海岸工学論文集，第 55 巻（2008）
土木学会，111-115

多方向性を考慮した異常波浪予測モデルの提案とその検証

Developing Freak Wave Prediction Model with Directional Effects and its Validation

森　信人[1]・Peter A.E.M. Janssen[2]・川口浩二[3]

Nobuhito MORI, Peter A.E.M. JANSSEN and Koji KAWAGUCHI

Quasi-resonant four-wave interactions may influence the statistical properties of deep-water surface gravity waves such as a freak wave. The freak wave prediction method was developed by Mori and Janssen (2006) based on the quasi-resonant wave theory assuming unidirectional wave condition. In this study, the directional effect is considered for kurtosis estimation from directional wave spectra assuming a semi-empirical relation. The validation of the kurtosis estimation including directional information is performed by operational wave forecasts and observed data.

1. 序論

Freak wave に代表される線形理論と異なる出現特性を持つ異常波浪（以下，単に Freak wave）の出現に高次の非線型相互作用が大きく関わり，その発生原因についての研究が進められてきた（Dysthe et.al., 2008 ： Mori. 2008）. 当初は発生原因解明についての基礎的研究が多く見られたが，現在はどのように予測するのかという研究段階を迎えている．著者らは，3次の非線形干渉の影響増加と Freak wave 発生頻度についての予測理論を提案し，数値実験および水槽実験により1方向波列についての理論の妥当性を検証している（森ら，2006）．一方で，方向分散性の影響の重要性も指摘されており（Socquet-Juglard et al., 2005），理論的には方向分散性が強くなると Freak wave 発生頻度が低下することが示唆され，数値計算結果から

$$\kappa_{40} \propto \frac{\mathrm{BFI}^2}{\sigma_\theta} \tag{1}$$

なる関係が提案されている（森ら，2007）．ここで BFI は Janssen（2003）の Benjamin-Feir Index であり，σ_θ は，方向スペクトルの方向分散パラメータである．その後の検討により，式(1)では $\sigma_\theta \to 0$ に漸近する場合に問題があることがわかり，さらに実際の波浪予測・推算や現地データでどのような関係になっているのか，方向分散性がどの程度影響を与えるのかなど，重要な項目について検討が必要とされている．

そこで本研究では，これまでの結果を下に，方向分散の影響を考慮したより実用的な Freak wave 出現予測のための推定式を提案し，現地観測データおよび現業の波浪解析値に適用し，その妥当性の検証を行なう．これに加えて，これまであまり考慮されていなかった Freak wave 出現時の時間な非定常性について，数値計算を踏まえて議論を行い，現時点で予測可能な範囲の事項と予測自体が難しい事項について考察する．

2. 方向分散を考慮した kurtosis 予測方法の考案

本節では，まず始めに周波数分散と方向分散の関係について整理し，ついで方向分散を考慮した kurtosis 推定方法について議論を行う．一般的には kurtosis としては Gaussian で 3 となる μ_4 が用られる事が多いが，ここで展開する理論では 4 次のキュムラント κ_{40} を用いた方が記述が簡便になる．両者の関係は $\mu_4 = \kappa_{40} + 3$ であり，簡易に換算できる．以下では，表記上の利便性から，場合に応じて μ_4 と κ_{40} を混在して取り扱う．

方向スペクトルを以下のように角振動数 ω と方向 θ により $E(\omega,\theta)d\omega d\theta$ と定義する．深海波の条件で，4 波相互作用を考えると，$\omega_4 = \sqrt{g|\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3|}$ が重要であり，これに対して方向分散を考えると

$$\begin{aligned}\omega_4 \;=\; & \Big\{(\omega_1^2+\omega_2^2-\omega_3^2)^2 + 2\omega_1^2\omega_2^2[\cos(\theta_1-\theta_2)-1] \\ & -2\omega_1^2\omega_3^2[\cos(\theta_1-\theta_3)-1] \\ & -2\omega_2^2\omega_3^2[\cos(\theta_2-\theta_3)-1]\Big\}^{1/4}\end{aligned} \tag{2}$$

と展開される．ここで，方向スペクトルがピーク周り（$\omega = \omega_0$ および $\theta = \theta_0$）に集中し，比較的速く減衰することを仮定する．さらに，ピーク周りの方向スペクトル形状に着目し，解析的に取り扱い易いように2次元 Gauss 分布を仮定する．

1 正 会 員　博（工）　京都大学准教授　防災研究所
2　Ph.D　European Centre for Medium - Range Weather Forecasts
3 正 会 員　博（工）　（独）港湾空港技術研究所　主任研究官

$$E(\omega,\theta)=\frac{m_0}{2\pi\sigma_\omega\sigma_\theta}e^{-\frac{1}{2}(\nu^2-\phi^2)} \tag{3}$$

$$\nu=\frac{\omega-\omega_0}{\sigma_\omega},\quad \phi=\frac{\theta-\theta_0}{\sigma_\theta} \tag{4}$$

ここでσ_ωは周波数分散パラメータ，σ_θは方向分散パラメータ，ω_0はピーク角振動数，θ_0は主波向きである．方向スペクトルが(3)で与えられる場合，方向分散幅パラメータσ_θは，方向分布関数の1次モーメントr_1と以下の関係を持つ．解析的にσ_θは，一般的に用いられる方向分散角σと$\sigma=\sqrt{2(1-\sigma_\theta)}$なる関係を持つ．上記の仮定の下では，$\omega_4$は1次補正オーダーで以下のように近似できる．

$$\omega_1=\omega_0(1+\delta_\omega\nu_1),\quad \theta_1=\theta_0+\delta_\theta\phi_1 \tag{5}$$

ここで$\delta_\omega=\sigma_\omega/\omega_0$と$\delta_\theta=\sigma_\theta$は微小量とする．これらの関係を(2)に代入し，周波数差$\Delta\omega$を考えると以下のような関係が得られる．

$$\Delta\omega=\delta_\omega^2\omega_0\{(\nu_3-\nu_1)(\nu_3-\nu_2)-R(\phi_3-\phi_1)(\phi_3-\phi_2)\} \tag{6}$$

ここで$R=\delta_\theta{}^2/2\delta_\omega{}^2$は方向・周波分布幅比として定義される量である．森ら（2007）は，方向スペクトルが周波数・方向の両変数に挟帯であるとの仮定の下で，周波数分散を考慮した場合の無次元時間$\tau=\omega_0\sigma_\omega{}^2t$に対して近傍場における$\kappa_{40}$の振る舞いを得ている．

$$\kappa_{40}=3\tau\mathrm{BFI}^2(1-R) \tag{7}$$

ここで，BFI$=\varepsilon Q_p{}^2$，εは波形勾配，Q_pは合田のスペクトル幅パラメータである．注目すべきは，方向・周波分布幅が$\delta_\theta=\sqrt{2}\,\delta_\omega$となる比率で換算可能なことである．

一方，式(1)では，$\sigma_\theta\to0$と一方向波に漸近する場合のκ_{40}の振る舞いに問題がある．そこで，分布形状がほぼ同じで，$\sigma_\theta\to0$で Janssen（2003）の式に一致するように関数形を仮定する．

$$\kappa_{40}^{2D}=\frac{\pi}{3}\mathrm{BFI}^2\left(\frac{1}{1+\alpha\sigma_\theta}\right) \tag{8}$$

ここでαは係数である．σ_θについて式(8)の極値を取ると，

$$\left.\begin{array}{ll}\sigma_\theta\to0 & \kappa_{40}=\frac{\pi}{3}\mathrm{BFI}^2\\ \sigma_\theta\to\infty & \kappa_{40}=0\end{array}\right\} \tag{9}$$

なり，定性的な振る舞いとしては問題ない．式(8)中の係数αについては，理論的には決めることが難しい．そこで次節において2次元非線形 Selhröodinger 方程式（以下 CNLS 方程式）を用いた数値実験を行い，決定することにする．CNLS 方程式では，波数スペクトルを時間発展させるが，この場合，波数スペクトル幅パラメータと周波数・方向スペクトル幅パラメータの関係について把握する必要がある．波数スペクトルを2次元 Gauss 分布

$$F(k_x,k_y)=\frac{m_0}{2\pi\sigma_{k_x}\sigma_{k_y}}e^{-\frac{1}{2}(\psi_x^2-\psi_y^2)} \tag{10}$$

$$\psi_x=\frac{k_x-k_p}{\sigma_{k_x}},\quad \psi_y=\frac{k_y}{\sigma_{k_y}} \tag{11}$$

と仮定すると，$F(k_x,k_y)\,dk_xdk_y=E(\omega,\theta)\frac{\partial w}{\partial k}\mathrm{d}\omega d\theta$と分散関係式を用いて変数変換する必要がある．しかし，方向スペクトルが周波数および方向の方向に挟帯であると仮定し，式(7)の関係を用いて式(8)を以下のように換算する．

$$\kappa_{40}^{2D}=\frac{\pi}{3}\mathrm{BFI}^2\left(\frac{1}{1+\sqrt{2}\beta\sigma_{k_y}}\right) \tag{12}$$

基本的には2つの係数はαおよびβは等価であるが，その妥当性については次節で検討する．

3. MC-CNLS 方程式による数値計算

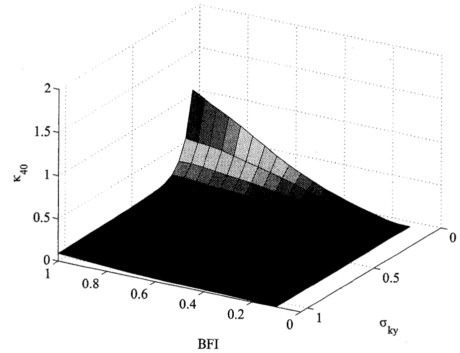
(1) 式(12)の最適化

式(8)および式(8)における係数決定のために CNLS 方程式を用いたモンテカルロシミュレーション（MC-CNLS）を行った．CNLS 方程式は45度方向にエネルギー漏れが指摘されているが（Yuen and Lake，1982），4波相互作用によるμ_4の初期変化を見るには問題ないとして使用する．初期条件は，式(11)に示した2次元 Gauss 分布で与え，MC-CNLS 計算では，1組の初期条件式 BFI（$\propto\sigma_{\sigma_{k_x}}$）と$\sigma_{\sigma_{k_y}}$について初期位相を500パターン与え，初期条件については，σ_{k_x}とσ_{k_y}をそれぞれ20パターン変化させ，合計12,000ランそれぞれについて100周期まで伝播計算を行った．

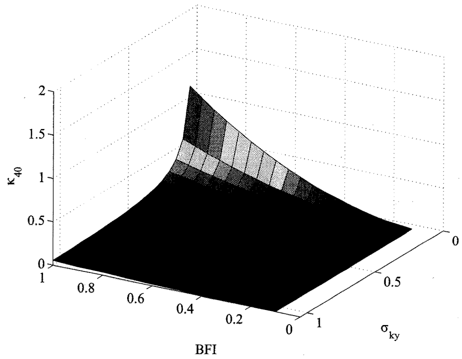
図-1は，その結果であり，(a)は MC-CNLS による数値解，(b)は(a)の数値解に対して式(12)の係数βを最小2乗法により最適化した結果（$\beta=14.5$）である．**図-1**(b)は，森ら（2007）と類似した結果であるが，$\sigma_{k_y}\to0$で一方向波列に対する理論解と一致する点が異なる．方向分散と周波数分散の比率に応じてκ_{40}の大きさが決まり，方向集中度が高いほど kurtosis の値が増加し（異常波浪の出現頻度が増加），方向集中度が低いと逆に kurtosis の値が減少する（異常波浪の出現頻度が減少）という形になる．

(2) Freak wave 出現の非定常性

上記の扱いでは，kurtosis の変化を与えられた初期値からの時間変化の中で kurtosis が最大となる極大値についての議論を行ってきた．一方向波列に対しては，水槽実験との比較結果から kurtosis の初期値からの空間発展

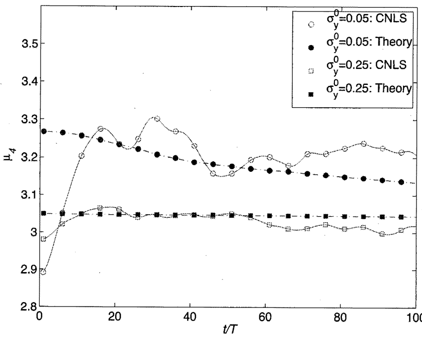


(a) MC-CNLSによる数値計算結果

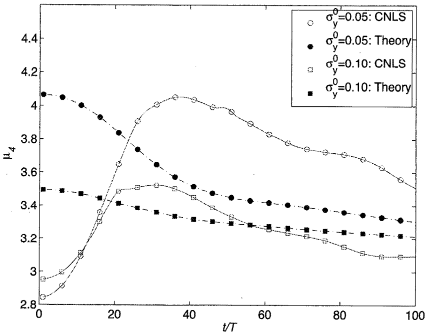


(b) 式(12)

図-1 多奉公波列におけるBFI（周波数分散）とσ_{ky}（方向分散）とκ_{40}の関係



(a) BFI $=0.5$（白抜き記号：$\sigma_{k_y}=0.05$，塗りつぶし記号：$\sigma_{k_y}=0.25$）



(b) BFI $=1.0$（白抜き記号：$\sigma_{k_y}=0.05$，塗りつぶし記号：$\sigma_{k_y}=0.10$）

図-2 μ_4の時間変化におよぼす方向分散幅の影響（丸：波形から計算した値，四角：波数スペクトルから計算した値）

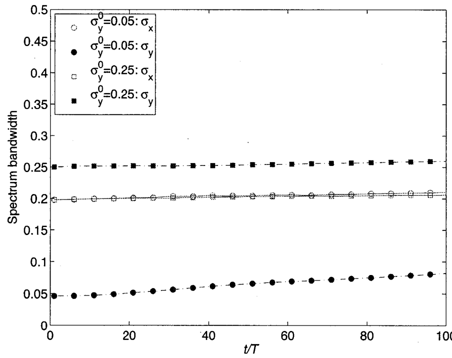
について，ほぼ予測が可能であることがわかっている（森ら，2007）．しかしこのような考え方にはいくつかの問題点が内在している．第1に，kurtosisおよびスペクトル両者は，非線形干渉により大きく時間変化する．第2に，海洋における波浪では，初期値そのものが存在しない，もしくは決めることが難しい場合が多い．Freak waveの非定常性については，90年代から課題として挙げられていたが，それほど詳しく検討はなされていない．そこで，CNLS方程式を用いた計算過程で得られるスペクトルの変形とkurtosisの関係についてkurtosisやスペクトル幅パラメータの変化について調べ，初期値問題として考えることが適切かどうかについて検討を行う．

図-2は，μ_4の時間変化におよぼす方向分散幅の影響である．図中の記号は，計算条件の違いであり，白抜き記号は，各時間毎の波形から計算した値，塗りつぶし記号は，各時間毎の波数スペクトルから式(12)により計算した値である．図からわかるように，BFIの値が大きいとkurtosisの値が到達する最大値も増加し，方向分散σ_{k_y}が大きくなるとBFIの値が大きくてもkurtosisの最大値は増加しない．kurtosisの時間的な変化については，初期から20〜30周期後に最大値に到達し，その後緩やかに減少する．これは，非線形干渉によって励起されるFreak waveの出現時の継続時間が最短で10周期程度であることを示しており，この特徴が，観測で稀にしかFreak waveが捉えられない要因ではないかと考えられる．また，初期値から期待されるkurtosisの最大値は，式(12)を用いて$t=0$におけるスペクトルから計算した値にほぼ等しい．しかしながら，kurtosisが最大値に到達する時刻におけるスペクトルから求めたkurtosisはこれを大きく下回っており，スペクトルの変化とこれから予測されるkurtosisの値には時間的なラグが存在することになる．

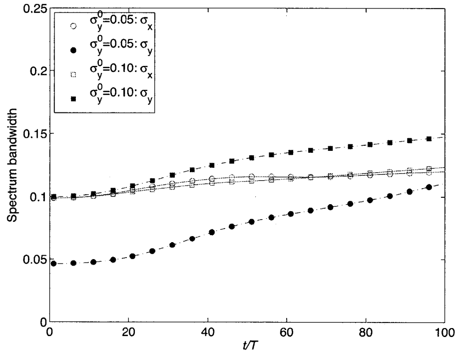
そこで，**図-3**に示すのは，**図-2**と同じ計算におけるスペクトル幅パラメータの時間変化である．kurtosisの時間変化に比べて，スペクトル幅パラメータは緩やかであり，予想に反して大きく変化しない．これらの結果より，方向スペクトルからkurtosisを予測する際には，高精度な推定精度が必要であり，特に離散化について注意する必要があることが示唆される．

4. 予測理論の検証

上記の議論を検証するために，WAMモデルを用いた



(a) BFI $= 0.5$（白抜き記号：$\sigma_{k_y} = 0.05$，塗りつぶし記号：$\sigma_{k_y} = 0.25$）



(b) BFI $= 1.0$（白抜き記号：$\sigma_{k_y} = 0.05$，塗りつぶし記号：$\sigma_{k_y} = 0.10$）

図-3　スペクトル幅 $\sigma_{k_x}, \sigma_{k_y}$ の時間変化におよぶす方向分散幅の影響（丸：σ_{k_x},四角：σ_{k_y}）

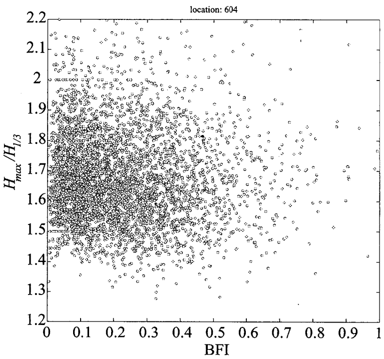


図-4　H_{max} と BFI^{1D} の関係（NOWPHAS 観測データ）

波浪解析データと全国港湾海洋波浪観測資料（NOWPHAS）を用いた．対象期間は2004年の1年間とし，NOWPHASの太平洋および日本海側の6点の観測データ（以下，観測値と表記，紙面の都合上，太平洋側の久慈1箇所の比較のみを示す），波浪解析データには，ECMWF現業波浪予測モデルを用い，NOWPHAS観測地点に最も近い計算格子の値を用いた．**図-5**に示すのは，

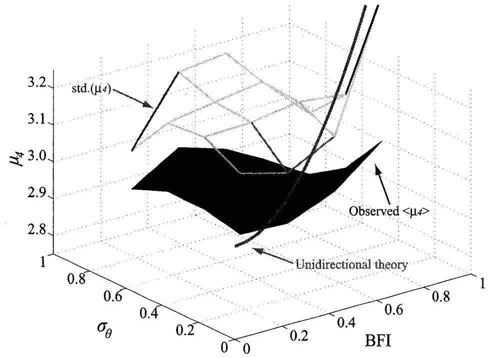


図-5　$H_{max}/H_{1/3}$ と BFI^{2D} の関係（NOWPHAS 観測データ）

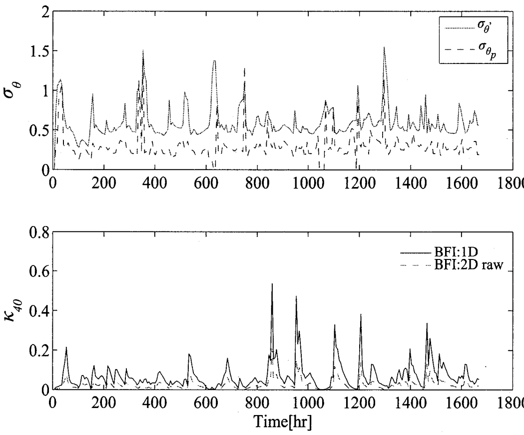


図-6　ECMWF解析データから求めた方向分散 σ_θ と κ_{40} の時間変化（上側：σ_θ，下側：κ_{40}）

Jannsenの一方向波に対する予測理論を適用した場合のECMWFの解析値を用いた予測結果と観測値の比較である．一見してわかるように両者は無相関であり，特に μ_4 の観測値が正規分布の3.0前後に分布しているのに対して，予測値は3.0以上のみに分布している．そこで，NOWPHASの方向スペクトルを用いて方向分布幅 σ_θ を計算し，観測波形から直接計算したkurtosisとBFIおよび σ_θ の関係を調べた．**図-4**に示すのは，その結果である．定性的には式(12)の結果と類似した分布であり，方向集中度が強く，BFIが大きい場合にkurtosisが増加し，逆に方向分散が大きい場合，BFIが大きくてもkurtosisはGussianに近い値を保つ．

一連の考え方では，方向スペクトルから式(12)を用いてkurtosisを計算し，得られた値を用いて森ら（2005）の理論により $H_{max}/H_{1/3}$ の出現確率分布を求める方法が示されている．NOWPHASのような観測データでは，方向スペクトルと波形が両方観測されていれば，方向スペクトルから求めるkurtosisの推定精度，求めたkurtosisから求められる最大波高分布の推定精度をそれぞれ検証

可能である．そこで，ECMWF 波浪解析データから kurtosis と H_{max} の推定を行い，NOWPHAS 観測データを用いて比較を行う．

式(8)に示したように，μ_4 推定の方向分散の影響は σ_θ の推定精度に依存する．実際に波浪予測や推算で利用するには，離散化の影響が避けられず，その影響は，方向集中度が増すほど大きく表れることが容易に予想できる．そこで，数値的に検討した結果（図面は省略），一般的に用いられる方向分布関数 32 分割では，σ_θ が 0.2 以下では過小評価され，推定精度が低下し，σ_θ を精度良く求めるためには，64 分割以上の解像度で計算を行う必要があることがわかった．なお，観測データにおける方向スペクトル推定では，方向スペクトルの裾の部分が真値に比べて大きく広がって計算される事が多く，逆に σ_θ が過大に評価される傾向がある．上記の結果を踏まえて，以下で扱う ECMWF 解析データは，方向について64分割したものを用いる．

図-6に示すのは，一例として，ECMWF 解析データから求めた方向分散 σ_θ と κ_{40} の時間変化である．**図-6**(a) は方向スペクトルから求めた σ_θ の時間変化であり，図中の実線は方向スペクトル全体から計算した方向分散角，点線はピーク周波数の方向分布のみを用いて計算した方向分散角の時間変化である．図から，方向スペクトル全体から計算した方向分散角はかなり広く，この値を用いると kurtosis は殆ど変化しないことになる．そこで**図-6**(b)に示すように，ピーク周波数の方向分布から方向分散角を計算し，これを式(12)に代入して κ_{40} を求めた（点線）．図中の実線は，方向分散を無視して求めた従来の κ_{40} の時間変化である．これより，一方向波の式から推定される値と比べて，方向分散を考慮すると kurtosis の値は全般的に小さくなり，局所的に急激に値が増加するようになる．

これらの結果をもとに，ECMWF 解析データから式(12)により kurtosis を求め，得られた値から森ら（2005）の H_{max} の分布予測式により $H_{max}/H_{1/3}$ の期待値を求めた．**図-7**に示すのは，その結果であり，**図-6**の結果を踏まえて，方向分散角は平均周波数の方向分布から求め，式(12)に代入している．図からわかるように，解析データから推定した kurtosis と観測データの H_{max} 期待値の平均値には有意な相関があり，kutosis の増加と共に $H_{max}/H_{1/3}$ の値も増加する傾向が見られる．以上の結果，方向分散性を考慮することにより，方向スペクトルから H_{max} を推定することが可能であることを明らかにした．

5. 結論

Freak wave や H_{max} の予測に重要な水面変位の 4 次モーメントである kurtosis を予測するため，Janssen の一方向波の仮定の下で導出された理論に方向分散性の影響を加えた半経験式を提案した．得られた結果について，観測データと波浪解析データを用いて検証を行った．その結果，一方向を仮定した従来の理論では説明できなかった H_{max} の方向分散性依存を説明可能であることがわかった．また，波浪解析データから推定した kurtosis と観測データの H_{max} には相関が見られ，方向スペクトルから H_{max} の推定が可能であることがわかった．

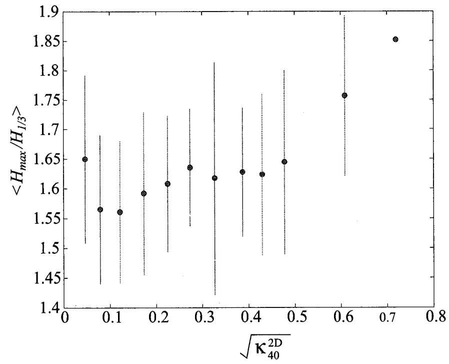


図-7 ECMWF 解析データを用いて推定した κ_{40}^{2D} と $H_{max}/H_{1/3}$ の観測値の関係（●：平均値，縦棒：分散）

謝辞：本研究を進める上で御世話になった ECMWF J.R. Bidlot 博士に感謝する．また，本研究の一部は科学研究費補助金（No. 19360225，代表：永井）および造船学術研究推進機構の援助によるものである．

参考文献

森　信人・Peter A. E. M. Janssen (2005)：異常波浪の出現と非線形干渉の関係について，海岸工学論文集,52, pp. 131-135.

森　信人・Peter A. E. M. Janssen・Miguel Onorato (2007)：異常波浪予測における多方向性の影響，海岸工学論文集，54, pp.96-100.

Dysthe, K., H. Krogstad. and P. Müller (2008)：Oceanic rogue waves, Annual Review of Fluid Mechanics, 40, pp. 287-310.

Janssen, P. A. E. M. (2003)：Nonlinear four-wave interactions and freak waves, Journal Physical Oceanography, 33, 4, pp. 863-884.

Mori, N. (2008)：Freak waves, Y. C. Kim (Ed.). Hand book of Coastal and Ocean engineering, Ed.Y.C.Kim, World Seientific, 20p. (印刷中).

Mori, N. and P. A. E. M. Janssen (2006)：On kurtosis and occurrence probability of freak waves, Journal of Physical Oceanography, 36, 7, pp.1471-1483.

Mori, N., M. Onorato, P.A. E. M. Janssen. A. R. Osborne, and M. Serio (2007)：Exceedance probability for strongly nonlinear long crested waves, Journal of Geophysical Research, doi：10. 1029/2006JC004024.

Socquet-Juglard, H., K. Dysthe, K. Trulsen, K. H. E., and L. J. (2005)：Probability distribution of surface gravity waves during spectral chages, Journal of Fluid Mechanics, 542, pp.195-216.

Yuen, H. and B. Lake (1982)：Nonlinear dynamics of deep-water gravity waves. Advances in Applied Mech., 22, pp.67-327.