# 一般化TMAスペクトルの修正とその積分特性量に対する 高精度近似式の提案

Correction to a Generalized TMA Spectrum and Proposal of Highly Accurate Approximation Expressions for its Integral Quantities

山口正隆1 • Leo Holthuijsen2 • 野中浩一3

Masataka YAMAGUCHI, Leo HOLTHUIJSEN and Hirokazu NONAKA

We present a corrected form of a universal frequency spectrum of wind waves in finite depth water under ideal generation condition made by Yamaguchi (1988). It is a generalized form (G-TMA) of the TMA spectrum proposed by Bouws et al. (1985) as an extension of the JONSWAP spectrum in deep water. The G-TMA spectrum covers other universal deep-water spectra such as the Donelan spectrum and shallow water extensions such as the FRF spectrum. We indicate that the supposed peak frequency  $f_p$  in the G-TMA spectrum is actually not the peak frequency. This is remedied in our generalized form, with a non-trivial term. In addition, we present rather accurate approximations of spectral moments in terms of total wave energy and various average frequencies.

## 1. 緒 言

有限水深条件における風波の標準周波数スペクトルと して、それぞれ $f^{-5}$ 則 $(f:周波数)と<math>f^{-4}$ 則を前提とす る無限水深条件でのJONSWAPスペクトル (Hasselmann et al., 1973) やDonelanスペクトル (Donelan et al., 1985) を拡張したTMAスペクトル (Bouws et al., 1985)とFRF スペクトル (Miller · Vincent, 1990), これらを包含する 一般化TMAスペクトル(山口, 1988)が提案されている. 無限水深条件では、一般化 TMA スペクトルは JONSWAP スペクトルや Donelan スペクトルを包含する 一般化 JONSWAP スペクトルに帰着する. しかし、本研 究で初めて指摘するように、一般化 TMA スペクトルは そこに含まれるピーク周波数分でスペクトルの最大値 をとらない. これは当然TMAスペクトルやFRFスペク トルについてもあてはまる. また一般化JONSWAPスペ クトルや一般化TMAスペクトルの場合、周波数スペク トルの積率を用いて定義される各種積分特性量に対する 解析的積分は、そこに含まれる JONSWAP スペクトル由 来のピーク増幅項の存在によって事実上不可能である. そのため、JONSWAPスペクトルの場合には各種積分特 性量に対する高精度近似式(山口, 1984)が導かれている が, これ以外のケースのうちでも, とくに有限水深条件 での標準スペクトルの各種積分特性量に対する近似式の 提案事例は全くない.

そこでここでは、①一般化TMAスペクトルにおいてピーク周波数  $f_p$  で最大値をとる修正式(修正一般化TMA

スペクトル)の導出,②一般化JONSWAPスペクトルの各種積分特性量に対する高精度近似式の作成,③上記②を考慮したうえでの修正一般化TMAスペクトルの各種積分特性量に対する高精度近似式の作成,を行う.

## 2. 一般化TMAスペクトルの修正

一般化TMAスペクトルE(f)は次式で表される.

$$E(f) = \alpha_m g^{m-3} u_*^{5-m} (2\pi)^{-m+1} f^{-m} \exp\left\{-Bf^{-n}\right\} \gamma^{\exp\left\{-\frac{(1-f/f_p)^2}{2\sigma^2}\right\}} \times \Phi(kh)$$
(1)

$$\Phi(kh) = \frac{(\tanh kh)^{(m-1)/2}}{1 + 2kh/\sinh 2kh}$$
 (2)

ここに、f: 周波数、 $\alpha_m$ : 平衡定数、g: 重力加速度、u. :風の摩擦速度、 $\gamma$ : ピーク増幅係数、 $\sigma$ : ピーク幅 パラメータ( $\sigma_a$ ;  $f \leq f_p$ ,  $\sigma_b$ ;  $f > f_p$ )、k: 波数、h: 水深、である.式(1)から dE(f)/df を計算し、 $f = f_p$  で これを0とおくと、

$$-mf_{p}^{-1}\Phi(k_{p}h) + Bnf_{p}^{-n-1}\Phi(k_{p}h) + d\Phi(k_{p}h)/df = 0$$
 (3)

が得られる.ここに、 $k_p$  はピーク周波数  $f_n$  に対応する波数  $k_p = k(f_p;h)$  である.式(3)は分散関係式や群速度の定義式  $d\omega/dk$  ( $\omega$ :角振動数)を利用して次式のように変形される.

$$B = \frac{m}{n} f_p^n \left\{ 1 - \frac{1}{m} \frac{2k_p h}{\left(1 + 2k_p h/\sinh 2k_p h\right)} \frac{1}{\Phi(k_p h)} \frac{d\Phi(k_p h)}{d(k h)} \right\}$$
(4)

ここに、上式右辺の最後の項の微分は $\Phi(kh)$ のkhに関する微分ののち、khを $k_ph$ とすることを意味する. つぎに、

<sup>1</sup> 正 会 員 工博 愛媛大学大学院理工学研究科教授

<sup>2</sup> dr. ir, デルフト工科大学土木工学・地球科学科准 教授

<sup>3</sup> 正 会 員 博(工)愛媛大学工学部契約職員

$$\frac{1}{\Phi(k_p h)} \frac{d \Phi(k_p h)}{d(kh)} = \frac{1}{\sinh 2k_p h}$$

$$\left\{ (m-1) - \frac{2(1 - 2k_p h/\tanh 2k_p h)}{1 + 2k_p h/\sinh 2k_p h} \right\} \quad (5)$$

を考慮すると,次式が得られる。

$$Bf^{-n} = (m/n)(f/f_p)^{-n}(1-Cor)$$
(6)

$$Cor = \frac{2k_{p}h}{m(\sinh 2k_{p}h + 2k_{p}h)} \left\{ (m-3) + \frac{4k_{p}h(\cosh 2k_{p}h + 1)}{\sinh 2k_{p}h + 2k_{p}h} \right\}$$
(7)

すなわち、Cor=0とする既往の一般化TMAスペクトルは  $f=f_p$  で最大値をとらず、逆にこれが成立するためには Corの項が必要であることがわかる。式(7)は無限水深条件  $(k_ph\to\infty)$  でCor=0に漸近する。式(6)を伴う式(1)は次式のように書ける。

$$E(f) = Af_*^{-m} \exp\left\{-(m/n)f_*^{-n}(1 - Cor)\right\} \gamma^{\exp\left\{-\frac{(1 - f_*)^2}{2\sigma^2}\right\}} \Phi(kh) (8)$$

$$A = \alpha_m (2\pi) g^{-3} u_*^5 (2\pi v)^{-m} , \quad f_* = f/f_p , \quad v = f_p u_*/g \quad \ (9)$$

ここに、 $\nu$  は無次元ピーク周波数である。式(8)は、 $\gamma \ge 1$  の場合  $f = f_b$  で最大値をとり、一方  $\gamma < 1$  では  $f = f_b$  で極小値を示して2ピーク構造を与えることが数値計算から確認される。

図-1はA=1.0 m's, m=5, n=4,  $\gamma$ =1,  $f_r$ =0.1Hz, h=10m0条件のもとで得られたCor=0の既往TMAスペクトルとCor $\neq$ 0 の修正TMAスペクトルの比較を示す.既往TMAスペクトル(Cor=0)の場合,f=0.1132 Hz(f> $f_r$ =0.1 Hz)で最大値を与える.既往TMAスペクトルでは $\gamma$ の値が1に近いほどスペクトルが最大値をとる周波数が $f_r$ に比べて大きく高周波側へ移動する.一方,修正TMAスペクトル(Cor $\neq$ 0)はf=0.1Hz(f= $f_r$ =0.1 Hz)でスペクトルの最大値をとるとともに,既往TMAスペクトルの最大値をとるとともに,既往TMAスペクトルより大きいスペクトル値を与える.

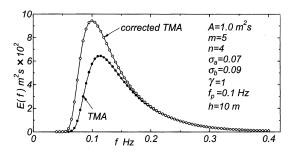


図-1 既往TMAスペクトル(*Cor*=0)と修正TMAスペクトル (*Cor*≠0)

## 3. 積分特性量に対する近似式の構築

## (1) 積分特性量の定義

修正一般化TMAスペクトルE(f)のk次積率 $M_k$ は形式的に次式で表される.

$$M_{k} = \int_{0}^{\infty} f^{k} E(f) df = A \cdot f_{p}^{k+1}$$

$$\left[ \int_{0}^{\infty} f_{*}^{k-m} \exp\left\{-\left(m/n\right) f_{*}^{-n} \left(1 - Cor\right)\right\} \gamma^{\exp\left\{-\frac{\left(1 - f_{*}\right)^{2}}{2\sigma^{2}}\right\}} \Phi(kh) df_{*} \right]$$

$$= A \cdot f_{p}^{k+1} \widetilde{M}_{k} \tag{10}$$

 $\widetilde{M}_k$  は式(10)の第2式における積分項である。スペクトルのk次積率と0次積率の比に基づく積分特性量 $I_k = (\widetilde{M}_k/\widetilde{M}_0)$  は次式のように定義される。

$$I_{k} = \frac{\left(M_{k} / A f_{p}^{k+1}\right)}{\left(M_{0} / A f_{p}\right)} = \frac{1}{f_{p}^{k}} \frac{\int_{0}^{\infty} f^{k} E(f) df}{\int_{0}^{\infty} E(f) df} = \left(\frac{\overline{f}_{k}}{f_{p}}\right)^{k} = \left(\frac{T_{p}}{\overline{T}_{k}}\right)^{k}$$

$$(11)$$

ここに、 $\overline{f_k}$ 、 $\overline{T_k}$  はスペクトルの k次積率と0次積率に基づく平均周波数とその逆数(平均周期)、 $T_p (=1/f_p)$  はピーク周期である. k=0 の場合、無次元エネルギー  $\varepsilon$  は

$$I_0 = \widetilde{M}_0 = \varepsilon$$
,  $M_0 = A \cdot f_p \widetilde{M}_0$  (12)

になる. 同様に, *k*=2, 1, -1, -2の場合をそれぞれ次式のように表す.

$$I_{2} = T_{m02} = (T_{p}/\overline{T}_{2})^{2}, \quad I_{1} = T_{m01} = (T_{p}/\overline{T}_{1}),$$

$$I_{-1} = T_{-01} = (T_{p}/\overline{T}_{-1})^{-1}, \quad I_{-2} = T_{-02} = (T_{p}/\overline{T}_{-2})^{-2}$$
(13)

## (2) 積分特性量の標本資料の作成

標準スペクトルにおけるパラメータm, n,  $\sigma_a$ ,  $\sigma_b$  を固定したうえで、  $\gamma=1\sim10014$  ケース( $1\sim5$  を0.5 で分割, $6\sim10$  を1 で分割), $T_p\sqrt{g/h}=1\sim50$  の131 ケース( $1\sim10$  を0.1 で分割, $11\sim50$  を1 で分割)の計  $14\times131=1$ ,834 ケースについて,k=2, 1, 0, -1, -2 のスペクトル積率  $\widetilde{M}_k$  を, $f:=0\sim70$  の範囲に対する適応型 Simpson則に基づく数値積分値と $f:=70\sim\infty$  の範囲に対する解析解の和として算出する。 $T_p\sqrt{g/h}$  は分散関係式

$$\left(2\pi/T_p\sqrt{g/h}\right)^2 = k_p h \cdot \tanh k_p h , \quad k_p h = 2\pi h/L_p \quad (14)$$

を通じて  $h/L_p(L_p$ : ピーク周期  $T_p$ と水深 h に対応する波長) に変換される。解析解は標準スペクトル式(8)においてf: のベキ乗項を除く項がf: =70で実質的に1になることを利用して求める。

ここでは、①m=5, n=4,  $\sigma_a=0.07$ ,  $\sigma_b=0.09$ , Cor

Case 1 (JONSWAP spectrum)				Case 2 (Donelan spectrum)					
Integ.	$m=5, n=4, \sigma_a=0.07, \sigma_b=0.09$			${oldsymbol{\delta}}_0$	Integ.	$m=4$ , $n=4$ , $\sigma_a=0.115$ , $\sigma_b=0.114$			$\delta_0$
quant.	а	b	$(I_{k0})_{\text{deep}}$	(%)	quant.	а	b	$(I_{k0})_{\text{deep}}$	(%)
$T_{ m m02}$	5.2462	-0.0539	1.9817	-0.39~0.25	$T_{\rm m02}$	4.9773	-0.1335	2.9587	-0.70~0.41
$T_{ m m01}$	1.6416	-0.0511	1.2957	-0.14~0.10	$T_{ m m01}$	1.1480	-0.1316	1.4464	-0.23~0.15
$\boldsymbol{arepsilon}$	0.0653	0.8015	0.2000	-0.24~0.11	ε	0.1136	0.8120	0.3064	-0.09~0.16
$T_{-01}$	-0.7732	-0.0514	0.8572	-0.06~0.10	T.01	-0.4592	-0.1407	0.8161	-0.09~0.16
$T_{-02}$	-1.0300	-0.0561	0.7927	-0.09~0.15	T <sub>-02</sub>	-0.6218	-0.1544	0.7397	-0.14~0.25

表-1 積分特性量に対する近似式の係数と相対誤差(一般化JONSWAPスペクトル)

 $\neq 0$  (ケース1), ②m=4, n=4,  $\sigma_a$ =0.115,  $\sigma_b$ =0.114,  $Cor \neq 0$  (ケース2), ③m=4.5, n=3.5,  $\sigma_a$ =0.07,  $\sigma_b$ =0.09,  $Cor \neq 0$  (ケース3) O3ケースについて修正一般化 TMAスペクトルの積分特性量に対する近似式を述べる.

#### (3) 積分特性量に対する近似式

各積分特性量は、標準スペクトルにおけるパラメータ m, n,  $\sigma_a$ ,  $\sigma_b$  の固定値に対して、無限水深条件では  $\gamma$  の関数、有限水深条件では  $\gamma$  と  $h/L_p$  の関数として与えられる。まず無限水深条件の場合、山口 (1984) にならい。

$$(I_k)_{deep} = a\gamma^b + (I_{k0})_{deep} - a$$
 (15)

のベキ乗式で近似式を作成する. ここに、 $(I_{k0})_{deep}$  は無限水深条件での  $\gamma=1$  における積分特性量  $(I_k)_{deep}$  の値である. 式(15)は  $\gamma=1$  のとき  $(I_{k0})_{deep}$  と一致する. 係数a, b は最小2乗法を用いて定める.

つぎに有限水深条件では、無限水深条件における  $(I_k)_{deep}$  で基準化した  $I_b/(I_k)_{deep}$  に対して、

$$\frac{I_k}{\left(I_k\right)_{deep}} = \left\{1 + \frac{r(k_p h)^u}{\sinh r(k_p h)^u}\right\}^p \cdot \left\{\tanh s(k_p h)^w\right\}^q \tag{16}$$

をあてはめ,6つの未定係数p, q, r, s, u, wを求める.標本資料数は $\gamma$ 0各ケースについて131である.式(16)の右辺は $k_ph\to\infty$ で1に漸近する.実際の数値計算において最適解を構成する6つの係数を算出するのは非常に困難であるので,後の3つの係数(s, u, w)を固定したうえで,式(16)の対数変換式に対する最小2乗解を求める.係数(s, u, w)はそれぞれ0.1~3の範囲で0.1ごとに変化させて合計27,000ケースを計算し,あてはめの相対誤差ができるだけ小さく,しかも正負の相対誤差が同程度である係数の組合わせを準最適解として抽出する.このようにして得られる係数(p, q, r)はそれぞれ $\gamma$ 0関数で表されるので,これを式(15)と同じ形の定数項付きベキ乗式,たとえばpに対して,

$$p = a_p \gamma^{b_p} + p_0 - a_p \; ; \; p_0 = p(\gamma = 1)$$
 (17)

をあてはめる。あるいは式(17)の精度が不足する場合には3固定点通過型4次多項式を適用する。たとえばpに対して、

$$p = a_n \gamma^4 + b_n \gamma^3 + c_n \gamma^2 + d_n \gamma + e_n$$
 (18)

であり、 $\gamma = 1$ , 10および中間点 $\gamma_m$ でpの入力資料値をそれぞれ満たすという条件のもとに5つの未定係数のうち3つを残り2つの係数の関数として表示したのち、2つの係数を最小2乗法に基づいて求める。

結局,有限水深条件の場合,各積分特性量を式(15)と式(16)の積で近似する.

$$I_{k} = \left\{ a\gamma^{b} + \left(I_{k0}\right)_{deep} - a \right\}$$

$$\cdot \left\{ 1 + \frac{r(k_{p}h)^{u}}{\sinh r(k_{p}h)^{u}} \right\}^{p} \cdot \left\{ \tanh s(k_{p}h)^{w} \right\}^{q} \qquad (19)$$

# 4. 積分特性量に対する近似式の係数と精度

#### (1) 一般化JONSWAPスペクトルの積分特性量

表-1は各積分特性量にあてはめた式(15)の係数  $(a, b, (I_{s0})_{deep})$  と相対誤差  $\delta_0$  の範囲をケース1 (JONSWAPスペクトル)とケース2 (Donelanスペクトル)の場合に示す. スペクトルの2次積率と0次積率の比で定義される $T_{mo2}$ に対する相対誤差が他の積分特性量の相対誤差に比べてやや大きい傾向にあるけれども,近似式の精度はかなり高いことがわかる. これはケース3についても言える.

図-2はJONSWAPスペクトルの場合の無次元エネルギー  $\varepsilon$  に対する近似式と入力資料の対応を示す. これから明らかなように,近似式の適合度はきわめて高い.

## (2) 一般化TMAスペクトルの積分特性量

表-2は式(16)に現れる係数p, q, rに対する近似式である式(17)または式(18)における各係数と、式(16)におけ

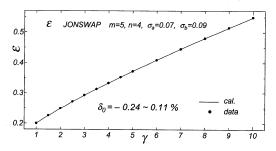


図-2 無次元エネルギーに対する近似式(JONSWAPスペクトル)

$T_{\rm m02}$	а	b	y <sub>0</sub> , c	$T_{\rm m01}$	а	b	$y_0, c$
$\overline{p}$	0.0623	1.1555	-1.5657	p	-0.1683	0.4960	0.9032
q	0.0137	0.8909	-0.3077	q	-0.0103	0.4240	0.0373
r	-0.2079×10 <sup>-3</sup>	0.5652×10 <sup>-2</sup>	-0.0583	r	0.4794×10 <sup>-4</sup>	-0.1307×10 <sup>-2</sup>	0.0130
		d	е			d	e
		0.2291	4.6499			-0.0532	3.9523
ε	а	b	У0	T <sub>-01</sub>	а	b	<i>y</i> <sub>0</sub>
	35.973	-0.4787×10 <sup>-2</sup>	1.8250	p	0.3317	0.1649	-0.2858
q	0.6968×10 <sup>-2</sup>	-0.6516	1.1114	q	-0.0527	-0.1128	-0.0184
r	-0.3140	0.1785	2.0659	r	0.1902	-0.4568	3.8284
	-						
T <sub>-02</sub>	а	b	у <sub>0</sub>		S	и	w
$\overline{p}$	1.1369	0.0895	-0.4595	$T_{ m m02}$	0.5	0.3	2.1
$\overline{q}$	-0.0964	-0.1388	-0.0396	$T_{\rm m01}$	0.1	0.6	1.8
r	0.2252	-0.3850	3.7972	ε	0.4	1.0	1.8
				T <sub>-01</sub>	0.3	1.0	1.0
				T <sub>-02</sub>	0.3	1.0	1.0

表-2 積分特性量に対する近似式の係数(修正TMAスペクトル)

 $y_0 = p_0, q_0, r_0$ 

る係数s, u, wの一覧を修正TMAスペクトルの場合に示す.係数p, q, rのそれぞれに対して,ベキ乗式を用いる式(17)では3組の係数(a, b, y<sub>0</sub>),4次多項式を用いる式(18)では5組の係数(a, b, c, d, e)が与えられる.各組の係数は添字p, q, rのいずれかをもち,またy<sub>0</sub> tp, q, r(に対する式(17)の係数p<sub>0</sub>, q<sub>0</sub>, r<sub>0</sub> に相当する.

表-3は表-2に与えた係数s, u, wのもとに式(17)あるいは式(18)より得たp, q, rを式(16)に用いた場合の相対誤差 $\lambda$  の範囲と、式(15)および式(17)あるいは(18)より得た各係数を式(19)に用いた場合の相対誤差 $\delta$  の範囲を示す。相対誤差 $\lambda$  は有限水深の影響を表す項に対する近似式の誤差を,相対誤差 $\delta$  は無限水深条件での誤差を含めた有限水深条件での積分特性量に対する近似式の最終的な相対誤差を表す。無限水深条件での積分特性量に対する近似式の最終的な相対誤差を表す。無限水深条件における各積分特性量に対する近似式の誤差は,有限水深の影響を表す項に対する近似式の誤差にほとんど由来する。表-3に示すように,今回作成した近似式は,積率の次数の場合より,相対誤差 $\delta$ が大きくなる傾向にあるが,それでも

表-3 積分特性量に対する近似式の相対誤差(修正TMAスペクトル)

I.q.	λ %	I.q.	δ %
$T_{m02}/T_{m02deep}$	-1.47~1.78	$T_{m02}$	-1.59~1.78
$T_{m01}/T_{m01deep}$	-0.79~0.55	$T_{m01}$	-0.93~0.56
$arepsilon/arepsilon_{deep}$	-0.42~0.35	ε	-0.53~0.46
$T_{-01}/T_{-01deep}$	-0.61~0.59	$T_{-01}$	-0.61~0.68
$T_{-02}/T_{-02\mathit{deep}}$	-1.09~1.12	$T_{-02}$	-1.09~1.18

I.q.: Integral quantity

最も大きい値を与える2次積率周期 $T_{m02}$ に対する相対誤差 $\delta$ は-1.6 $\sim$ 1.8%の範囲にあるから,精度はかなり高い.因みに,式(19)に基づくケース1(修正TMAスペクト

因みに、式(19)に基づくケース1(修止TMAスペクトル)の無次元エネルギー $\varepsilon$ の近似式は**表-1**と**表-2**の係数を使用すれば、次式のように書かれる.

$$\varepsilon = \left\{0.0653\gamma^{0.8015} + \left(0.2000 - 0.0653\right)\right\}$$

$$\times \left\{1 + \frac{r(k_p h)}{\sinh r(k_p h)}\right\}^p \cdot \left[\tanh\left\{0.4\left(k_p h\right)^{1.8}\right]\right]^q$$

$$p = 35.973\gamma^{-0.0048} + \left(1.825 - 35.973\right)$$

$$q = 0.0070\gamma^{-0.6516} + \left(1.1114 - 0.0070\right)$$

$$r = -0.3140\gamma^{0.1785} + \left(2.0659 + 0.3140\right)$$
(20)

相対誤差は-0.53~0.46 %の範囲になる。図-3は無次元エネルギー $\varepsilon$ の近似式(20)による計算値と入力資料値との比較(上図)および相対誤差 $\delta$ (下図)を $h/L_{\rho}$ との関係で表す。近似式はいずれのピーク増幅係数 $\gamma$ の場合にも、 $h/L_{\rho}$ の減少とともに $\varepsilon$ が一度増大して極大値をとったのち急減する挙動をよく再現しており,計算値と資料値は重なって図示される。ピーク増幅係数 $\gamma$ ごとにみれば、相対誤差 $\delta$ は $h/L_{\rho}$ の変化に伴いそれほど変化しないが、ピーク増幅係数 $\gamma$ の影響を含めれば相対誤差 $\delta$ は正負の値をとるので, $\gamma$ と $h/L_{\rho}$ の全条件における相対誤差の範囲は -0.53 ~ 0.46% と拡大する.

同様に、図-4は修正TMAスペクトルの2次積率周期に対する近似式の適合度と相対誤差を表す。5つの積分特性量のうち、最もあてはめ誤差が大きい $T_{m2}$ に対しても近似式による計算値と資料値は図上でほほ重なることから、よく符合すると言える。相対誤差 $\delta$  も $hL_p$ と $\gamma$ に対して、無次元エネルギー $\varepsilon$  の場合と同様の挙動を示す。 $\gamma$ と $h/L_p$ の全条件における相対誤差の範囲は-1.6~1.8%であるから、無次元エネルギーの場合に比べて3倍以上

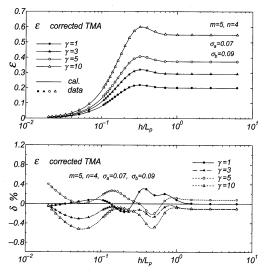


図-3 無次元エネルギーに対する近似式と相対誤差(修正 TMAスペクトル)

拡大しており、近似式の精度低下は免れないが、それで も絶対的な適合度は高い.

また、ケース2(修正FRFスペクトル)の場合の無次元 エネルギー $\varepsilon$  の近似式は次式で表される.

$$\varepsilon = \left\{0.1136\gamma^{0.8120} + \left(0.3064 - 0.1136\right)\right\} \cdot \left\{1 + \frac{r(k_p h)}{\sinh r(k_p h)}\right\}^p \cdot \left\{\tanh 0.4(k_p h)^{1.8}\right\}^q$$

$$p = 1.9153\gamma^{-0.1030} + \left(1.2846 - 1.9153\right)$$

$$q = 0.4441 \times 10^{-5} \gamma^4 - 0.1194 \times 10^{-3} \gamma^3 + 0.1160 \times 10^{-2} \gamma^2 - 0.4576 \times 10^{-2} \gamma + 0.8332$$

$$r = -0.9189\gamma^{0.1173} + \left(1.9950 + 0.9189\right) \tag{21}$$

相対誤差 $\delta$ の範囲は $-0.79\sim0.54\%$ である.

さらにケース3の場合の無次元エネルギー $\epsilon$ の近似式も次式のようになる.

$$\varepsilon = \left\{0.0640\gamma^{0.7989} + \left(0.2222 - 0.0640\right)\right\}$$

$$\left\{1 + \frac{r(k_p h)}{\sinh r(k_p h)}\right\}^p \cdot \left\{\tanh 0.4(k_p h)^{1.8}\right\}^q$$

$$p = -4.6772\gamma^{0.0327} + \left(1.6222 + 4.6772\right)$$

$$q = 0.2946 \times 10^{-5} \gamma^4 - 0.8213 \times 10^{-4} \gamma^3$$

$$+ 0.8521 \times 10^{-3} \gamma^2 - 0.3856 \times 10^{-2} \gamma + 0.9713$$

$$r = -0.3289\gamma^{0.2082} + \left(1.9789 + 0.3289\right)$$
相対誤差  $\delta$  は-0.73~0.60 %の範囲にある。

#### 5. 結語

本研究の成果はつぎのようである.

①有限水深条件においてピーク周波数f。で最大値をとる修正一般化TMAスペクトルを導出した。

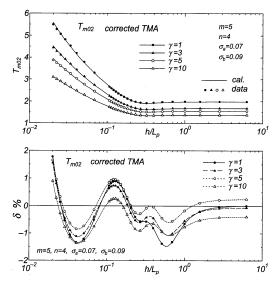


図-4 2次積率周期に対する近似式と相対誤差(修正TMAスペクトル)

②スペクトル条件 $(m, n, \sigma_a, \sigma_b)$ の組合せ3組について,各種積分特性量に対する高精度近似式を無限水深条件での一般化JONSWAPスペクトルと有限水深条件での修正一般化TMAスペクトルの場合にそれぞれ作成した。修正TMAスペクトルの場合,相対誤差は2次積率周期で $\pm 1.8$  %以内,その他の積率周期で $\pm 1.2$  %以内,無次元エネルギーで $\pm 0.5$  %以内であるから,精度は高い.

なお、種々のスペクトルの場合のスペクトル幅パラメータを含む各種積分特性量に対する高精度近似式の係数一覧が Yamaguchi et al. (2009) に与えられる.

#### 参考文献

山口正隆(1984):JONSWAPスペクトルの積分特性量に対する高精度近似式について、土木学会論文集、第345号/II-1(/-F)、pp.149-152.

山口正隆(1988):風波の標準スペクトルに対する一般式の提案,第35回海岸工学講演会論文集,pp.158-162.

Bouws, E. et al. (1985): Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water 1: Spectral form, Jour.Geophys. Res., Vol.90, No.C1, pp.975-986.

Donelan, M.A. et al. (1985): Directional spectra of wind-generated waves, Phil. Trans. Royal Soc., London, Series A, No.315, pp.509-562.

Hasselmann, K. et al. (1973): Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), Deutsch. Hydrogr. Zeit., A8, No.12, pp.1-95.

Miller, H.C. and C.L. Vincent (1990): FRF spectrum: TMA with Kitaigorodskii's f<sup>-4</sup> scaling, Jour. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., ASCE, Vol.116, No.1, pp.57-78.

Yamaguchi, M., Holthuijsen, L. and H. Nonaka (2009): Numerical tables of coefficients in approximation expressions for integral quantities based on generalized TMA and Thornton spectra, Eng. Jour., Ehime Univ., Vol.8 (in preparation).