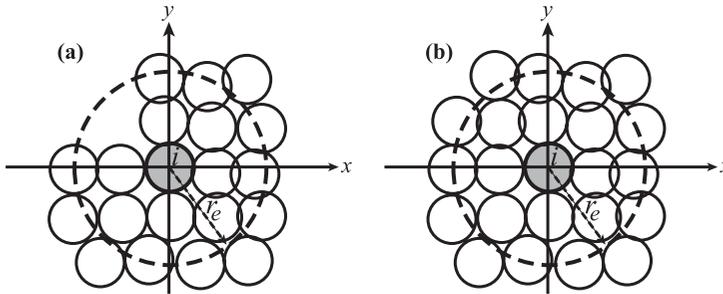


図-1 近傍粒子の (a) 非対称配列, (b) 準対称配列

計算全体の安定性にも悪影響を及ぼすこととなる。

本稿では、自由水面を含む非圧縮性流れの粒子法計算における、より効果的で正確な自由水面粒子判定のための補助判定条件を提案する。

3. 自由水面の補助判定条件

提案する条件では、水面粒子と非水面粒子それぞれの近傍粒子配列の幾何学的相違を利用する。対象とする粒子が自由水面粒子である場合、図-1 (a) のように近傍粒子配列は非対称である。一方、図-1 (b) のように近傍粒子配列がほぼ両軸対称であると、粒子の密集率が比較的疎なときには対象粒子の密度 (粒子数密度) が $\beta\rho_0$ (βn_0) より小さくなることもある。しかし、図-1 (b) の場合の粒子 i が自由水面粒子と判定されてはならないことは明らかである。

近傍粒子配列が対象粒子に関して両軸対称であるとき、対象粒子 i と近傍粒子 j との相対位置ベクトルの各成分の影響域内の総和は相殺して、ほぼゼロとなる。しかし非対称の場合、成分ごとの相殺は不完全となり、総和はゼロ近傍にならない。以上を考慮し、水面粒子と判定する際、次の補助判定条件を追加する。

$$\left| \sum_{i \neq j}^M x_{ij} \right| > \alpha \quad \text{or} \quad \left| \sum_{i \neq j}^M y_{ij} \right| > \alpha \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$; \quad x_{ij} = x_j - x_i, \quad y_{ij} = y_j - y_i$$

ここに、 M : 近傍粒子数、 α : 定数であるが、試行錯誤の結果 $\alpha = d_0$ (粒子径) と設定した (以上の判定法: 特願 2008-239690)。

次節では、補助判定条件の効果を2つのテストケースにより評価する。ケース1はMPS法による静水圧計算、ケース2はISPH法とCISPH-HS法によるダム崩壊流れシミュレーション (Hu・Kashiwagi, 2004; Zhouら, 1999) である。CISPH-HS (Corrected ISPH with a Higher order Source term) 法は、運動量保存の保証と圧力Poisson方程式の生成項の高精度化をISPH法に施した手法である。今回の新しい判定条件を適用した手法については、添字

ASA (Assessment of free-surface based on nearly Symmetric Arrangement of non-free-surface particles) を付加した (例えば、MPS-ASA, CISPH-HS-ASA)。

4. 圧力場の解の比較

(1) 静水圧に関して; MPS vs. MPS-ASA

静水圧の再現性を示すため、水深20.0cmの矩形水槽を準備し、水槽中央の底面における圧力 (底面壁構成粒子の圧力値) の時系列をMPS法およびMPS-ASA法で比較する。粒子径を4.0mm、計算領域内の粒子を約3600個とした。図-2 (a) は、MPS法とMPS-ASA法において自由水面粒子と判定された粒子の分布を表している。MPS法の解に見られる水面粒子の誤判定が、MPS-ASA法では完全に除去され、補助判定条件の効果は明瞭である。図-2 (b) は、 $t = 0.382s$ における圧力分布を示している。MPS法では激しい圧力擾乱が生じているのが見える一方、MPS-ASA法では擾乱のレベルが大きく低下し、比較的整然とした分布を呈している。

図-3 (a) は、水槽中央の底面粒子における水圧時系列を示している。MPS-ASA法で計測される圧力も理論値と必ずしも合致せず振動するものの、MPS法による振動に比べると、振幅は小さくなっている。また、MPS法では一定時間経過しても、1時間ステップごとに値が大幅に上下する状況が続くが、MPS-ASA法においては一定時間経過後は、1時間ステップでの値の変化は小さくなる。MPS-ASA法では、一時的に理論値に収束するように見える期間があるが ($t = 0.27s, 0.35s$ 付近)、その後再び徐々に振幅が増加する。これは、MPS法では、圧力Poisson方程式の生成項が線形近似されるので、圧力解に数値誤差が蓄積されやすく、蓄積された誤差が時間とともに顕在化したためと考えられる。図-3 (b) は、MPS法とMPS-ASA法による計算において自由水面と判定される粒子総数 (N) の時系列を表す。静水状態なので当然水面粒子数は一定であるはずだが、MPS法の標準的な水面判定では長時間経過しても水中粒子を水面と判定するエラーが頻出している。一方、計算開始後しばらくは、

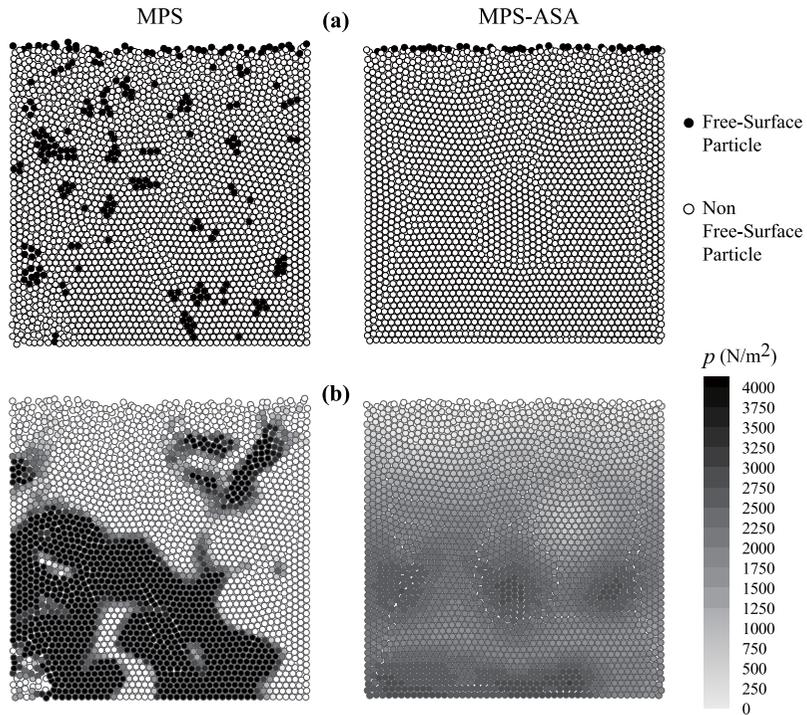


図-2 静水状態の比較 (a) 水面粒子分布, (b) 圧力分布

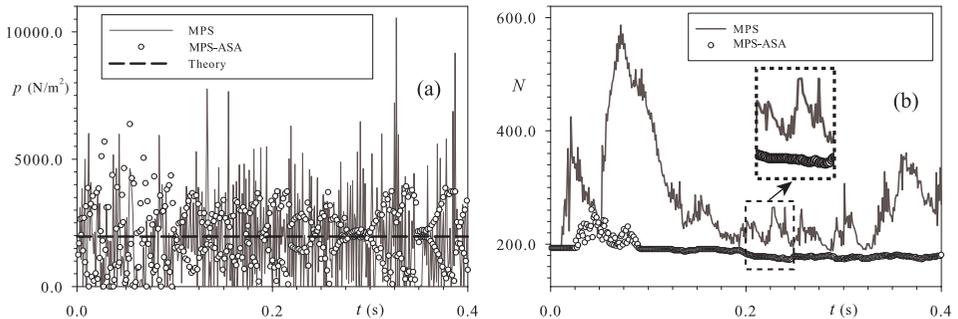
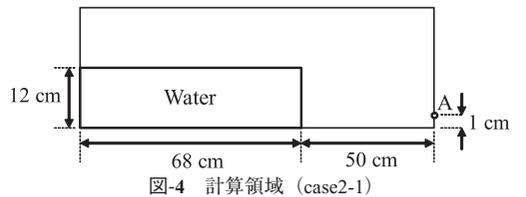


図-3 静水状態の定量値時系列 (a) 底面水圧, (b) 自由水面粒子数

MPS-ASA法によって判定される水面粒子の総数も一時的に増加するが、その後はほぼ一定値に収束する。最初の増加が計算開始直後でなく数ステップ経過後に発生するのもやはり、計算開始後から1時間ステップごとに圧力のPoisson 方程式から算出される圧力数値誤差の蓄積が、粒子の非物理的なばらつきを招き、今回の補助判定法でも修正しきれない誤判定を導いていると考えられる。圧力擾乱をさらに低減するためには、新しい自由水面判定条件を高精度粒子法に適用する必要がある。

(2) 動水圧に関して；CISPH-HS vs. CISPH-HS-ASA

ダム崩壊流れのシミュレーションを2ケース行った。Hu・Kashiwagi (2004) による実験条件 (case2-1), Zhouら (1999) による実験条件 (case2-2) と合わせた計算条件について、ISPH法, CISPH-HS法およびCISPH-HS-



ASA法により計算を行った。

case2-1の概略図を図-4に示した。粒子径は4.0mmである。点Aは、圧力計測器が設置された箇所である。図-5には、ISPH法, CISPH-HS法およびCISPH-HS-ASA法による計算で得られる点Aでの圧力値時系列を、実験データとともに示した。CISPH-HS法も、ISPH法と比較すると圧力擾乱の低減効果は明らかだが、誤ったゼロ圧力値

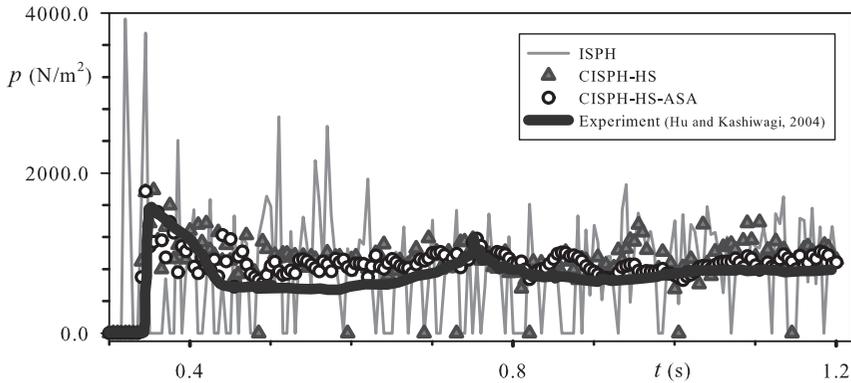


図-5 ダム崩壊シミュレーションにおける圧力時系列の比較 (case2-1)

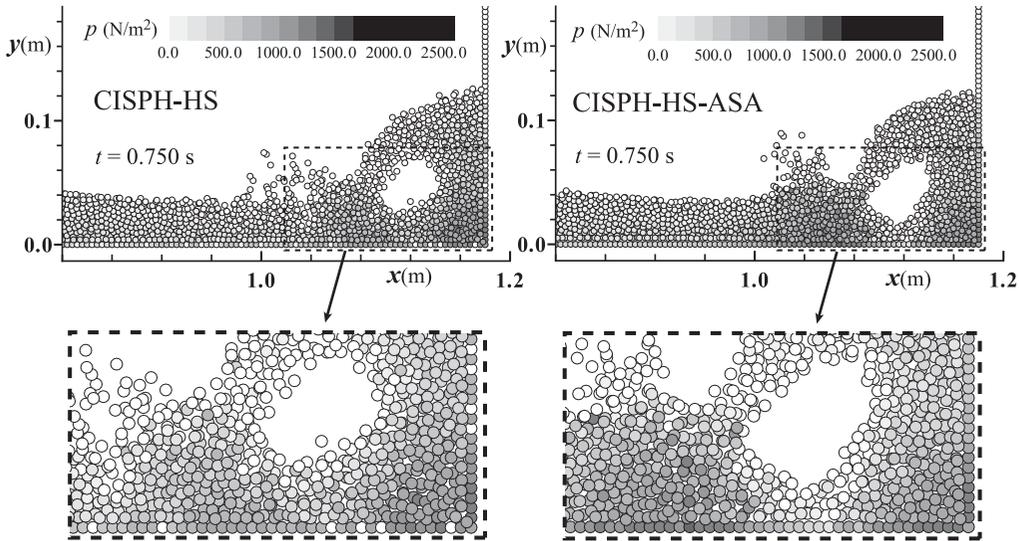


図-6 瞬間圧力分布 (case2-1)

が存在する。この不正ゼロ値が、CISPH-HS-ASA法では完全に取り除かれている。さらに、CISPH-HS-ASA法では、2回生じる特徴的な圧力ピークを概ね再現している ($t = 0.35s, 0.75s$ 付近)。運動量保存性と高精度圧力解を保証され、物理的により正しい運動をする粒子を、補助判定条件によって正しく評価することが、圧力擾乱低減に大きく寄与した結果である。新しい水面判定条件の効果を更に明瞭に示す例として、CISPH-HS法とCISPH-HS-ASA法の計算による $t = 0.750s$ での瞬間図を図-6に示した。CISPH-HS法で表される不正ゼロ圧力を保持する粒子の点在 (左側の拡大図中の白色粒子 (特に壁粒子)) が、補助判定条件を適用することによって除去されることがわかる。また、粒子のばらけが少なくなり、空気室界面がより明瞭に再現されている。

case2-2の概略図を図-7に示す。点Bは圧力計測器の設置箇所である。図-8は、実験データとISPH法、CISPH-HS法およびCISPH-HS-ASA法による圧力時系列である。

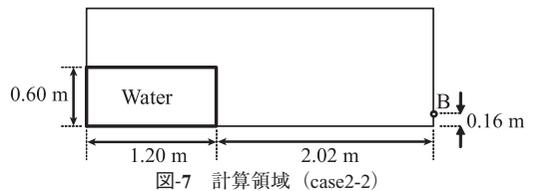


図-7 計算領域 (case2-2)

この場合も、多くの不正ゼロ値がISPH法、CISPH-HS法どちらにおいても出力される。一方、CISPH-HS-ASA法では、前ケースのシミュレーション同様、不正ゼロ値が効果的に取り除かれている。ただし、最初のピークは実験値と概ね一致するものの、2回目のピークの出現については、実験に対してCISPH-HS-ASA法のピークも、無視できない程度の遅れを呈している。そして、実験値には現れない3回目以降のピークが、CISPH-HS法、CISPH-HS-ASA法のどちらにおいても出現する。2回目のピークに関しては、本手法だけでなく他の粒子法によっても程度の差こそあれ、出現の遅れが見られることが

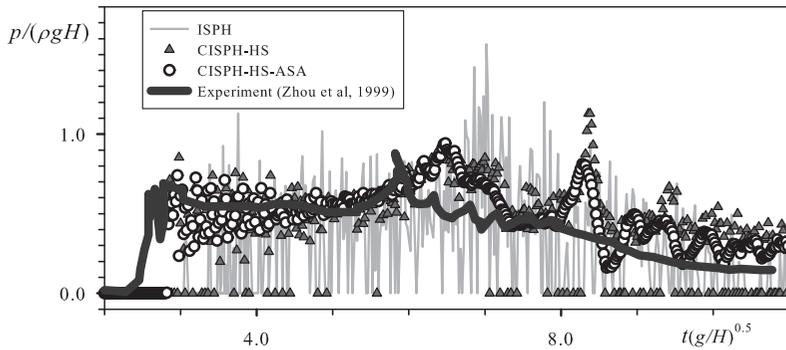


図-8 ダム崩壊シミュレーションにおける圧力時系列の比較 (case2-2)

確認されているので、実験における計測誤差も含めて、より詳細な検討が必要である。一方、3回目以降に現れるピークは明らかに数値エラーであり、これは空気封入を含む激流現象に対して単相流モデルを採用した場合にしばしば生じるものである。気液二相流モデルの導入が必要と考えられるが、本稿の補助判定条件の適用によっても、異常ピークおよびその後の圧力の過大評価を一定程度抑制できることがわかる。

5. おわりに

本稿では、粒子法において、圧力推定の精度向上を目指して、新しい自由水面判定条件を提案した。水中でありながら自由水面判定の候補に挙がる粒子の近傍粒子配列は準対称であるという着想に基づき、補助判定条件(特願2008-239690)を考案し、その効果を検証した。静水圧に関しては、MPS法の解に見られた誤判定水面粒子の分布や激しい圧力擾乱が、補助判定条件を付加する(MPS-ASA法)ことによって、きわめて効果的に是正された。さらに動水圧についても、激しい壁面衝突を伴うダム崩壊流れを対象とした水圧分布の再現性に関して、ISPH法を高精度化(CISPH-HS法)しても解消されなかった圧力のゼロドロップを除去することに成功した。

今回提案した補助判定条件は、非圧縮性流れを対象とした陰解法型の粒子法に適用可能である。特に圧力のPoisson方程式の生成項を高精度化した粒子法(CMPS-HS法, CISPH-HS法など)に適用することで、圧力擾乱の低減において最大の効果を発揮する。今回は、高精度粒子法における適用に関してはCISPH-HS-ASA法のみ

の報告となったが、CMPS-HS-ASA法もきわめて優良な結果をもたらすことが期待できるので、更に検証を続けたい。

参考文献

Gotoh, H., Ikari, H., Memita, T. and Sakai, T.(2005): Lagrangian particle method for simulation of wave overtopping on a vertical seawall, *Coast. Eng. Journal*. 47(2 & 3), pp.157-181.

Gotoh, H. and Sakai, T. (2006): Key issues in the particle method for computation of wave breaking, *Coastal Engineering* 53(2-3), pp.171-179.

Hu, C.H. and Kashiwagi, M.(2004): A CIP method for numerical simulations of violent free surface flows, *Journal of Marine Science and Technology* 9(4), pp. 143-157.

Khayyer, A.(2008): Improved Particle Methods by Refined Differential Operator Models for Free-Surface Fluid Flows, Ph.D. Dissertation, Kyoto University, September 2008.

Khayyer, A. and Gotoh, H.(2008): Development of CMPS method for accurate water-surface tracking in breaking waves, *Coastal Engineering Journal*, 50(2), pp.179-207.

Khayyer, A. and Gotoh, H.(2009): Modified Moving Particle Semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure, *Coastal Engineering* 56, pp.419-440.

Khayyer, A., Gotoh, H. and Shao, S.D.(2008): Corrected Incompressible SPH method for accurate water-surface tracking in breaking waves, *Coastal Engineering* 55(3), pp.236-250.

Khayyer, A., Gotoh, H. and Shao, S.D.(2009): An Improved Incompressible SPH Methods For Wave Impact Simulations, Proc. 4th international SPHERIC workshop, Nantes, France.

Koshizuka, S. and Oka, Y.(1996): Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid. *Nuclear Science and Engineering*, 123, pp.421-434.

Shao, S.D. and Lo, E.Y.M.(2003): Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-newtonian flows with a free surface, *Advanced Water Resources*, 26(7), pp.787-800.

Zhou, Z.Q., De Kat, J.O. and Buchner, B.(1999): A Nonlinear 3-D Approach to Simulate Green Water Dynamics on Deck, Proc. 7th Numerical Simulation Hydrodynamics, France, 5.1.1-15.