

浅海域における正弦波造波に伴う 2 倍周波数成分の越波に及ぼす影響

Effect of 2nd-order Waves on Wave Overtopping by Sinusoidal Waves Generated in Shallow Water

細田勝也¹・宮前 伸²・関 克己³・水口 優⁴

Katsuya HOSODA, Shin MIYAMAE, Katsumi SEKI and Masaru MIZUGUCHI

Change of wave overtopping rate with increase of wave period is studied experimentally, first, by using sinusoidal incident waves. It is found that the rate does not increase monotonically. The second-order free waves are generated at wave maker when sinusoidal signal is used in shallow water. Phase difference between the primary waves and the second-order free waves at dike varies with wave period, introducing large variation of peak height of waves and overtopping rate accordingly. The rate increases monotonically when cnoidal waves are generated.

1. はじめに

海岸工学において越波量の算定は重要な問題の一つであり、現在までに数多くの研究がなされてきた。過去の研究では越波量に関係する要素の一つである前後の波の干渉に着目したものがあり、例えば不規則波の打ち上げ高に関して戻り流れの影響が小さいほど打ち上げ高が大きくなることが示されている(木村ら, 1982)。また齋藤ら(2006)は二連の孤立波を用いて 2 波の間隔を短くしていくと、2 波が干渉を始める波峰のピーク間隔が存在し、干渉の結果 2 波目の越波量が減少することを実験的に示している。

本研究では斜面上で静水汀線部に堤防がある場合に正弦波における前後の波の干渉に着目して、沖波波高を一定に保ち周期を広い範囲で変化させる実験を行った。その結果、越波量は周期の増大によって単調に増加するのではなく、大きく変動した。一様水深部での鉛直壁の越波実験により浅海域における正弦波造波では 2 倍周波数成分の自由波と拘束波の位相差が越波量に大きな影響を及ぼすことが判明した。

2. 正弦波造波による海岸堤防越波実験

(1) 実験概要

実験は吸収性能付きピストン型造波装置を有する断面 2 次元装置を用いて行った。図-1 に実験模型概要図を示す。実験水槽は一様水深部 0.25 m、一様斜面勾配 1/20 であり、斜面勾配上の汀線位置に高さ 1.0 cm の堤防を設置した。なお、集水箱内には乱れを抑えるために消波マットを設置して水位上昇の計測をおこなった。水位計は $X=3.00$ m, 10.30 m, 14.91 m の 3 地点に設置した。

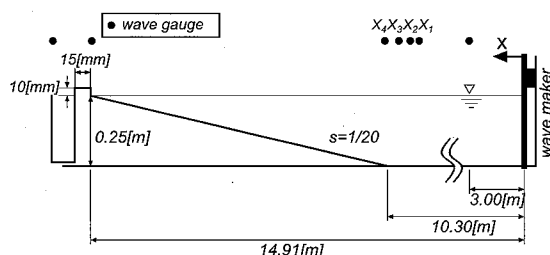


図-1 実験模型概要図(斜面での実験)

なお、 $X=10.30$ m 地点には入・反射波を分離するために 4 台からなる水位計群を配した。データの取得には AD 変換ボードを装備したノート型パソコンを用い、サンプリング周波数は 100 Hz でデータを取得した。造波信号の振幅は沖波換算(微小振幅波理論)波高 H_0 を 5.0 cm となるように周期に応じて決定した。周期は $T=1.40 \sim 2.20$ s の範囲において 0.05 s 刻みで変化させた。個々波は水位計データからゼロダウンクロス法により定義した。波高、越波量は水位変動の時系列データを定常状態に達したと判断される所から連続する 5 波の平均を取った。なお越波量については一波当たり、単位幅当たりとしている。

(2) 実験結果

堤防高さ $h_c=1.0$ cm において、越波量 Q と周期 T の関係を求めたものを図-2 (■印) に示す。越波という現象を考えれば地形、波高を固定した正弦波実験においては、周期の増大とともに打ち上げ高および越波継続時間が増加するので、越波量は単調に増加するはずである。しかし、今回の実験条件では周期の増大に伴い越波量が単調増加するというわけではなく、 $T=1.75, 2.10$ s 付近で越波量が減少するという傾向がみられた。またこの図中には堤防前面における水位変動 η のピーク値(以下 η_b とする)を併せて示す。ここで η_b は越波量を算出する際に用いた 5 波の平均値である。図-2 より、堤

1 修(工) 東亜建設工業(株)
2 中央大学大学院理工学研究科土木工学専攻
3 正会員 博(工) 中央大学助教 理工学部土木工学科
4 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科

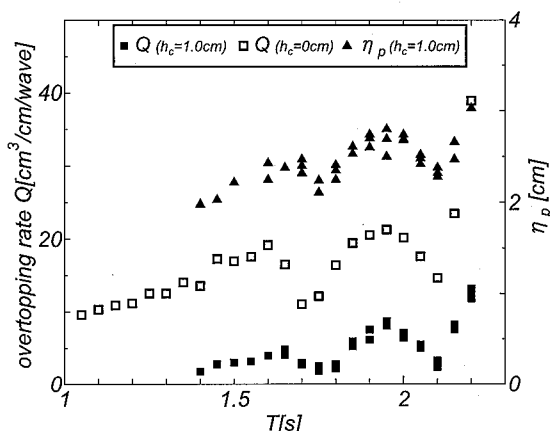
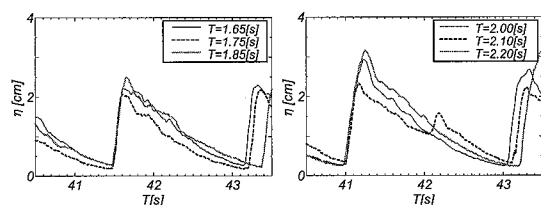
図-2 越波量 Q と周期 T の関係 (斜面での実験)

図-3 越波波形 (堤体前面における実測波形)

堤体前面での波形のピーク値 η_p が堤体前面において周期に対して単調増加になっておらず、越波量と同様に変動し、強い相関があることがわかる。ここで堤防前面における水位計データ、つまり越波波形に着目して $T=1.75$ s および $T=2.10$ s、および前後の周期のケースでの越波波形を図-3 に示す。前後の周期の越波波形と比べ波峰が低くなっていることが確認できる。このことが結果として越波量 Q を減少させていると考えられる。なお越波波形に2次波峰の存在が明確に確認できるのは $T=2.10$ s のケースのみである。

(3) 反射波の効果について

反射波の効果について検討するために堤防高さ $h_c=1.0$ cm と堤防なしの2ケースについて検討を行った。その結果、図-2 に示すように越波量 Q と周期 T の関係は堤防の有無によらないことを確認した。また $h_c=1.0$ cm での反射率は7%程度、堤防なしのケースについては反射率が2%程度といずれのケースにおいても反射率は1割以下であり、本実験において反射波は越波量の増減に関与していないと考えられる。

(4) 2倍周波数成分について

次に着目したのは図-4 に示すように一様水深部における実測波形が周期によりかなり異なり、正弦波から外れた形になっている点である。そこで、水位変動データに数値ローパスフィルターを施すことにより基本周波数成分と高次成分との分離をおこなった。その際カットオ

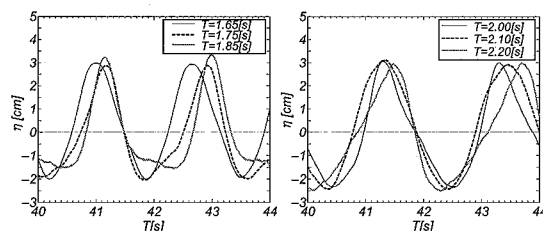


図-4 一様水深部における実測波形 (斜面先端)

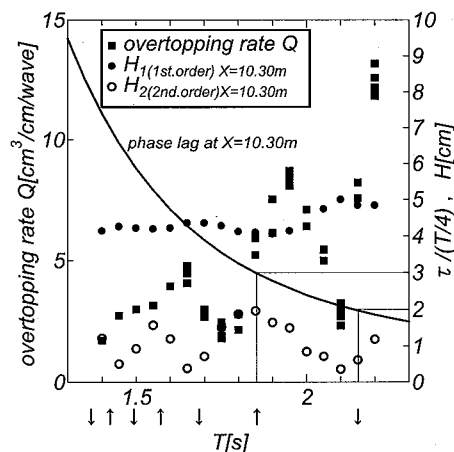


図-5(a) 基本および2倍周波数成分の波高 (斜面先端)、および越波量と周期の関係

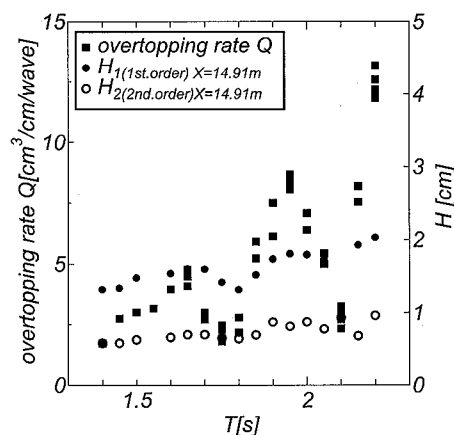


図-5(b) 基本および2倍周波数成分の波高 (堤体前面)、および越波量と周期の関係

フ周波数は $1.5/T$ とし、さらに高次成分についてカットオフ周波数を $2.5/T$ として2倍周波数成分を分離した。得られた基本周波数成分の波高 H_1 、2倍周波数成分の波高 H_2 および越波量 Q の関係を図-5(a) に示す。これより、一様水深部の2倍周波数成分の波高が越波量と対応して増減していることが確認される。次いで、堤体前面 $X=14.91$ m の水位変動データに同様の処置を施

すことにより, H_1 , H_2 を求め, Q を併せて示した (図-5(b)). 堤体前面 ($X=14.91$ m) では2倍周波数成分よりも基本周波数成分の変動量が大きく, 越波量との相関も高い. 2倍周波数成分は図-3で示されるような碎波後の前傾化した三角形の越波波形を周波数分解しているに過ぎない. このため, 斜面での越波 (碎波・遡上を含む) では2倍周波数成分との関係は単純では無いと考えられる.

3. 浅海域 (一様水深) における正弦波造波に伴う2倍周波数成分の挙動

基本解が有限振幅波となる条件において正弦波造波すると高次の周波数成分のビート現象が起こる. 合田・賀川 (1997) はストークス波理論を用いてビート現象の解析を行っているが, 本論文では浅海域に適用されるクノイド波理論を用いる.

(1) クノイド波における高周波数成分

クノイド波の1次近似解をフーリエ級数展開すると以下の式が得られる (戸田, 2001).

$$\frac{\eta}{H} = \frac{\pi^2}{k^2 K^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sinh\left(\frac{nK'}{K}\pi\right)} \cos(2n\pi ft) \quad \cdots (1)$$

ここで, k : 母数, K : 第1種完全楕円積分, K' : 補母数による第1種完全楕円積分である. よって波高 H のクノイド波の持つ基本周波数成分 η_1 および2倍周波数成分 η_{2b} はそれぞれ次式で表される.

$$\eta_1 = \frac{\pi^2}{k^2 K^2} \frac{H}{\sinh\left(\frac{K'}{K}\pi\right)} \cos(2\pi ft) \quad \cdots (2)$$

$$\eta_{2b} = \frac{\pi^2}{k^2 K^2} \frac{2H}{\sinh\left(\frac{2K'}{K}\pi\right)} \cos(4\pi ft) \quad \cdots (3)$$

(2) 2倍周波数成分の造波問題

式 (1) で示すように, 厳密解である有限振幅波 (浅海域ではクノイド波) では水位変動をフーリエ級数展開すると基本周波数成分 η_1 と拘束波としての2倍周波数成分 η_{2b} が存在する. そのため正弦波造波すると, 造波に伴う2倍周波数成分 η_{2f} が自由波として発生する. 2倍周波数成分の拘束波は造波周期 T に対応する波速 C_1 で伝わるが, 自由波は周期 $T_2 = T/2$ に対応する波速 C_2 で伝わる. よってクノイド波の一次オーダーでの水位変動は以下の式で表される.

$$\eta(x, t) = \eta_1\left(\frac{x}{C_1} - t\right) + \eta_{2b}\left(\frac{x}{C_1} - t\right) + \eta_{2f}\left(\frac{x}{C_2} - t\right) \quad (4)$$

このときの水平流速は, 2倍周波数成分においても長波近似が成立すると仮定すると次式になる.

$$u(x, t) = \frac{C_1}{d} \eta_1\left(\frac{x}{C_1} - t\right) + \frac{C_1}{d} \eta_{2b}\left(\frac{x}{C_1} - t\right) + \frac{C_2}{d} \eta_{2f}\left(\frac{x}{C_2} - t\right) \quad \cdots (5)$$

造波板における境界条件では, 基本周波数成分のみ正弦波造波とすると, 式 (5) における右辺第1項目のみで境界条件が満足される. つまり2倍周波数変動に対応した境界条件としては,

$$u_2(x, t) = \frac{C_1}{d} \eta_{2b}\left(\frac{x}{C_1} - t\right) + \frac{C_2}{d} \eta_{2f}\left(\frac{x}{C_2} - t\right) = 0 \quad \text{at } x=0 \quad \cdots (6)$$

となり, 2倍周波数における拘束波と自由波の水位変動の関係として以下の式を得る.

$$\eta_{2f}\left(\frac{x}{C_2} - t\right) = -n' \eta_{2b}\left(\frac{x}{C_1} - t\right) \quad \cdots (7)$$

ここで, $n' = C_1/C_2$ とした. 式 (7) を式 (4) に代入すると2倍周波数変動を考慮した水位変動の式が得られる.

$$\eta(x, t) = \eta_1\left(\frac{x}{C_1} - t\right) + \eta_{2b}\left(\frac{x}{C_1} - t\right) - n' \eta_{2b}\left(\frac{x}{C_2} - t\right) \quad \cdots (8)$$

(3) 2倍周波数成分の位相関係

次に2倍周波数成分間の位相関係について検討する. 任意地点における拘束波と自由波の到達時間の差 τ は一様水深の場合は式 (9) で表される.

$$\tau(X) = \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right) \cdot X \quad \cdots (9)$$

造波段階で逆位相となっていること (式 (7)) を考慮すると,

$$\tau = \begin{cases} \frac{T_2}{2} \cdot 2n = \frac{T}{4} \cdot 2n & \text{: 逆位相} \\ \frac{T_2}{2} \cdot (2n+1) = \frac{T}{4} \cdot (2n+1) & \text{: 同位相} \end{cases} \quad n=0, 1, 2, \cdots (10)$$

となることが予想される. そして2倍周波数成分の拘束波と自由波が同位相となった時, 2倍周波数成分の波高 H_2 は最大値 $H_{2\max}$ となり, 逆位相となった時は最小値 $H_{2\min}$ となる.

$$H_{2\max} = (n' + 1) \cdot H_{2b} \quad \cdots (11)$$

$$H_{2\min} = (n' - 1) \cdot H_{2b} \quad \cdots (12)$$

ここで, H_{2b} は式 (3) で定義される拘束波の波高を示す. 式 (9), (10) から $X=10.30$ m (斜面先端) における拘束波と自由波との位相差を求め, 図-5(a) に示した. 図中の矢印 ($\uparrow$, $\downarrow$) は順に各周期における τ を

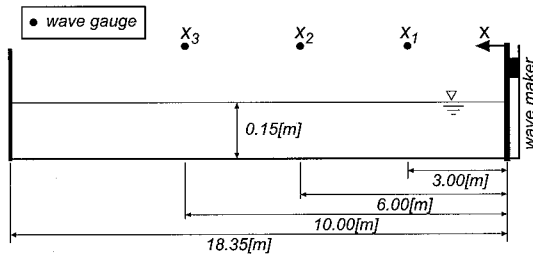


図-6 実験模型概要図 (越波なし)

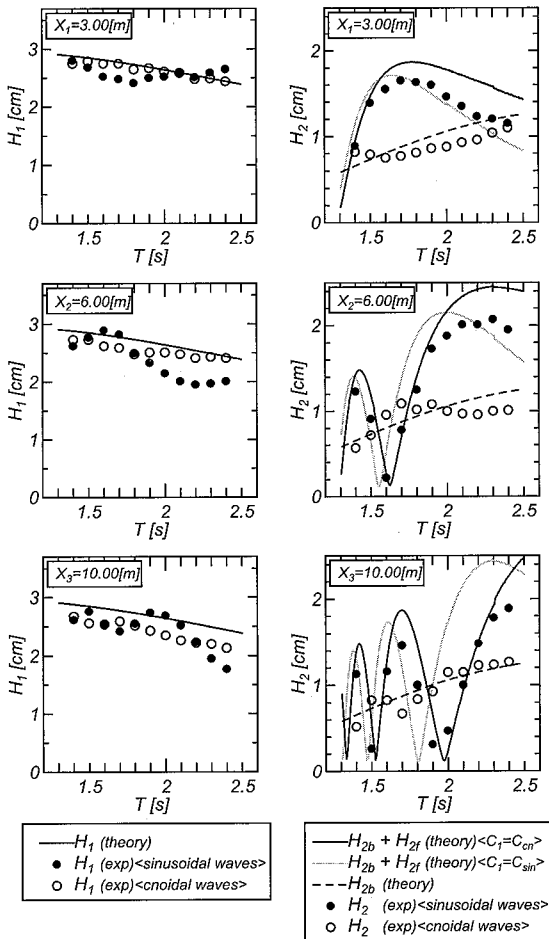


図-7 各計測地点における基本周波数成分および2倍周波数成分の波高と周期の関係

$T/4$ で割ることにより奇数となる同位相 ($H_2=H_{2\max}$), 偶数となる逆位相 ($H_2=H_{2\min}$) であることを示す。これより一様水深部において H_2 の変動は2倍周波数成分の位相関係と対応していることが確認される。

(4) 実験による理論の妥当性確認

正弦波造波による2倍周波数成分発生を確認するために正弦波造波およびクノイド波造波による造波実験を行った。実験模型概要図を図-6に示す。 $H=3.0$ cm,

$d=0.15$ m で固定し, $T=1.40 \sim 2.40$ s の範囲において0.10 s 刻みで変化させて実験を行った。また, 水位計は $X_1=3.00$ m, $X_2=6.00$ m, $X_3=10.00$ m の3地点に設置した。実験条件におけるアーセル数は $T=1.40$ s で $U_r=23.0$, $T=2.40$ s で $U_r=72.7$ である。水位変動データの基本周波数成分および2倍周波数成分の波高と理論値との比較を図-7に示す。クノイド波造波の実験値は基本周波数成分および2倍周波数成分の波高ともにフーリエ級数展開による計算値と一致している。正弦波造波による実験結果においても基本周波数成分は計算値との良い一致が見られる。次に正弦波造波による2倍周波数成分の波高に着目する。計算値として, C_1 にクノイド波の波速を用いた計算結果および微小振幅波理論を用いた計算結果を示した。実験値との比較では同位相および逆位相となるタイミングはクノイド波の波速による計算結果と一致している。

以上から, 浅海域において正弦波造波を行うと2倍周波数成分の自由波が発生し, 拘束波との干渉によって波高のビート現象が起きていることが確認された。

4. 一様水深中の鉛直壁での越波実験

(1) 正弦波造波による越波実験

越波量に与える2倍周波数成分の影響を確認するために(非碎波となる)一様水深での実験を行った。実験模型概要図を図-8に示す。造波周期は斜面での実験と同様に $T=1.40 \sim 2.20$ s の範囲において0.05 s 刻みで変化した。

実験結果を図-9に示す。まず鉛直壁の無い状態(全水槽長は18.35 m)で, $X=10.00$ m において水位変動を計測した。実測波形の2倍周波数成分の波高(○)はほぼ計算した位相関係と対応している。鉛直壁の設置時にも波高は反射のために大きくなるものの, 波高の変動は式(9), (10)により求められる位相関係との対応が確認される。越波量は2倍周波数成分の波高と同様の挙動を示し, 2倍周波数成分間の位相関係が越波量に大きな影響を及ぼすことが確認できた。

(2) クノイド波造波による越波実験

越波量の変動が2倍周波数成分の影響であることを裏付けるために正弦波造波実験と同条件下において, クノ

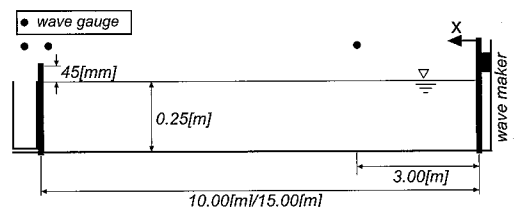


図-8 実験模型概要図 (鉛直壁での実験)

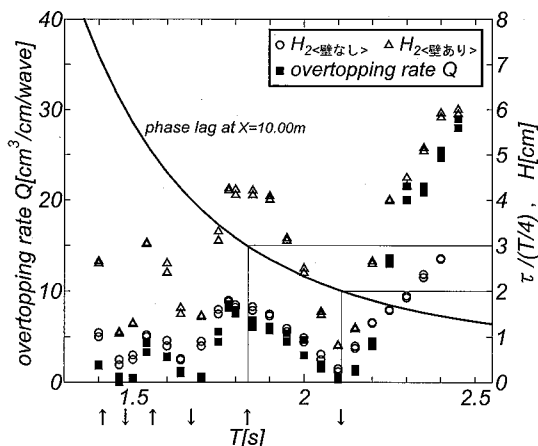


図-9 2倍周波数成分波間の位相差と2倍周波数成分の波高および越波量 (X=10.00 m) と周期の関係

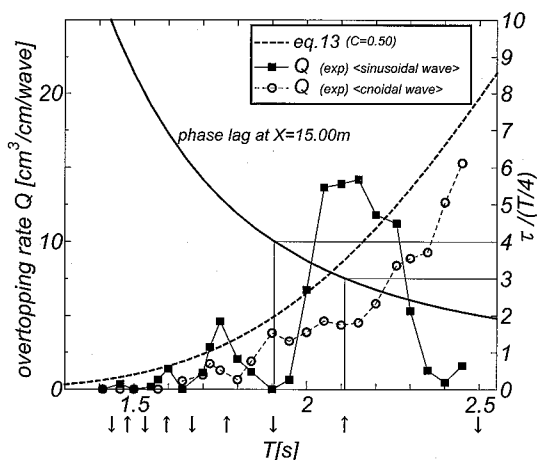


図-10 クノイド波造波と正弦波造波による越波量の比較 (鉛直壁前面 X=15.00 m)

イド波造波による越波実験を行った。なお波高は微小振幅波換算により求めた値をそのまま用いた。また、越波壁設置位置は、クノイド波造波時の緩起動を長くしたため、一様水深部を長く取り、X=15.00 m とした。図-10 に正弦波造波およびクノイド波造波による越波実験の結果を示す。クノイド波による越波量は正弦波造波実験の変動の中間を縫うように周期の増大に伴い単調に増加することを確認した。これにより、浅海域における正弦波造波では2倍周波数成分の拘束波と自由波とが無視できない大きさとなり、その位相関係が波峰の高さに影響を与え、その結果として越波量に影響を及ぼすということが確認できた。

また、図-10 中において簡便な越波量算定式 (例えば服部, 1987),

$$\frac{Q}{T\sqrt{2gH_0^3}} = \frac{2}{15} C k^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{h_c}{kH_0}\right)^{\frac{5}{2}} \dots\dots\dots (13)$$

を用いて越波量の予測値を求め、実験値との比較を行った。ここで、 $k = \eta_m / H_0$, η_m : 最大打ち上げ高であり、鉛直壁において全反射すると仮定し、クノイド波造波時波形 η のピーク値 η_p を用いて $\eta_m = 2\eta_p$ とした。また、越流係数 C は通常値とされる 0.5 を用いた。

式 (13) において越波量から越流係数を除いた式を用いてクノイド波造波実験における越流係数を求めたところ通常に用いられる越流係数よりも小さい値となった。越波壁上端を鋭角にしなかったことなどが影響していると考えられる。また、佐貫ら (2001) は非線形性の強い条件下では越流係数 C が小さくなる可能性を指摘している。

5. おわりに

以下に主要な結論を列記する。① (浅海域での) 正弦波造波による斜面上の鉛直壁越波実験において、周期の増大に伴い越波量が一様に増加しないことを確認した。②その原因は先行する波の反射波との干渉ではなく、正弦波造波における2倍周波数成分の拘束波と自由波の大きさと位相関係にあることを確認した。③鉛直壁での実験により、2倍周波数成分が越波量に影響を与えることを検証した。④クノイド波造波による実験を行い、周期の増大に伴い単調に増加していることを確認した。

今後の課題としては、斜面上での2倍周波数成分と浅水変形、碎波との関係の解明などが挙げられる。

参考文献

- 木村 晃・瀬山 明・若狭 聡(1982): 波のうちあげ高におよぼすもどり流れの効果, 第29回海岸工学論文集, pp. 380-384.
- 合田良実・賀川真有(1997): 造波水路内の波峰分裂のメカニズムについて, 海岸工学論文集, 第44巻, pp. 6-10.
- 齋藤典之・細田勝也・関 克己・水口 優(2006): 越波現象に及ぼす波の連りの効果, 海岸工学論文集, 第53巻, pp. 731-735.
- 佐貫 宏・藤田 龍・関本恒浩・清水琢三(2001): 数値モデルによる越波量評価に関する研究, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 736-740.
- 戸田盛和(2001): 楕円関数入門 日評数学選書, 日本評論社, pp. 198-202.
- 服部昌太郎(1987): 海岸工学, コロナ社, pp. 181-183.