海岸工学論文集，第 55 巻（2008）
土木学会，801-805

ブシネスクモデルの波浪場解析結果を用いた浮体動揺計算における波強制力の算定法

Estimation of Diffraction Forces on Moored Ships in Harbors through Wave Field Calculations with Boussinesq Model

吉田明徳[1]・西井康浩[2]・山城　賢[3]・加嶋武志[4]・太田一行[5]

Akinori YOSHIDA,Yasuhiro NISHII, Masaru YAMASHIRO,Takeshi KASHIMA and Kazuyuki OTA

On ship motions in harbors, a method for estimating diffraction forces from wave field calculations with the Boussinesq model is considered based on potential theory. Since the potential and its normal derivative on any arbitrary boundary enclosing the ship is obtained from the Boussinesq model as time histories of the water surface oscillation and the depth-averaged velocities at each grid point, the incident wave potential along the ship is calculated through Green's Identity Formula. Then a boundary value problem on the diffraction potential is formulated using the method of matched eigen function expansions. By solving the problem, the diffraction potentials are determined, and the ship motions are estimated through the retardation function method using thus obtained diffraction forces.

1. まえがき

港湾内波浪場の算定にはブシネスクモデルの使用が推奨され（港内長周期波影響評価マニュアル検討委員会, 2004），実務において多用されているが，この推算結果を係留船舶の動揺計算に精度よく引き継ぐには，船体に作用する波強制力を波浪場の推算結果から妥当に算定することが必要である．しかしながら現状では，船舶停泊位置での波高の推定値や，港湾形状から推定した波向きをもとに，入射波を別途設定して動揺の算定を行っており，動揺計算の結果は港湾内の波浪計算の結果を十分に反映しておらず，より合理的な取り扱いが必要である．

ここで提示する波強制力の算定法は，ブシネスクモデルによる波浪場の解析結果を用いて，ポテンシャル理論により船体境界位置での入射波（船体に対する）のポテンシャルを算定し，固定船体による入射波の擾乱のポテンシャル（diffractionポテンシャル）に関する境界値問題を導き，それを解くことによって船体に作用する波強制力を算定しようとするものである．

2. 算定法の概略

港湾内に係留されている船舶について考える（**図-1**）．

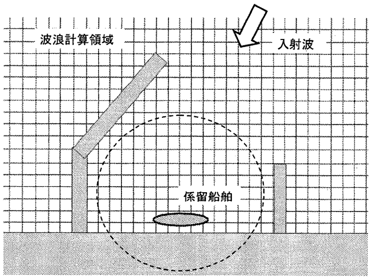

図-1　波浪計算の領域と係留船舶

実際には浮体が係留されているが，ブシネスクモデルを用いた波浪計算では浮体は考慮しない．波浪場は線形動揺の範囲では，入射波のポテンシャル，diffractionポテンシャル，および船体が動揺(6モード)することによるradiationポテンシャルの総和で表現されるが，波強制力は入射波ポテンシャル Φ_I と，diffractionポテンシャル Φ_D との和（$\Phi_I+\Phi_D$）で算定される．

船体近傍の海域は近似的に一定水深と見なせると仮定するとポテンシャル Φ_I は $\phi(x,y)Z(z)$ の形で表わすことができる．このとき平面閉領域内の任意点でのポテンシャル $\phi(x,y)$ は，境界線D上におけるポテンシャルとその法線微分値が与えられれば，グリーンの定理により，次の形の積分（グリーン公式）によって算定することができる（海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会, 1994）．

$$\phi(X)=\oint_D\left\{\phi(X_b)\frac{\partial G(r)}{\partial \nu}-G(r)\frac{\partial \phi(X_b)}{\partial \nu}\right\}ds \quad \cdots\cdots(1)$$

上式で，$G(r)$はϕが満足すべきヘルムホルツの方程式の

1 正 会 員 工博　九州大学大学院准教授　工学研究院環境都市部門
2 正 会 員　(株)三洋コンサルタント　九州支店 調査部次長
3 正 会 員 博(工)　九州大学大学院助教　工学研究院環境都市部門
4 修(工)　日本工営(株)　東京支店
5 学生会員　九州大学大学院工学府海洋システム工学専攻

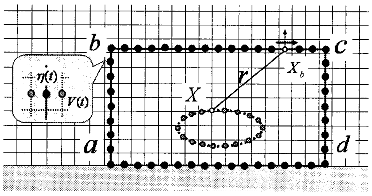

図-2 仮想境界abcd と浮体境界

基本解，rは関数値の算定点$X=(x,y)$と境界線上の点X_bとの距離 $|X_b-X|$，νは境界に垂直な法線である．

そこで，**図-2**に示すように船体を囲む閉領域（境界abcd）を考え，式(1)を用いて境界線上の入射波ポテンシャルから船体境界上の入射波ポテンシャル値を算定することを考える．境界線abcd上のポテンシャル値およびその法線微分値はブシネスクモデルで得られた水面変動と流速変動(境界に垂直な成分)をフーリエ展開し，各周波数成分の振幅と位相とが，ポテンシャルおよびその法線微分値と成す関係を用いることで得られるから，これを式(1)の関係に用いることで浮体境界位置における入射波のポテンシャル Φ_I を周波数成分ごとに算定することができる．船体周りの入射波のポテンシャルが定まると，diffractionポテンシャル Φ_D についての境界値問題を導くことができて，これを解くことにより Φ_D を定めることが出来る．Φ_I と Φ_D の周波数成分ごとに波力を算定し，それらを位相を考慮して合成すると最終的に波強制力の時系列が得られることになる．これが算定法の概略である．

なお，diffractionおよびradiationによる散乱波の一部は遠方にある防波堤や護岸などによって反射され，再び船体に入射することになるが,その影響は無視できるほど小さいと仮定している．ただし，接岸岸壁からの反射波の影響は厳密に考慮される．

3. 速度ポテンシャルの固有関数表示

解析にはポテンシャル接続法(領域分割法；井島ら，1975)を用いるために，便宜上，流体域を平面領域に関して船体外部の領域(1)と浮体底面下の領域(2)に分割する．このとき，流体運動の速度ポテンシャル（周波数成分）は，各領域に関して次のように固有関数展開の形で表わすことができる．

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= (\phi_I+\phi_D)\exp(-i\sigma t)\\ &= \frac{g\varsigma_0}{\sigma}\Big\{f_I^{(0)}(x,y)Z_1^{(0)}(z)\\ &\quad +\sum_{n=0}^{\infty} f_D^{(n)}(x,y)Z_1^{(n)}(z)\Big\}\exp(-i\sigma t) \qquad \cdots\cdots\cdots(2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Phi_2 &= \phi_2\exp(-i\sigma t)\\ &= \frac{g\varsigma_0}{\sigma}\Big\{\sum_{s=0}^{\infty}\varphi^{(s)}(x,y)Z_2^{(s)}(z)\Big\}\exp(-i\sigma t) \qquad \cdots\cdots(3)\end{aligned}$$

ただし，ζ_0 は基準となる波高（例えば入射波の有義波高など）で，σ は角周波数，$Z_1^{(n)}(z)$,$Z_2^{(s)}(z)$ は変数zに関する固有関数である．また，式(2)中の $f_i^{(0)}(x,y)$ は入射波のポテンシャル，$f_D^{(n)}(x,y)$ はdiffractionポテンシャルを，式(3)中の $\phi^{(s)}(x,y)$ は船体底面下の流場のポテンシャルを表す無次元の関数である．

4. 船体周りの入射波ポテンシャルの算定

(1) 境界*abcd*上のポテンシャル値

ブシネスクモデルより計算格子ごとに水位変動の時系列 $\eta_B(t)$，境界線に垂直な流速変動の時系列 $V_B(t)$ が得られる.これらの時系列をフーリエ級数表示すると，

$$\eta_B(t)=\sum_{n=0}^{N/2}R_e\left[\varsigma^{(n)}\exp\left(-i\sigma^{(n)}t\right)\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

$$V_B(t)=\sum_{n=0}^{N/2}R_e\left[V^{(n)}\exp\left(-i\sigma^{(n)}t\right)\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

ただし，$\sigma^{(n)}=2n\pi/T$, T は時系列のデータ長で，$T=N\Delta t$, また$\zeta^{(n)}$ および $V^{(n)}$ は位相の情報を含む複素振幅を意味する．

一方，水面変動と速度ポテンシャルの関係より周波数成分波 $\eta(t)$ は次式で与えられる．

$$\eta(t)=R_e\left[i\frac{\sigma}{g}\phi_1\exp(-i\sigma t)\right]_{z=0} \quad \cdots\cdots\cdots(6)$$

よって，式(6)と式(4)より次式を得る．

$$f_1^{(0)}(x,y)=-i\frac{\varsigma(x,y)}{\varsigma_0} \quad \cdots\cdots\cdots(7)$$

同様に流速変動からは次の関係が得られる．

$$R_e\left[\frac{1}{h}\int_{-h}^{0}\frac{\partial\phi_I}{\partial\nu}\exp(-i\sigma t)\,dz\right]=R_e\left[V\exp\left(-i\sigma t\right)\right]$$

よって次式を得る．

$$\overline{f}_1^{(0)}(x,y)=\left(kh\right)^2\frac{V(x,y)}{\sigma\varsigma_0 h} \quad \cdots\cdots\cdots(8)$$

(2) 船体周りのポテンシャル表示

境界線abcdを個の微小な要素に分割し，要素上でポテンシャル値は一定であるとして，積分を離散化して表すと，式(1)は次のように表すことができる（海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会，1994）．

$$\phi(X)=\sum_{j=1}^{N}\left[\overline{A}_{xj}\phi(j)-A_{xj}\overline{\phi}(j)\right] \quad \cdots\cdots\cdots(9)$$

ただし，$\overline{\phi}$ (j) は ϕ (j) の法線微分を意味し，A_{xj}と $\overline{A}_{xj}$は $G(r)$ についての要素 ΔS_j 上の積分を意味する．

上式でXが境界*abcd*上の点の場合には境界上任意要素のポテンシャルの法線微分値は，境界線上のすべての要素のポテンシャル値により次式で表すことが出来る（同様にポテンシャル値がポテンシャルの法線微分値で表わせるという逆の関係も成り立つ）．

$$\left.\begin{aligned}\bar{\phi}(i)&=\sum_{j=1}^{N}M_{ij}\phi(j)\\ M_{ij}&=\left[A_{\mathrm{ij}}\right]^{-1}\left[\bar{A}_{\mathrm{ij}}-\delta_{\mathrm{ij}}\right]\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots(10)$$

この関係式を用いると閉領域内の任意点におけるポテンシャル値は，境界線上のポテンシャル値のみで（同様に法線微分値のみでも）表すことができることになる．

$$\phi(X)=\sum_{j=1}^{N}\left[\bar{A}_{\mathrm{xj}}-\sum_{p=1}^{N}A_{\mathrm{xp}}M_{\mathrm{pj}}\right]\phi(\mathrm{j}) \quad \cdots\cdots\cdots(11)$$

この関係を入射波のポテンシャル $f_i^{(0)}$ に関して適用し，Xを浮体境界線上の要素の中心座標に取り，式(7)で与えられる境界$abcd$上のポテンシャル値を用いると，浮体境界における入射波のポテンシャル値が算定される．さらに，浮体境界におけるポテンシャルの法線微分値は，式(10)の関係を境界$abcd$と浮体境界から成る閉領域に適用することによって定めることができる．

なお，境界$abcd$上の既知量を用いるに際しては，式(9)を用いるか，式(11)を用いるか等によって，(1) 水位変動と流速変動をともに用いる場合，(2) 水位変動のみを用いる場合，(3) 流速変動のみを用いる場合の3通りが考えられる．以降の定式化は (2) の場合について示している．

5. Diffractionポテンシャルに関する境界値問題

Diffractionポテンシャル Φ_D は**図-3**に示す領域に関しての境界値問題を解くことによって定められる．各境界における境界条件は次のようになる．

(1) 領域(1)と領域(2)の境界面D

領域(1)と領域(2)の境界面ではポテンシャルとその法線微分値が連続であることから，未知関数 ϕ_D と ϕ_2 について表わすと次式を得る．

$$\left.\begin{aligned}&\phi_D-\phi_2=-\phi_I && (-h\le z\le -qh)\\ &\frac{\partial\phi_D}{\partial\nu}=-\frac{\partial\phi_I}{\partial\nu} && (-qh\le z\le 0)\\ &\frac{\partial\phi_D}{\partial\nu}-\frac{\partial\phi_2}{\partial\nu}=-\frac{\partial\phi_I}{\partial\nu} && (-h\le z\le -qh)\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(12)$$

(2) 岸壁境界と遠方境界

岸壁境界 Γ_2 は不透過境界である事より $\partial\phi_1/\partial\nu=0$ で，しかも $\partial\phi_i/\partial\nu=0$ であることを考慮すると結局 ϕ_D に関する境界条件として次式を得る．

$$\frac{\partial\phi_D}{\partial\nu}=0 \quad \cdots\cdots\cdots(13)$$

なお，岸壁境界 Γ_2 において式(13)の不透過境界条件が成り立つことから，**図-3**に示すように，岸壁を境界面とする鏡像領域を考えることによって，岸壁境界を計算境界から除くことが出来る．また仮定より Φ_D は無限遠方でのradiation条件を満足することから遠方境界 Γ_1 での積分は0となり，積分境界は浮体境界のみとなる．ただし，グリーン公式には基本解 $G(r)$ に加えて $G(r^*)$ (r^* は鏡像点からの距離) の積分が加わることに留意．

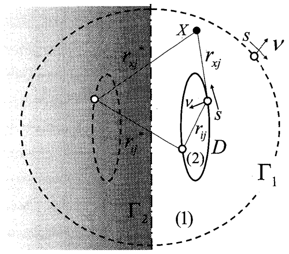

図-3 diffractionポテンシャルの境界

(3) 未知関数に関する一次関係式

平面における船体の境界線DをN_1個の要素に分割し，鉛直方向の変数に対する選点として，$(-qh\le z\le 0)$ にM_1個，$(-h\le z\le -qh)$ にM_2個をとるものとする．各選点において境界条件式を適用し，境界条件式に，式(2)，式(3)のポテンシャルを代入する．これにポテンシャル値とその法線微分値との関係式（式(10)）を $f_D^{(n)}$，$\phi^{(s)}$，に関してそれぞれ用いると，境界線上の未知関数 $f_D^{(n)}(j)$，$\phi^{(s)}(j)$ に関する次の関係式が得られる．

$$\begin{aligned}&\sum_{n=0}^{n^*}f_D^{(n)}(j)Z_1^{(n)}(p)-\sum_{s=0}^{s^*}\varphi^{(s)}(j)Z_2^{(s)}(p)\\ &=-f_I^{(0)}(j)Z_1^{(0)}(p) \quad \cdots\cdots(14)\\ &(j=1,2,.....,N_1)\quad(p=1,2,.....,M_2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\sum_{n=0}^{n^*}\sum_{k=1}^{N_1}M_{jk}^{(n)}f_D^{(n)}(k)Z_1^{(n)}(p)=\\ &\qquad -\overline{f_I}^{(0)}(j)Z_1^{(0)}(p) \quad \cdots\cdots(15)\\ &(j=1,2,.....,N_1)\quad(p=1,2,.....,M_1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\sum_{n=0}^{n^*}\sum_{k=1}^{N_1}M_{jk}^{(n)}f_D^{(n)}(k)Z_1^{(n)}(p)\\ &-\sum_{s=0}^{s^*}\sum_{k=1}^{N_1}N_{jk}^{(s)}\varphi^{(s)}(j)Z_2^{(s)}(p)\\ &=-\overline{f_I}^{(0)}(j)Z_1^{(0)}(p) \quad \cdots\cdots(16)\\ &(j=1,2,.....,N_1)\quad(p=1,2,.....,M_2)\end{aligned}$$

なお n^* と s^* は級数項の打切項数である $(n=0,1,2,\cdots,n^*)(s=0,1,2,\cdots,s^*)$．

式(14)，(15)，(16)はそれぞれ，$N_1\times M_2$, $N_1\times M_1$, $N_1\times M_2$ 個の関係式を与え総数で $N_1\times(M_1+2M_2)$ 個の連立一次関係式を得る．一方，未知量は $f_D^{(n)}(j)$ が $(n^*+1)\times N_1$ 個，$\phi^{(s)}(j)$ が

$(s^*+1)\times N_1$ 個で総数は $N_1\times(n^*+1)+N_1\times(s^*+1)$ 個となる．よって，$(n^*+1)=M_1+M_2$ および $(s^*+1)=M_2$ にとる事によって，一次関係式を解くことが出来る（吉田ら，2005）．

このようにして求めたDiffractionポテンシャルと入射波ポテンシャルから，周波数成分ごとに浮体に作用する波強制力を算定し，全周波数成分について合成することによって，波強制力の時系列が得られることになる．

6. 計算結果と考察

モデル計算をおこなって算定法の妥当性を検討した．**図-4**は，図中に示すモデル港湾を対象に，有義波高3m，有義周期10秒の修正B-Mスペクトルを有する不規則波が入射する場合について，ブシネスクモデル（西井ら，2008）による波浪場の計算をおこなった結果（波高分布）である．図中点線で示す閉領域について，グリーン公式を用いて再現した波浪場をブシネスクモデルの結果と比較した結果を**図-5 (a) (b)** に示している．

図-6は**図-5**中に白丸で示すモニター点における水面変動のスペクトルで，ブシネスクモデルより得られたスペクトルと，周波数成分ごとの再現計算で得られたスペクトルを比較して示している．全体においてよく再現されているが，特定の周波数において大きく値が異なる場合が生じている．これは，設定した閉領域のサイズと対象周波数の波長とが特定の関係を有する場合には，数値計算上本来の波浪場とは全く異なる共振波浪場を生じてしまうことによる．この共振値を含んで波浪場の再現をおこなうと，**図-5 (c)** に示すように共振周波数でのポテンシャル値に支配された波浪場となる．共振周波数の影響を除く方法はいくつか考えられるが，本計算ではブシネスクモデルの計算格子１個分縦および横のサイズが異なる閉領域を設定（計３領域）して同時に計算をおこない，各周波数ごとにブシネスクモデルの結果に最も近い結果を採用することで共振値を除くこととした．このようにして得られたスペクトルを**図-6**中に白丸で示しているが，ほぼブシネスクモデルの結果と一致する結果が得られている．ついで，矩形浮体（長さ100m，幅30m，喫水6m）について，入射波ポテンシャルとdiffraction ポテンシャルを求め，波強制力を算定した後，別途，同様にポテンシャル接続法の選点解法を用い，鏡像領域（**図-3**）を考えて接岸岸壁の影響を考慮して算定した付加質量力と造波減衰力とともに，遅延関数法（眞鍋，2003）に用いて動揺解析をおこなった．**図-7**にサージモードの波強制力と動揺変位の時系列を示し，これらの時系列のスペクトルを**図-8**に示している．また図中には，周波数成分ごとに，速度ポテンシャルと動揺振幅を同時に未知量として解く周波数領域での動揺解析（吉田ら，2005）をおこなった結果も示している．波強制力の周波数特性に対応して動揺のピークが現れているのが見られる．周波数0.014Hzあたりでは波強制力は小さいにもかかわらず大きな動揺が見られ，係留船舶で問題となる長周期動揺が生じている．遅延関数法と周波数領域での動揺解析はほぼ同じ結果を与えており，波強制力は妥当に算定されているのではないかと考えられる．

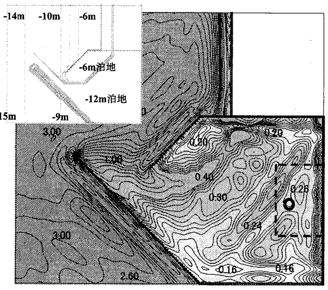

図-4　モデル港湾の波高分布と閉領域の設定

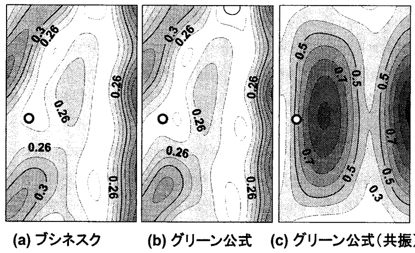

図-5　閉領域内の波高分布の比較

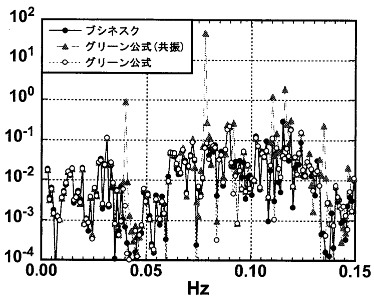

図-6　モニター点における水面変動の周波数成分

ついで、志布志港をモデル化した港湾形状（**図-9**）について計算をおこなった．入射波は指数関数形で近似した長周期入射波スペクトル（西井ら，2008）である．**図-9**中，丸で囲んだ岸壁近傍におけるブシネスクモデルによる波高分布と，その再現計算との比較を**図-10**に示している．ブシネスクモデルでは格子配置に対して傾斜線となる岸壁が階段状となっているが，波高分布はほぼ再現されているといえる．紙数の関係でここに結果を示す

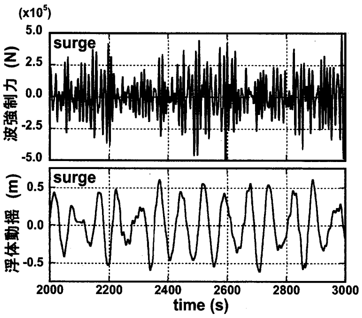

図-7　波強制力と動揺の時系列（サージモード）

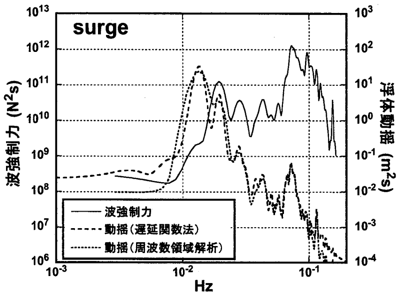

図-8　波強制力と動揺のスペクトル（サージモード）

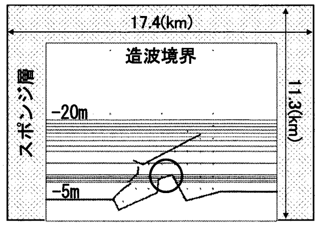

図-9　志布志港の計算モデルと接岸岸壁

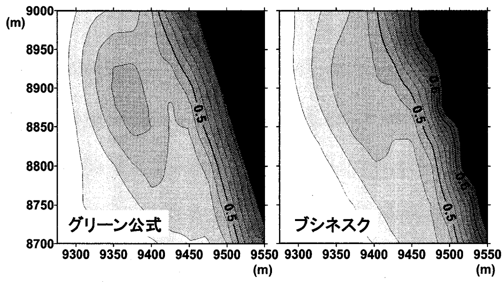

図-10　閉領域内の波高分布の比較

ことはできないが動揺解析からも妥当な結果が得られた．

7. あとがき

厳密なポテンシャル場に対して成り立つグリーンの定理に，格子間での計算誤差を含むブシネスクモデルの結果を境界値として用いても，妥当な算定が可能であることが分かった．境界上の値としては，(1)水面変動と流速変動を用いる場合，(2)水面変動のみを用いる場合，(3)流速変動のみを用いる場合，の3通りが可能で，(1)と(2)について検討した結果，水面変動のみを用いる方が，若干精度の良い結果が得られた．モデル計算を行なって波強制力を算定し，遅延関数法による動揺計算を行なった結果，妥当な動揺解析結果が得られることを確認した．本手法によれば，ブシネスクモデルによる港湾内波浪場の推算結果を直接動揺計算に引き継ぐことが可能となる．

謝辞：本研究を遂行するに当たっては，ブシネスクモデルと遅延関数法による計算処理に関して，石川美晴氏（(株)吉井システムリサーチ社友）の多大な助力を得た．ここに記して感謝の意を表す．

参考文献

井島武士・吉田明徳・湯村やす（1975）：有限水深域の波による楕円および矩形浮体の運動と波の変形，土木学会論文集，第244号，pp. 91-105.

海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会（1994）：海岸波動，土木学会，pp. 520.

港内長周期波影響評価マニュアル検討委員会（2004）：港内長周期波影響評価マニュアル，（財）沿岸技術研究センター．

西井康浩・吉田明徳・太田一行・山城　賢・加嶋武志（2008）：ブシネスクモデルによる港湾内波浪場の（長周期波）の再現性に関する基礎的検討，海洋開発論文集，VOL. 24, pp. 429-434.

眞鍋　尚（2003）：遅延関数を用いた浮体の動揺シミュレーション，富士総研技法，Vol. 8, No.1, pp. 116-131.

吉田明徳・新井雄太郎・山城　賢・西井康浩（2005）：ポテンシャル接続法の選点解法を用いた3次元浮体動揺解析，海洋開発論文集，VOL. 21, pp. 1119-1124.