

# 静水圧 3 次元数値モデルを用いた津波による地形変化の数値計算

## Hydrostatic Three Dimensional Numerical Simulations of Tsunami Scour in Harbor

木原直人<sup>1</sup>・松山昌史<sup>2</sup>

Naoto KIHARA and Masafumi MATSUYAMA

We developed a hydrostatic three dimensional numerical model, which was applicable to analyses of tsunami scours and depositions in harbors. The model can explicitly estimate vertical distributions of suspended sediment concentration, which would be important to predict the tsunami deposition precisely. In order to validate the model, we carried out the test simulations; the long-wave propagations over a flat wall, and the development of suspended sediment concentration profiles in a steady homogeneous flow over a sand bed with initially clear water. The numerical simulation of tsunami scour and deposition in an idealized harbor was also carried out, and we compared our numerical results with the laboratory experiment. As a result, we confirmed an agreement among them.

### 1. はじめに

津波による港湾を含む沿岸域での洗堀・堆積に対して、浮遊砂の寄与の重要性が指摘されてきた（高橋ら，1999；藤井ら，1998；西畑ら，2005）。高橋ら（1999）は，1960 年チリ地震津波襲来前後での気仙沼湾の地形変化を調べ，湾中心の狭窄部で顕著な浸食が見られること，また，湾全体での浸食量に比べて堆積量が顕著に少なく，湾内から土砂が流出していることを示した。彼らや藤井ら（1998）は水平 2 次元モデルを用いることにより，チリ地震津波による気仙沼湾の海底地形変化を計算し，上述の特徴を再現する上で，浮遊砂による土砂流出が重要であることを指摘した。

水平 2 次元モデルを用いて，津波の伝播及び掃流・浮遊による土砂移動を計算する場合，浮遊砂濃度を底面から水面まで鉛直積分した平均濃度を追跡する。そのため，浮遊砂濃度の鉛直分布を仮定する必要がある。例えば，藤井ら（1998）は乱流拡散係数が鉛直方向に一樣で，さらに，浮遊砂層中では巻き上げ量が沈降量と一致する平衡状態を仮定し，海底から離れるにつれて指数的に減少する濃度分布を用いている。しかしながら，一樣な壁面境界層乱流中では，乱流拡散係数は底面からの距離に反比例するため，彼らの仮定は不適切である。また，浮遊砂の供給が局所的に変化するような場合，例えば地形が複雑に変化する場所へ適用した場合，実際の浮遊砂濃度の鉛直分布は局所的に異なった特徴を持つ。したがって，その鉛直分布を仮定することは困難である。

浮遊砂の沈降に伴う堆砂は，底面近傍での浮遊砂濃度に強く依存する。したがってその鉛直分布を正確に把握することが津波による地形変化の予測精度向上に繋がる。

浮遊砂濃度の鉛直分布を計算するには 3 次元の数値計算が必要となる。そこで，本研究では，津波の伝播・浮遊砂の移流拡散・土砂移動に伴う港湾内での地形変化へ適用出来る静水圧近似を仮定した 3 次元数値モデルを開発し，その適用妥当性を検証する。

### 2. 数値モデルの概要

本研究での流れの計算には，静水圧近似を仮定した 3 次元浅水流モデルを用いる。支配方程式は以下に示す局所的な連続式：

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

及び，それを海底から水面まで鉛直積分した連続式：

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \int_{z_b}^{\eta} u dz \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \int_{z_b}^{\eta} v dz \right) = 0 \quad \dots\dots (2)$$

そして，静水圧近似を用いた水平方向  $(x, y)$  の運動方程式である。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u} = -g \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{x}} - \frac{g}{\rho_0} \int_{z_b}^{\eta} \frac{\partial \rho_w}{\partial \mathbf{x}} dz + \nabla \cdot (A_v \nabla) \mathbf{u} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで， $\mathbf{u} = (u, v, w)$  は  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  方向の流速， $\eta$  は水位， $g$  は重力加速度， $z_b$  は海底地形高さ， $\rho_w$  は水の密度， $\rho_0$  は基準密度， $A_v$  は渦粘性である。渦粘性  $A_v$  は標準  $k-\varepsilon$  モデルから計算する。

有限体積法により直交格子系で支配方程式 (1) - (3) を解く。格子内での変数の配置はスタッガード配置である。下部地形の時間変形を考慮するため，計算する最下部の鉛直格子幅  $\Delta z_b$  及び格子番号はそれに対応して時間変化する。

時間発展には，Chen (2003) が提案した Free-surface correction 法 (FSC 法) を用いる。この手法では，鉛直方向拡散項，及び，自由表面の時間発展に半陰解法を用い，その他の項には陽解法を用いて時間発展させる。

自由表面の時間変化に半陰解法を用いることにより、計算タイムステップを長くとることが可能となる。

最下部の格子内において流速が対数的に分布すると仮定することにより、流速の下部境界条件は粗度係数  $z_0$  を用いて以下のように与えられる。

$$A_v \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = \left[ \frac{\kappa \Delta z_b}{\Delta z_b \ln(\Delta z_b/z_0) - \Delta z_b + z_0} \right] \mathbf{u}_b \equiv \mathbf{u}_*^2 \cdots (4)$$

ここで、 $\mathbf{u}_b$  は最下部での水平流速ベクトル、 $\kappa (=0.41)$  はカルマン定数、 $u_*$  は海底面での摩擦速度、 $\Delta z_b$  は最下部格子の鉛直格子幅である。本研究では水面にシアが無い条件を対象とするため、水面での流速の境界条件は滑り条件とする。

地形変化の時間発展は以下に示す掃流砂層中の砂粒子の質量平衡の式を解くことにより求められる。

$$(1-\lambda) \frac{\partial z_b}{\partial t} = -\frac{\partial q_{bx}}{\partial x} - \frac{\partial q_{by}}{\partial y} + w_s C_b - E_b \cdots (5)$$

ここで、 $(q_{bx}, q_{by})$  は  $(x, y)$  方向の掃流砂ベクトルであり、芦田・道上の式 (芦田ら, 1972) より求める。 $w_s$  は砂粒の沈降速度、 $\lambda$  は路床材質の空隙率、 $C$  は浮遊砂の体積濃度、 $C_b$  は掃流砂層と浮遊砂層との境界での浮遊砂体積濃度、 $E_b$  は掃流砂層から浮遊砂層への巻き上げ量である。

浮遊砂濃度の分布を移流拡散方程式を解くことにより計算する。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{u}) C = \nabla \cdot \left( \frac{A_v}{\sigma_c} \nabla \right) C + \frac{\partial w_s C}{\partial z} \cdots (6)$$

ここで、 $\sigma_c$  は浮遊砂の乱流シュミット数であり、Wu et al. (2000) に倣いここでは  $\sigma_c = 1.0$  とした。

水面と海底での浮遊砂の境界条件を以下のように与える。水面では鉛直方向の浮遊砂フラックスをゼロとして、次式の条件を上部境界条件として適用する。

$$\frac{A_v}{\sigma_c} \frac{\partial C}{\partial z} + w_s C = 0 \cdots (7)$$

下部境界が掃流砂層と浮遊砂層との境界となるため、そこでの鉛直方向の乱流浮遊砂フラックスが掃流砂層からの巻き上げ量  $E_b$  となる。本数値モデルでは van Rijn (1986) が提案した以下の巻き上げ量公式を用いる。巻き上げ特性は砂面でのせん断力と河床材質にのみ依存すると仮定する。したがって、非平衡状態での巻き上げ量  $E_b$  は同じ流れと同じ河床材質の場合での平衡状態における沈降量と一致し、次式のように与えられる。

$$E_b = \frac{A_v}{\sigma_c} \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=z_b} = w_s C_b^{eq} \cdots (8)$$

$C_b^{eq}$  は平衡状態での海底近傍における浮遊砂濃度であり、van Rijn (1986) が提案した次式で与えられる。

$$C_b^{eq} = 0.015 \frac{d_{50} T^{1.5}}{a_0 D_*^{0.3}} \cdots (9)$$

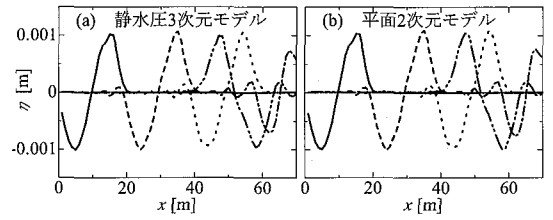


図-1 長波伝播数値計算での水位の時間変化。実線, 20s; 破線, 40s; 点線, 60s; 一点鎖線, 80s; 二点鎖線, 100s.

ここで、 $a_0$  は基準点高さであり、相当粗度より小さくする必要がある。 $D_* = (g(s-1)/v^2)^{1/3} d_{50}$  は無次元粒径である。 $v$  は水の分子動粘性係数、 $d_{50}$  は中間粒径、 $s (=2.65)$  は砂の比重である。また、 $T (= (u_{*s}^2 - u_{*cr}^2)/u_{*cr}^2)$  は過剰せん断力である。 $u_{*s}$  は海底面での有効摩擦速度、 $u_{*cr}$  は臨界摩擦速度であり、岩垣公式より求める (岩垣, 1956)。海底面での全応力  $\tau_b (= \rho_w u_{*s}^2)$  は摩擦抵抗  $\tau_{bs} (= \rho_w u_{*s}^2)$  と形状抵抗  $\tau_{bf} (= \rho_w u_{*s}^2)$  から構成されている。浮遊砂の巻き上げには摩擦抵抗のみが寄与するため、摩擦抵抗を見積もる必要がある。本研究では Celik and Rodi (1991) が提案した次の式を用い、摩擦抵抗を求める。

$$\tau_{bs} = \left[ 1 - \left( \frac{k_s}{h} \right)^{0.66} \right] \tau_b \cdots (10)$$

ここで、 $k_s (=0.03z_0)$  は Nikuradse の相当粗度高さ、 $h$  は水深である。 $T > 0$  の場合、巻き上げ量  $E_b$  は式 (8) で与えられ、 $T \leq 0$  の場合、 $E_b = 0$  とする。

### 3. 数値モデルの妥当性の検証

#### (1) 長波の伝播計算

本数値モデルによる長波伝播の再現性を検証するため、平坦な床を持つ水路上での長波の伝播を計算し、その計算結果を、平面 2 次元非線形長波モデルで同様の条件で計算した結果と比較する。計算領域は、水路長さ  $L_x = 70$  m、奥行き  $L_y = 4$  m の平坦な固定床の水路で、水深は  $h = 0.1$  m であり、初期 ( $t=0$ ) の水面形状は静水面とする。この水路に、振幅  $a = 1.0$  mm、波長  $l = 20$  m の正弦波を一波、水路左端 ( $x=0$ ) で造波する。そして、長波が水路を  $x$  方向右側へ伝播し、右端 ( $x=70$  m) で反射する挙動を追跡する。 $x$  方向右端、及び、 $y$  方向両端の境界条件は滑り条件とする。静水圧 3 次元モデル及び平面 2 次元モデルの両者ともに、水平格子間隔は  $\Delta x = \Delta y = 1$  m で一定とする。また、静水圧 3 次元モデルの鉛直格子間隔は  $\Delta z = 0.01$  m とする。

両モデルから得られた水位の時間変化を、造波開始時刻 ( $t=0$ ) から 20 秒間隔で 100 秒までを図-1 に示す。図より、静水圧 3 次元モデルの結果と平面 2 次元モデル

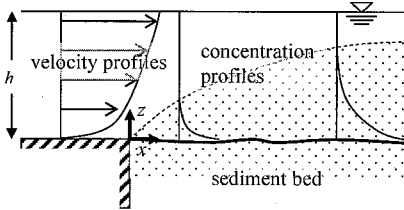


図-2 van Rijn (1981) の室内実験の概略図。

の結果とが位相、振幅の両者共に極めてよく一致していることがわかる。 $h/l \ll 1$  及び  $a/h \ll 1$  で、かつ、平坦な水路での長波の伝播には流れの3次元性がほとんど無く、平面2次元モデルで十分精度良く計算できることが過去の研究で示されている。したがって、この図より、本研究で構築した静水圧3次元モデルを用いることで、長波の伝播を精度良く計算できることを確認できた。

## (2) 浮遊砂移流拡散計算

次に、浮遊砂の移流及び拡散に対する本数値モデルの妥当性を検討するため、van Rijn (1981) の室内実験の再現計算を実施し、結果を比較する。彼らが使用した水路は、長さ  $L_x = 30$  m、幅  $L_y = 0.5$  m、深さ  $L_z = 0.7$  m の平坦な床を持つ水路である。水路の水深は  $h = 0.25$  m であり、水路床には  $d_{50} = 230 \mu\text{m}$ 、 $d_{90} = 320 \mu\text{m}$  の粒径で構成されている砂が敷き詰められている。なお、この砂の沈降速度は  $0.022$  m/s である。そして、平均流速  $0.67$  m/s の定常流を  $x$  方向に流し、浮遊砂が巻き上げられる様子を調べた。図-2 に彼の実験の概略図を示す。水路流入口では水中に浮遊砂は無く、下流へ向かうにつれて浮遊砂の移流・拡散に伴い浮遊砂濃度が高くなる様子を、その鉛直分布を計測して確認している。

数値計算では、計算領域を、長さ  $L_x = 40$  m、幅  $L_y = 0.6$  m、水深  $h = 0.25$  m の平坦な床を持つ水路とした。室内実験と同様に、 $x=0$  において断面平均流速が  $0.67$  m/s の流れを与えた。水路流入口で与える主流方向流速  $u$ 、乱流エネルギー  $k$ 、散逸率  $\varepsilon$  には、主流方向に周期境界を持つ平板上の流れの数値計算によって得られた値を与えた。格子間隔は、水平方向  $\Delta x = \Delta y = 0.2$  m、鉛直方向  $\Delta z = 0.005$  m で一定とした。 $x=0$  より下流側において、 $d_{50} = 230 \mu\text{m}$  の粒径を持つ砂を敷く。また、水路床の形状は変化しない。van Rijn (1986)、及び Liang et al. (2005) に倣い、限界せん断力 ( $=\rho_w u_{*cr}^2$ ) を  $0.123 \text{ Nm}^{-2}$  として数値計算を実施した。また、相当粗度高さ  $k_s = 0.01$  m とした。

図-3 に本数値計算で得られた浮遊砂濃度の鉛直分布を、van Rijn (1981) の室内実験結果と共に示す。図には、 $x/h=4$ 、 $x/h=10$ 、 $x/h=20$ 、 $x/h=40$  での分布を示している。図より、浮遊砂濃度の鉛直方向及び流れ方向共に数値計算結果が室内実験の結果とよく一致している

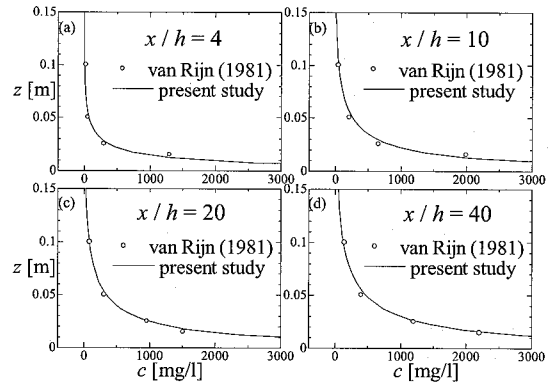


図-3 流下方向の各地点における浮遊砂濃度の鉛直分布。

ことがわかる。このことより、本数値モデルが浮遊砂の移流・拡散を正確に計算できることを確認できた。

## 4. 津波によるモデル港湾周辺での土砂移動

別報(榊山ら, 2007)で報告している津波による港湾周辺の地形変化を対象とした室内実験の再現計算を実施する。実験装置の概略図を図-4 に示す。水路の仕様は、長さ  $L_x = 60.8$  m、幅  $L_y = 0.9$  m である。最大水深は  $h = 0.735$  m で、 $x$  方向(右向き)へ行くにつれて水深は浅くなり、最低水深は  $h = 0.075$  m である。左端( $x=0$ )で造波された孤立波(一波)は  $x$  方向へ進行し、 $0.12 \text{ m} \times 0.66 \text{ m}$  の矩形防波堤背後の港湾 ( $1.5 \text{ m} \times 0.9 \text{ m}$ ) 内へ進入する。室内実験では、水位・流速・浮遊砂濃度・港湾内外における地形変化を計測することにより、港湾内での津波の挙動及びそれに伴う土砂移動を調べている。

数値計算では、室内実験での測点1で計測された流速分布を参考にして、 $x=0$  でスパン( $y$ )方向、鉛直( $z$ )方向に様な流速を与えることにより津波を造波した。港湾周辺には  $d_{50} = 0.088 \text{ mm}$  の砂を敷き詰めている。なお、この粒径での沈降速度  $w_s$  は  $0.0062$  m/s である(Soulsby, 1998)。開口部で発生する後流渦を正確に追跡するため、格子間隔  $\Delta x$ 、 $\Delta y$ 、 $\Delta z$  をそれぞれ  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向に非一様とし、防波堤近傍で格子間隔が最小( $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.01 \text{ m}$ ) となるようにした。芦田・道上式から計算された掃流砂量を用いて計算した時の浸食の様子を室内実験と比較した結果、開口部での浸食量が過大であった。これは掃流砂量が過大評価されているためだと考えられる。そのため、本計算では、基の式に  $0.15$  をかけて掃流砂量を計算した。

流れの再現性を確認するため、水位及び流速の計算結果と室内実験結果を比較する。各測点における水位の時間変化を図-5 に、流速の時間変化を図-6 に示す。流速は底面から  $3.5 \text{ cm}$  の高さでの値である。これらの図よ

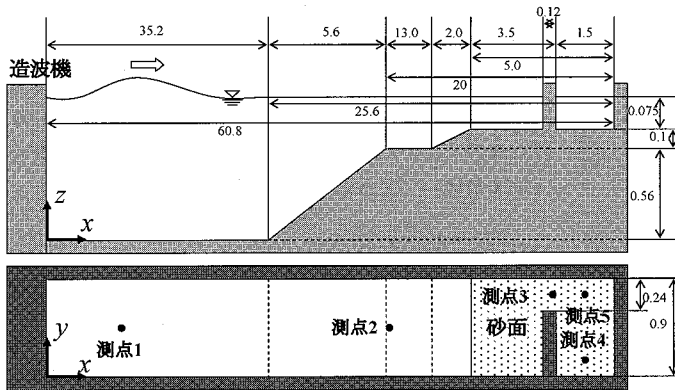


図-4 室内実験装置の概略図（上：正面図，下：平面図）．単位は [m]．

り、両者の水位及び流速の立ち上がりの時間又はピーク値がよく一致していることがわかる。これにより、数値計算による流れの再現性は概ね良好であることが確認できた。

港湾内へ進入した津波の流動を調べるため、 $t=41\text{s}-53\text{s}$  における砂面から  $5.5\text{ cm}$  の高さでの水平流速ベクトルを図-7 に示す。防波堤先端から後流渦が発生し、その渦が渦径を大きくしながら港湾中心へ移流されている（図-7(a)-(b)）。そして、渦の中心は港湾中心にとどまったまま、水位勾配が駆動力となり、港湾外部への流れが発生している（図-7(c)）。

浮遊砂の巻き上げ、移流、及び拡散の再現性を確認するため、測点 4-5 における浮遊砂濃度を室内実験結果と図-8 で比較する。測点 4 では、両者のピークの値及びその時刻がよく一致している。一方、測点 5 では、数値計算結果の方が室内実験結果よりも濃度の立ち上がり早いものの、大きさはほぼ一致している。このことより、数値計算による浮遊砂濃度の再現性は、流れの再現性よりは乏しいものの、十分妥当であると言える。  $41 < t < 46\text{s}$  において、測点 5 での  $3.5\text{ cm}$  の浮遊砂濃度は  $5.0\text{ cm}$  の浮遊砂濃度に比べて一桁小さな値である。一方、 $t < 50\text{s}$  では、両者の違いはほとんど見られない。これは、港湾内での流速が速い時間帯において、底面での大きなせん断力によって乱流拡散が増大した結果、鉛直方向の浮遊砂濃度勾配が大きくなったことを示している。

浮遊砂の挙動を調べるため、 $t=41\text{s}-53\text{s}$  における港湾周辺の浮遊砂濃度分布を図-9 に示す。防波堤先端において巻き上げられた浮遊砂が後流渦によって港湾中心へ移流され、その後、港湾外へ流出している様子がわかる。

図-10 に港湾周辺の最終地形変化量を示す。防波堤先端での浸食、港湾中心での堆積といった浸食・堆積箇所

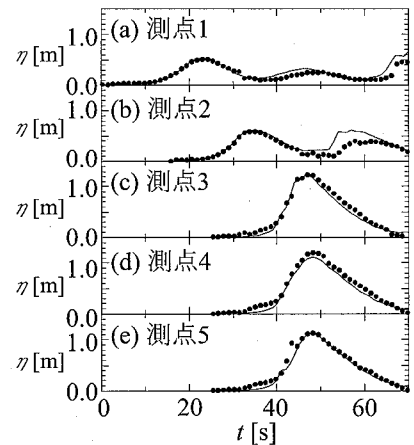


図-5 水位の時間変化。実線、数値計算；●、室内実験。

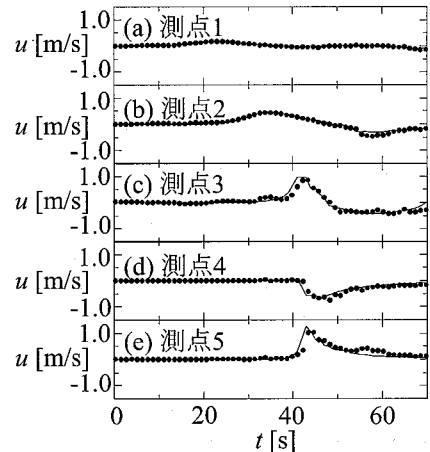
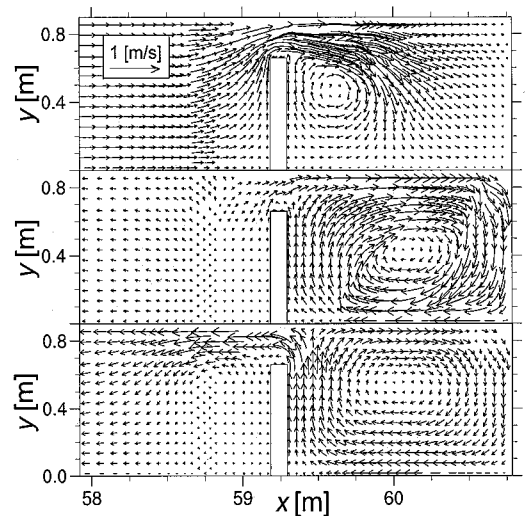


図-6 流速の時間変化。実線、数値計算；●、室内実験。


 図-7 砂面から  $5.5\text{ cm}$  の高さでの流速ベクトル。(a)  $t=41\text{s}$ , (b)  $t=47\text{s}$ , (c)  $t=53\text{s}$ 。

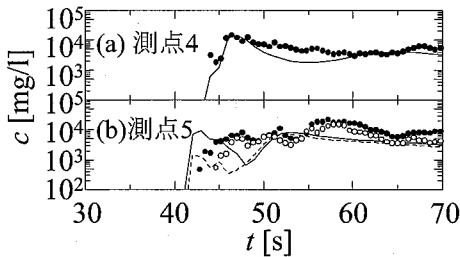


図-8 浮遊砂量の時間変化。実線，数値計算（砂面から3.5cm）；破線，数値計算（砂面から5.0cm）；●，室内実験（砂面から3.5cm）；○室内実験（砂面から5.0cm）。

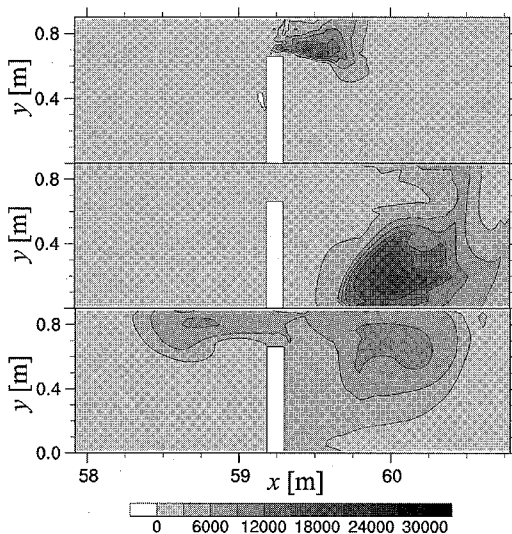


図-9 砂面から1.5cmの高さでの浮遊砂濃度。(a)  $t=41s$ , (b)  $t=47s$ , (c)  $t=53s$ . 単位は  $mg/l$ .

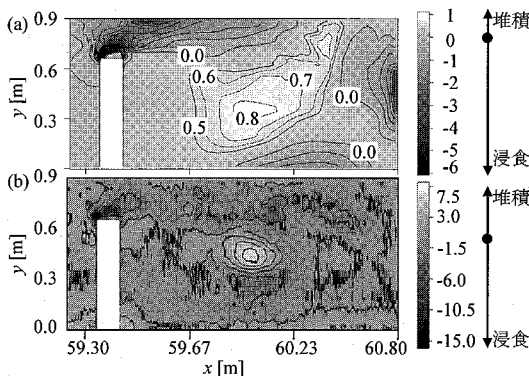


図-10 港湾周辺の最終地形変化量。(a) 数値計算，(b) 室内実験。変化量の単位は  $mm$ 。図(a)での負のコンターは  $0.5mm$  間隔，正は  $0.1mm$  間隔。図(b)でのコンターは  $2mm$  間隔。

に関して両者はよく一致しているものの，浸食・堆積量に関しては数値計算結果が室内実験の結果と比べて過小評価されている。過小評価された原因として，浮遊砂層への巻き上げ量に対して適切な調節をしていない点が挙げられる。この点を改良することにより，さらに良好な再現性が得られると考えられ，今後の課題である。

## 5. ま と め

本研究で構築した静水圧3次元浅水流モデルを用いて長波伝播及び浮遊砂の移流・拡散に関するテスト計算と室内実験の再現計算を実施することにより，津波による土砂移動問題に対するそのモデルの妥当性を確認した。また，高流速時には浮遊砂濃度に大きな鉛直勾配が見られ，低流速時には浮遊砂濃度が鉛直方向にほぼ一樣になることが確認できた。このことは浮遊砂濃度の鉛直分布を追跡することの必要性を示唆している。

## 参 考 文 献

- 芦田和男・道上正規(1972): 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文集，第206号，pp. 59-69.
- 岩垣雄一(1956): 限界掃流力に関する基礎的研究，(I) 限界掃流力の流体力学的研究，土木学会論文集，第41号，pp. 1-21.
- 榊山 勉・松山昌史・吉井匠(2007): 津波による港湾内の海底地形変化に関する実験的研究，第54回海講論文集（掲載予定）。
- 高橋智幸・首藤伸夫・今村文彦・浅井大輔(1999): 掃流砂層・浮遊砂層間の交換砂量を考慮した津波移動床モデルの開発，第46回海講論文集，pp. 606-610.
- 西畑 剛・田島芳満・森屋陽一・関本恒浩(2005): 津波による地形変化の検証—2004年スマト食箇所でのコンター間隔は  $0.5mm$ 。ラ沖地震津波 スリランカ・キリンダ港—，第52回海講論文集，pp. 1386-1390.
- 藤井直樹・大森政則・高尾誠・金山進・大谷英夫(1998): 津波による海底地形変化に関する研究，第45回海講論文集，pp. 376-380.
- Celik, I. and W. Rodi (1991): Suspended Sediment-Transport Capacity for Open Channel Flow, J. Hydr. Eng., Vol.114, pp. 191-204.
- Chen, X. (2003): A free-surface correction method for simulating shallow water flows, J. Comp. Phys., Vol.189, pp. 557-578.
- Liang, D., L. Cheng, F. Li (2005): Numerical modeling of flow and scour below a pipeline in currents Part II. Scour simulation, Coast. Eng., Vol.52, pp. 43-62.
- Soulsby, R. (1998): Dynamics of Marine Sands, Thomas Telford, Ltd., 270 p.
- van Rijn, L. C. (1981): Entrainment of fine sediment particles; development of concentration profiles in a steady, uniform flow without initial sediment load, Rep. No. M1531, Part II, Delft Hydraulic Laboratory, Delft.
- van Rijn, L. C. (1986): Mathematical modeling of suspended sediment in non uniform flows, J. Hydraul. Eng., Vol.112, pp. 433-455.
- Wu, W., W. Rodi and T. Wenke (2000): 3D numerical modeling of low and sediment transport in open channels, J. Hydr. Eng., Vol.126, pp. 4-15.