

防波堤の滑動量に関する破壊確率の算定精度向上に関する研究

A Study on the Improvement of the Accuracy of Failure Probability of Breakwaters
in view of Sliding Displacement by Monte Carlo Simulation

長尾 毅¹・吉岡 健²・尾崎竜三³

Takashi NAGAO, Takeshi YOSHIOKA and Ryuzo OZAKI

The Monte Carlo Simulation method is widely used for the evaluation of failure probability of breakwaters in view of sliding displacement. The method might be used more frequently in the future as the new technical standards for port and harbor facilities employ the performance-based design methodology. The accuracy of the result of the simulation depends on the pseudorandom number generating method and iteration number. This study aims at presenting the appropriate pseudorandom number generating method and iteration number for the evaluation of failure probability of breakwaters in view of sliding displacement.

1. はじめに

港湾基準(2007)が改正され, 信頼性設計法が導入された。防波堤の外部安定については, 部分係数を用いるレベル1信頼性設計法が標準的な方法として位置づけられているが, 新しい港湾基準の大きな特徴は, 性能規定化がなされ, 性能照査方法については設計者の判断による自由度が認められているという点にある。防波堤の外部安定のうち, 滑動安全性については, 信頼性設計法の手法として滑動量に関する破壊確率等をモンテカルロシミュレーション(以下, MCSと記述)によって評価する試みが下迫・高橋(1998)によって提案されて以来, 現在広く用いられている。従って, 港湾基準の性能規定化に伴い, MCSによる方法は, 設計実務における適用が増えることが想定される。しかしながら, MCSは乱数の発生方法や試行回数によって結果が異なるため, 適切な方法を用いないと精度が悪い場合がある。本研究では, 防波堤の滑動量に関する破壊確率をMCSによって精度よく求めるための乱数の発生方法と試行回数について検討を行った。

2. 防波堤の滑動量に関する破壊確率の算定方法

(1) 算定方法の概要

下迫・高橋(1998)の方法はMCSによって設計供用期間中の累積滑動量の平均値(期待滑動量)を評価するものであるが, 本研究では期待滑動量ではなく, 下迫・多田(2003)により提案された, 供用期間中の累積滑動量が基準値を超

える確率を対象とする。算定方法は, ①滑動に関する運動方程式を数値積分して1波毎の滑動量を算定する, ②レーリー分布に基づいて, 1回の高波(来襲波群)による累積滑動量を計算する, ③これを供用年数分繰返して供用期間中の累積滑動量を計算する, ④MCSによって各設計因子(波高, 潮位, 摩擦係数, 自重等)のばらつきを考慮し, 滑動量に関する破壊確率を評価するという4つの計算領域で構成されている。このとき, 高波は毎年1回来襲することとし, その継続時間は2時間としている。毎年の高波は沖波の極値分布形に従って発生させ, 沖波波高から堤前位置での有義波高, 最高波高の算出に際しては, 換算沖波波高を用いた浅水変形, 碎波変形モデル(合田, 1975)を用いている。

1波での滑動量の計算は, 式(1)に示すケーソンの滑動に関する運動方程式を2回積分することにより算定する。

$$\left(\frac{W}{g} + M_a\right) \frac{d^2x}{dt^2} = P_H - f(W' - P_U) \quad (1)$$

ここで, W : 堤体の空中重量(kN/m), g : 重力加速度(m/s^2), M_a : 付加質量($=1.0855 \rho_0 h'^2$)(t/m), ρ_0 : 海水の密度(1.03 t/m^3), h' : ケーソン底面から静水面までの高さ(m), x : ケーソンの滑動量(m), P_H : 堤体に作用する水平波力(kN/m), W' : 堤体の水中重量(kN/m), P_U : 堤体に作用する揚圧力(kN/m), f : 堤体底面と基礎との摩擦係数である。

水平波力および揚圧力の従う波力の時系列モデルとしては, 谷本ら(1996)が提案している三角形パルスに正弦波形を組み合わせた波形モデルを用いている。

(2) MCSの方法

MCSの一般手順は次の通りとなる。①擬似乱数(区間[0,

- | | |
|-------------|----------------------|
| 1 正 会 員 工 博 | 国土技術政策総合研究所 港湾施設研究室長 |
| 2 正 会 員 工 修 | 電源開発株式会社 |
| 3 正 会 員 工 博 | 中央復建コンサルタンツ株式会社 |

1]の一樣乱数)を発生させる。②一樣乱数を、必要な確率分布および相関を有する乱数に変換する。③得られた乱数の組み合わせを用いて、構造物の安全性を評価する。④以上の評価を数多く実施し、破壊と判定された回数を全試行回数で除して破壊確率とする。

本研究では、防波堤の滑動量に関する破壊確率の評価のための MCS の方法として、以下の3通りの方法を用いて相互比較を行った。即ち、①一樣乱数の発生に線形合同法を用い、正規乱数への変換に中心極限定理を用いる方法(以下 LCG と記述)、②一樣乱数の発生にメルセンヌ・ツイスタを用い、正規乱数への変換にボックス・ミュラー法を用いる方法(以下 MT と記述)、③一樣乱数の発生に超一樣分布列を用い、正規乱数への変換に誤差関数の初等関数近似による逆演算を用いる方法(以下 LDS と記述)である。以下、各方法について説明する。

①は現在広く用いられている方法である。線形合同法は式(2)によって一樣乱数列を発生させる。線形合同法は周期等の面で問題があるという指摘が各方面でなされており、擬似乱数の発生方法としては世代前の方法といえる。

$$x_n = \lambda x_{n-1} + c \pmod{P} \quad (2)$$

ここで、 λ , c , P は定数, mod は、その前の値をその後の値で除した余りである。

正規乱数への変換に用いる中心極限定理は、同一の確率分布からサンプリングされた多数の乱数の和は正規分布に近づくことを利用したものである。一樣乱数 x_i ($i=1, \dots, n$) の n 個の和の平均 μ , 標準偏差 σ は式(3)により得られる。

$$\mu = n/2, \quad \sigma = \sqrt{n/12} \quad (3)$$

これより、例えば12個の乱数の総和から6を引けば、平均ゼロ、標準偏差1の正規乱数に変換されることになる。ただし、中心極限定理は破壊確率の評価のために最も重要な確率分布の裾の部分の精度に問題がある可能性がある。

②のメルセンヌ・ツイスタは Matsumoto・Nishimura (1998) によるもので、現在の標準的な擬似乱数発生アルゴリズムとして広く用いられており、周期が $2^{9937}-1$ と周期等の面で非常に優れたものとなっている。

ボックス・ミュラー法 (Box・Muller, 1958) は式(4)に示すように、2つの独立な一樣乱数から正規乱数を発生させるものであり、中心極限定理と比較して分布の裾の精度は高いと考えられる。

$$z_n = \sqrt{-2 \ln x_n} \cos(2\pi y_n) \quad (4)$$

③の超一樣分布列は準乱数を発生させる方法で、ランダ

ム性はないものの確率分布の再現性は最も優れており、破壊確率の計算などの積分問題への適用については収束が早いことが期待される。まず、10進法の整数 n を b 進法に展開した $x_n = \phi_b(n)$, $n = 0, 1, \dots$ は基数 b の van der Corput 列と呼ばれる。ここで、 $\phi_b(n)$ は基底逆関数と呼ばれ、整数 n を b 進展開した係数 a_j をもとに、以下で与えられる。

$$\phi_b(n) = \frac{a_0}{b} + \frac{a_1}{b^2} + \frac{a_2}{b^3} + \dots + \frac{a_m}{b_{m+1}} = \sum_{j=0}^m a_j(n) b^{-j-1} \quad (5)$$

Faure 列においては、 k 次元の問題に対して、 k 以上の素数 p を基数として用いる。まず1次元目は基数 p の van der Corput 列と同じである。

$$x_n^1 = \sum_{j=0}^{\infty} a_j^1(n) p^{-j-1} \quad (6)$$

2次元目以上については次の通りとなる。

$$x_n^i = \sum_{j=0}^{\infty} a_j^i(n) p^{-j-1} \\ \begin{pmatrix} a_0^i(n) \\ a_1^i(n) \\ a_2^i(n) \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}_0C_0 & {}_1C_0 & {}_2C_0 & \dots \\ & {}_1C_1 & {}_2C_1 & \dots \\ & & {}_2C_2 & \dots \\ & & & \ddots \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} a_0^1(n) \\ a_1^1(n) \\ a_2^1(n) \\ \vdots \end{pmatrix} \pmod{p} \quad (7)$$

ここで、 ${}_sC_t$ は二項係数であり、以下により得られる。

$${}_sC_t = \frac{s!}{(s-t)!t!} \quad (8)$$

本研究では、これを更に田村・白川(1999)が改良した一般化 Faure 列を用いた。また、誤差関数の初等関数近似による逆演算は、1つの一樣乱数から1つの正規乱数が得られるため効率が良い。本研究ではこれに大浦(1995)によるものを用いた。これは、式(9)を近似式として、誤差関数の複素領域での有理関数近似を最適化したものである。ただし、 $E_{\alpha,\beta}(z)$ が不連続になるなどの理由により複素関数近似の場合は近似領域を分割する必要があるが、煩雑さを省略するために最適化は実近似のみで行われている。

$$\text{erfc } z \approx E_{\alpha,\beta}(z) \\ + e^{-z^2} z \left[\frac{a_0}{z^2 + b_0} + \frac{a_1}{z^2 + b_1} + \dots + \frac{a_{N-1}}{z^2 + b_{N-1}} \right] \quad (9) \\ E_{\alpha,\beta}(z) = \begin{cases} \frac{2}{1+e^{\alpha z}} & ; \text{Re } z + |\text{Im } z| < \beta \\ 0 & ; \text{Re } z + |\text{Im } z| \geq \beta \end{cases}$$

ここで、 a_i , b_i , α , β は最適化により決定される定数であり、 N は展開項数である。

表-1 検討条件

ケース No.	沖波				堤前波			潮位 (wl)	海底勾配 (s)	摩擦係数 (μ)	壁前面の 水深(h)	ケーソン設置 水深(h')	根固工 水深(d)	マウント肩幅 (BM)
	母分布 関数	形状母数 (k)	尺度母数 (A)	位置母数 (B)	有義波高 ($H_{1/10}$)	最高波高 (H_{max})	有義波 周期($T_{1/10}$)							
	-	-	-	-	m	m	s	m	-	-	m	m	m	m
1	ワイブル	1.4	1.545	5.177	8.99	14.57	14.00	0.50	0.008	0.75	21.00	16.00	13.30	12.1
2	ワイブル	1.4	2.174	4.865	9.55	13.23	14.00	0.50	0.009	0.75	17.50	13.50	10.30	11.5
3	ワイブル	1.4	1.545	5.177	8.99	14.64	14.00	0.70	0.008	0.60	21.00	16.00	13.30	12.5
4	ワイブル	1	0.994	5.511	8.80	14.96	13.00	1.50	0.014	0.60	22.00	16.50	15.00	8.0
5	ワイブル	1.4	2.395	4.154	8.89	11.94	13.00	0.40	0.023	0.60	14.70	12.50	10.50	13.5
6	ワイブル	2	4.604	1.984	10.37	16.32	14.00	1.50	0.002	0.60	23.20	16.50	13.00	10.0
7	ワイブル	1	1.187	4.257	7.85	10.67	13.00	1.50	0.010	0.60	12.70	9.50	8.00	10.0
8	ワイブル	2	4.721	1.355	9.58	13.85	12.70	1.30	0.010	0.75	18.50	13.00	11.50	15.8
9	ワイブル	2	4.908	0.952	8.72	11.60	13.32	0.90	0.010	0.75	14.50	12.00	10.50	11.0
10	ワイブル	2	4.908	0.952	9.38	13.01	13.32	0.90	0.010	0.75	17.00	13.00	11.50	15.6

※) 水深は潮位を除く値である。また、摩擦係数 $\mu=0.75$ は摩擦増大マットを用いた場合の特性値である。

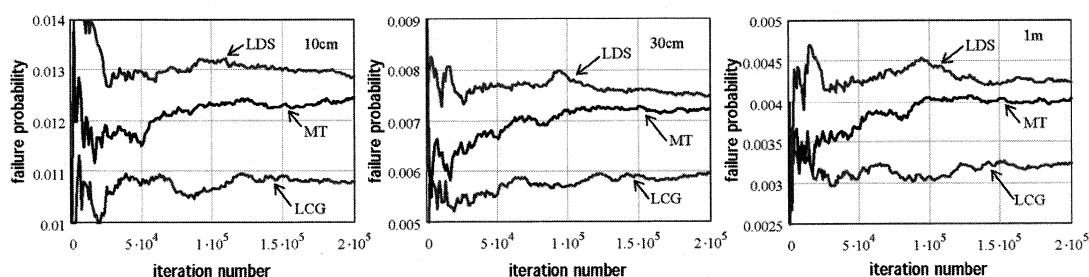


図-1 検討条件ケース 1 の結果

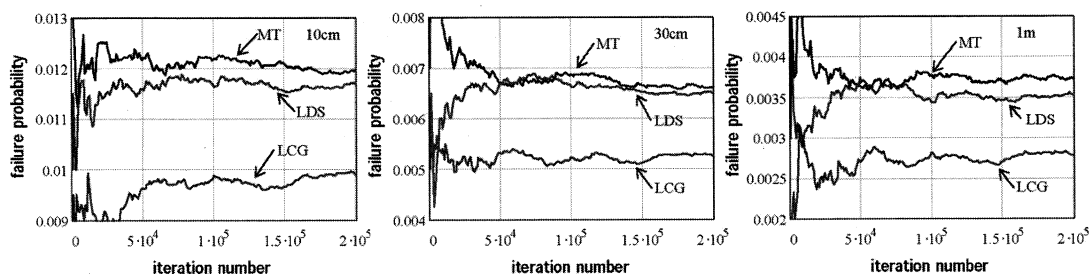


図-2 検討条件ケース 8 の結果

3. 検討条件

検討対象には、全国の設計資料から設計条件の偏りがないように抽出したケーソン式混成堤の建設事例10ケースを用いた。検討ケースの設計条件を表-1に示す。

各設計因子は正規分布に従うと仮定し、平均値の偏り μ/X_k (平均値と特性値の比)と変動係数 V は長尾(2001)によってまとめられた値を用いた(表-2)。ここで、元の設計条件で設計潮位として既往最高潮位H.H.W.L.が用いられているケースについては、滑動量の算定においても設計潮

位を用い、潮位は確定値として扱った。また、摩擦増大マットを用いているケースについては、摩擦係数の特性値を0.75とし、確率特性は表-2に示す値を用いた。

検討断面は旧基準の規定である滑動安全率1.2を満足する断面とした。また、MCSの試行回数は設計供用期間50年間に対して20万回とした。滑動量に関する破壊確率を算定するための基準滑動量としては、下迫ら(2006)が提案する10cm, 30cm, 100cmの3通りとした。以上の解析を、LCG, MT, LDSの3通りの乱数発生方法で実施し、破壊確率 P_{f10} , P_{f30} , P_{f100} を評価した。

表-2 設計因子の従う確率特性(長尾, 2001)

	μ/X_k	V
波力(水平波力, 揚圧力)		
沖波波高推定精度	1.00	0.10
波浪変形計算精度		
水深変化緩	0.97	0.04
水深変化急	1.06	0.08
碎波変形推定精度	0.87	0.10
潮位		
$\gamma_{nt}=1.5$	1.00	0.20
$\gamma_{nt}=2.0, 2.5$	1.00	0.40
摩擦係数	1.06	0.15
単位体積重量		
鉄筋コンクリート	0.98	0.02
無筋コンクリート	1.02	0.02
中詰砂	1.02	0.04

※) 水深変化緩/急: 海底勾配1/30未満/以上

※) γ_{nt} : 既往最高潮位(H.H.W.L.)とさく望平均満潮位(H.W.L.)の比

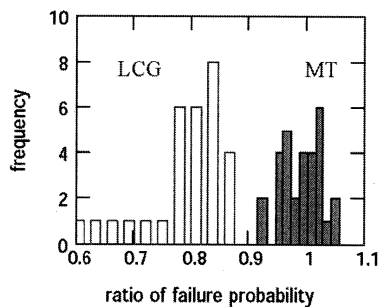


図-3 破壊確率比(各手法の破壊確率とLDSによる破壊確率の比)

4. 検討結果

各手法による破壊確率の収束状況の例として、ケース1およびケース8の結果をそれぞれ図-1および図-2に示す。各手法とも、試行回数が10万~15万回程度までは破壊確率が収束していないことがわかる。さらに、LDS、MTと比較して、LCGでは何れの許容値に対しても破壊確率を低く評価している。ケース1では何れの許容値に対してもLDSによる破壊確率がMTよりも高いが、ケース8では逆の傾向を示している。そこで、20万回の試行後の破壊確率を対象に、LCGおよびMTによる値をLDSによる値で除した比の頻度分布を図-3に示す。1ケースあたり3種類の破壊確率が評価されるため、合計で30個の破壊確率の比の頻度分布となっている。

図より、LCGは、全てのケースについて、滑動量に関す

表-3 摩擦係数の裾部分の再現との比較(160万回)

	$\mu/\mu_k < 0.7$	$\mu/\mu_k < 0.6$	$\mu/\mu_k < 0.5$
理論値	1.885×10^4	3052	343
LCG	1.727×10^4	2340	147
MT	1.768×10^4	2821	292
LDS	1.885×10^4	3053	344

る破壊確率を低く評価する傾向にあることがわかる。LDSとの比で平均的に0.79倍の破壊確率しか算出されないため、設計実務においてこの方法によって断面を決定すると危険側の評価となる。MTはLDSとの比で平均的に0.99倍の破壊確率が得られ、概ねLDSと同程度の精度で破壊確率を評価できるものと考えられる。

次に、LCGが危険側の評価となる理由について検討する。上述したように、この方法では正規乱数への変換方法として中心極限定理を用いているが、中心極限定理は確率分布の裾の再現性に問題がある可能性がある。このことを確認するため、摩擦係数を例に取り、各方法による160万回サンプリング時の分布の裾の部分の再現状況を理論値と併せて図-4および表-3に示す。LDSでは理論曲線と非常によく一致しているが、LCGでは理論曲線よりも再現される回数が非常に少なく、このため破壊確率を過小評価する。MTは裾の再現性はLDSに比べ劣っているが、LDSと比較して必ずしも破壊確率を過小評価するわけではない。これは作用側のパラメータの波高が碎波の影響を受けるために裾部分の再現性の問題が軽減される場合があるためと考えられる。

最後に、MCSによる必要試行回数について検討する。20万回試行による破壊確率と±3%の誤差で破壊確率を評価するための試行回数を図-5に示す。破壊確率が小さいほど多くの試行回数が必要となり、破壊確率が0.01の場合、MTでは 1.5×10^5 回程度、LDSでは 1.0×10^5 回程度が目安となると考えられる。

5. まとめ

本研究では、防波堤の滑動量に関する破壊確率をMCSによって評価する場合の精度向上方法について検討した。本研究による結論は以下の通りである。

- ①現在広く用いられている線形合同法+中心極限定理によるMCSは他の方法と比較して破壊確率を低く評価するため、設計実務においてこの方法を適用することは適切ではない。
- ②線形合同法+中心極限定理による方法が危険側の評価となる理由は、確率分布の裾の部分の再現性に問題があるためである。
- ③破壊確率を精度良く評価するためには、数多くの試行回数が必要である。20万回試行による破壊確率と±3%の

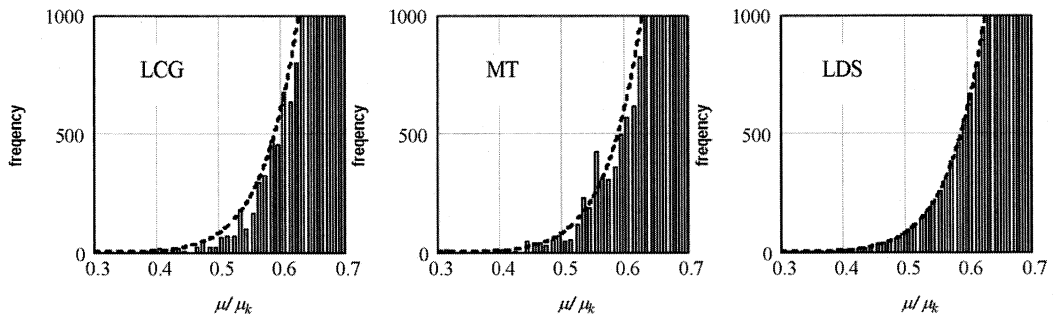


図-4 検討条件ケース 1 の結果

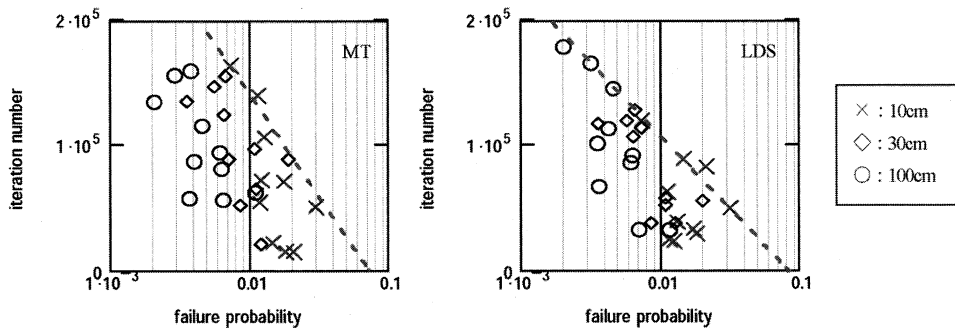


図-5 検討条件ケース 8 の結果

誤差で破壊確率を評価するための参考図を提示した。

謝辞：本研究を行うにあたり、沖波の極値分布データは各地方整備局より提供して頂きました。(財)沿岸技術研究センター・森屋陽一氏には MCS プログラムの内容についてご教示頂きました。また、検討に用いたプログラムは、(独)港湾空港技術研究所・下迫健一郎氏が作成されたものを改良しました。ここに深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 大浦拓哉(1995)：ガンマ関数および誤差関数の初等関数近似とその最適化，日本応用数理学会平成7年度年会。
- 合田良実(1975)：浅海域における波浪の碎波変形，港湾技術研究所報告，Vol.14，No.3，pp.59-106。
- 下迫健一郎・高橋重雄(1998)：期待滑動量を用いた混成防波堤直立部の信頼性設計法，港湾技術研究所報告，Vol.37，No.3，pp.3-30。
- 下迫健一郎・多田清富(2003)：混成堤の性能照査型設計法における滑動量の許容値設定に関する検討，海岸工学論文集，第50巻，pp.766-770。
- 下迫健一郎・大寄菜々子・中野史丈(2006)：滑動量を要求性能に設定した混成堤の信頼性設計法，港湾空港技術研究所報告，Vol.45，No.3，pp.3-23。
- 谷本勝利・古川浩司・中村廣昭(1996)：混成堤直立部の滑動時の流体抵抗力と滑動量算定モデル，海岸工学論文集，Vol.43，pp.846-850。
- 田村 勉・白川 浩(1999)：一般化Faure列による準乱数とそのオプション評価への応用，ジャフィージャーナル，pp.95-115，東洋経済新報社。
- 長尾 毅(2001)：ケーソン式防波堤の外的安定に関する信頼性設計法の適用，土木学会論文集，No.689，I-57，pp.173-182。
- Box, G. E. P. and M. E. Muller (1958): A note on the generation of normal deviates, Ann. Math. Stat., 29, pp.610-611.
- Matsumoto, M. and T. Nishimura (1998): Mersenne Twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator, ACM Transactions on Modeling and Computer Simulations, 8, pp.3-30.