

乱流場における浮上粒子の上昇速度に関する研究

Mean Rise Velocity of Light Particles in Turbulence

川西 澄¹・塩崎遼平²・棚桃田哲也³・横山智弥⁴

Kiyosi KAWANISI, Ryohei SHIOZAKI, Tetsuya KURUMIDA and Tomoya YOKOYAMA

Mean raise velocity of light particles is investigated in a turbulence tank using a 3D particle tracking system. Moreover, the numerical experiments of particle motion in a cellular flow are conducted to examine the reducing and enhancing effects of turbulent eddy on mean rise velocity of suspended particles. Both results show that even light particles get onto the "fast tracks" and experience enhanced rise. Two significant mechanisms: "fast tracking" and "vortex trapping" exit together in the most case of numerical experiments. The enhanced rise of suspended particles are found in the large relative turbulence strength and small Stokes number.

1. はじめに

流体内の浮遊粒子の分布や輸送量の評価精度を上げるためには、浮遊粒子の平均沈降/上昇速度に与える乱流の効果を明らかにする必要がある。Murray (1970)をはじめとする従来の研究から、比重が1より大きな浮遊粒子の沈降速度に及ぼす乱流の効果についてはある程度わかっており、乱流強度と静水中の沈降速度の比が増加するのに伴い、乱流中の平均沈降速度が減少から増加に転じることが知られている (Murray, 1970; Nielsen, 1992; 川西・塩崎, 2005, 2006)。

また、平均沈降速度を増加させるメカニズムとして "fast tracking (trajectory biasing, poreferencial sweeping)" が、減少させる主要なメカニズムとして "vortex trapping" が考えられている (Tooby, 1977; Maxey, 1986; Nielsen, 1992)。

しかしながら、現在のところ気泡や油滴のように比重が1より小さな粒子の平均上昇速度に関する実験データはほとんどなく、著者らの知る限り、Friedman・Katz (2002) による油滴の上昇速度に関する研究があるだけである。そこで本研究では 3D tracking system を用いて乱流水槽内の浮上粒子の位置を追跡し、各種パラメータの平均上昇速度に対する影響を明らかにする。さらに、規則的に渦を配置した cellular flow における数値実験を行い、渦構造と浮上粒子の運動との関係を調べる。

2. 方 法

(1) 乱流水槽実験

実験装置の概略を図-1 に示す。図-1 の乱流水槽は Nielsen (1993) が用いたものと同様なもので、上下2枚の多孔板を上下に振動させて乱流を発生させた。多孔板の孔の直径は 5.2 cm, ストロークは 5 cm で、振動周期は 0.52 ~ 1.08 秒の範囲で変化させた。

浮上粒子の3次元座標を測定するために、2台のデジタルビデオカメラで乱流水槽内の浮上粒子を撮影した。カメラ画像は2チャンネルイメージキャプチャーボードを介して、PCのRAM (2GB) に60 Hzのサンプリング周波数で連続記録した後、ハードディスクに書き出した。その後、DLT (Direct Linear Transformation) 法 (Shapiro, 1978) を用いて、ハードディスクに格納された2台のカメラ画像データから、浮上粒子の連続した3次元座標を求めた。

実験に用いた浮上粒子は発砲率を調整した9種類の発砲ポリスチレン粒子で、比重 0.16 ~ 0.98 のものを用い

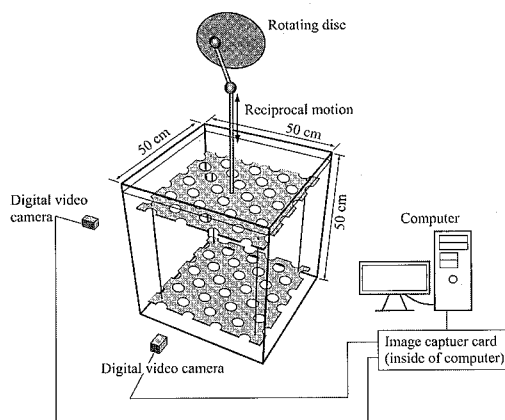


図-1 実験装置の概略図

- | | | |
|---------|-----|---------------------------|
| 1 正 会 員 | 工 博 | 広島大学准教授大学院工学研究科社会環境システム専攻 |
| 2 正 会 員 | 工 修 | 株式会社日水コン |
| 3 学生会員 | | 広島大学大学院工学研究科社会環境システム専攻 |
| 4 学生会員 | | 広島大学大学院工学研究科社会環境システム専攻 |

表-1 実験粒子

	d (mm)	s	w_0 (cm/s)	T_P (ms)
PL1	1.24	0.16	7.79	7.95
PL2	1.24	0.26	7.29	7.44
PL3	1.13	0.49	5.62	5.73
PL4	1.06	0.58	4.65	4.74
PL5	1.04	0.55	4.96	5.06
PL6	1.0	0.96	1.1	1.13
PL7	0.98	0.98	0.7	0.71
PL8	0.95	0.67	3.97	4.05
PL9	0.9	0.73	3.42	3.49
P0	1.09	1.01	-0.53	0.54

た。さらに、水粒子に近い運動をすると考えられる比重 1.01, 粒径 1.09 mm の低発砲ポリスチレン粒子 (以後 P0 と呼ぶ) の速度も測定した。実験粒子の特性を表-1 に示す。 d は粒径, s は比重, w_0 は静水中の上昇速度, T_P は粒子の応答時間で w_0/g で評価した。粒子 Reynolds 数が Stokes の抵抗則の範囲にあれば, T_P は Stokes の応答時間に対応する。

(2) Cellular flow における数値実験

Maxey (1990) による x_1 - x_2 平面内の cellular flow は式 (1) の流れ関数で表され, その流れ場は Euler 方程式を満足している。

$$\Psi(x_1, x_2) = U_0 L \sin\left(\frac{x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{x_2}{L}\right) \quad (1)$$

ここで, x_1, x_2 は平面座標, U_0 と L はそれぞれ Cellular flow の速度スケールと空間スケールである。Cellular flow の速度場と渦度分布を図-2 に示す。

抵抗に Stokes 則を仮定し, 粒子間の相互作用, Basset 項, 揚力項を無視した運動方程式から, 粒子の発散は

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_p = \tau_p \left(\frac{3}{2} \frac{1}{s + C_M} - 1 \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \frac{1}{4} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (3)$$

となる (Maxey, 1990)。ここで, s は粒子の比重, C_M は付加質量係数 ($=1/2$), τ_p は Stokes の応答時間で

$$\tau_p = \frac{s + C_M}{s - 1} \frac{w_0^{(s)}}{g} \quad (4)$$

と定義される。ここで, $w_0^{(s)}$ は Stokes の終末速度である。式 (2), (3) から, 軽い粒子 ($s < 1$) の場合, 発散は渦度が大きい領域で負, 歪み速度が大きい領域で正となり, 重い粒子 ($1 < s$) はその逆であることがわかる。従って, 軽い粒子は高渦度領域に集積し, 重い粒子はひずみ速度が大きい領域に集積することになる。また, 収束発散の程度は Stokes の応答時間に比例することがわかる。

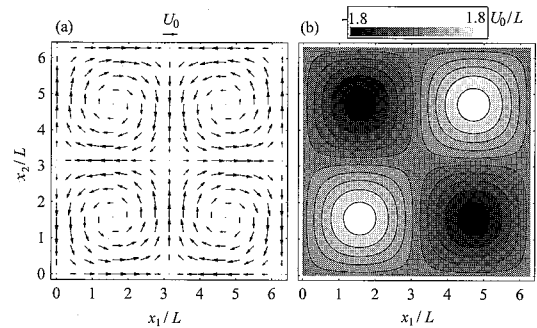


図-2 Cellular flow の速度場 (a) と渦度分布 (b)

本研究では粒子の運動方程式として, Maxey (1990) の研究では無視されていた揚力項を加え, 乱流抵抗則を用いた式 (5) を数値的に解いて粒子の運動を調べた。

$$(s + C_M) \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = (s - 1)g + (1 + C_M) \frac{D\mathbf{u}}{Dt} - \frac{3}{4} \frac{C_D}{d} |\mathbf{u}_p - \mathbf{u}| (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}) - C_L (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}) \times \boldsymbol{\Omega} \quad (5)$$

ここで, $\mathbf{u}_p(t)$ と $\mathbf{u}(\mathbf{x}(t), t)$ は粒子と流体の速度ベクトル, $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}(t), t)$ は粒子の中心位置での渦度ベクトル, d は粒子の粒径, C_D は抗力係数で次の Rubey 式を用いた。

$$C_D = \frac{24}{Re_p} + 2 \quad (6)$$

$$Re_p = \frac{|\mathbf{u}_p| d}{\nu} \quad (7)$$

式 (5) の右辺第 4 項の揚力項は速度勾配が大きな領域では無視できなくなる。

常微分方程式である (5) 式を Gear の後退差分式 (BDF) を使って解いて各粒子の速度と軌跡を求めた。数値実験は気泡と油滴 (形状変化は無し) に対して行い, 初期条件として, 4 つのセル内に粒子 (初速 = 流体速度) を等間隔で配置した。

3. 結果と考察

(1) 乱流水槽における浮遊粒子の平均上昇速度

図-3 に相対上昇速度 $\langle w_p \rangle / w_0$ と相対乱流強度 σ_p / w_0 の関係を示す。ここで, $\langle w_p \rangle$ は平均上昇速度, σ_p は浮遊粒子速度の標準偏差である。図-3 に水粒子に近い運動をすると考えられる比重 1.01 の P0 粒子に対する結果の一部も示してある。P0 粒子は相対乱流強度が大きいにもかかわらず, 乱流による沈降速度の変化が小さいことから, この粒子の速度は水粒子速度に近いと考えられる。そこで, この粒子速度を用いて流体運動の時間スケールである Lagrange の積分スケール T_L を求めた。

図-3 から, 前述した Maxey (1990) の単純な解析結

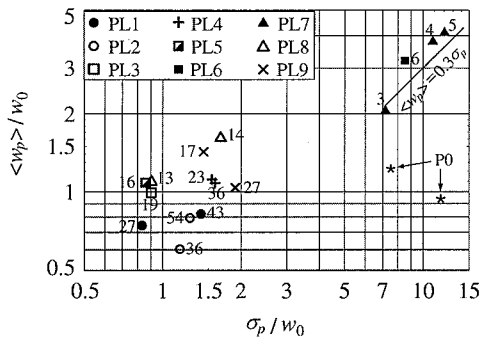


図-3 相対上昇速度と相対乱流強度の関係

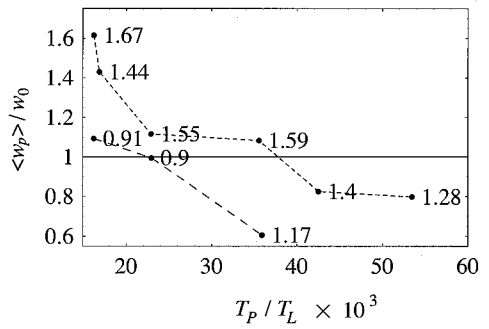


図-4 相対上昇速度と相対乱流強度の関係

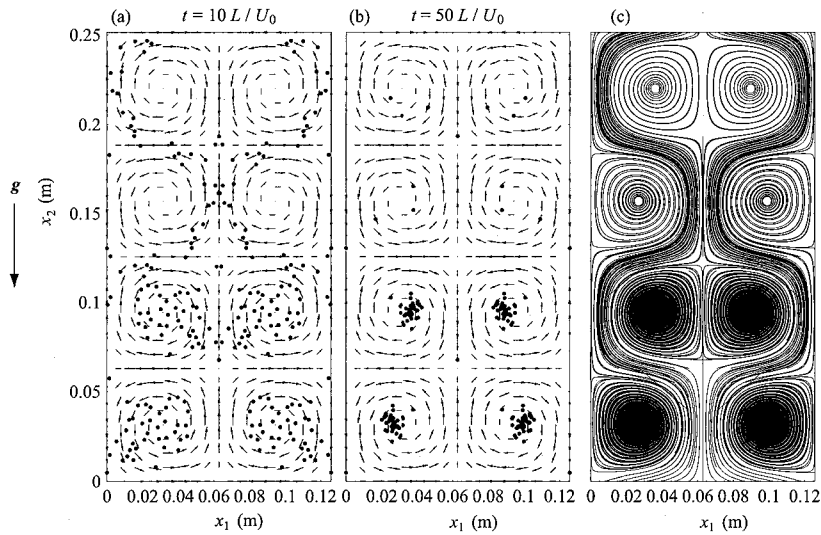


図-5 気泡の分布 (a), (b) と軌跡 (c). $s=0$, $\sigma_p/w_0=1.53$, $St=0.044$.

果からの予想に反して、比重が1より小さな軽い粒子も比重が1より大きな重い粒子の沈降速度と同様に、大きな相対乱流強度の範囲では乱れが強くなるに従って上昇速度が増加しており、沈降粒子の場合と同様に（川西・塩崎，2006）， $\langle w_p \rangle \approx 0.3 \sigma_p$ の関係がみられる。

一方、相対乱流強度が0.8～2の範囲をみると、相対上昇速度は0.6～1.6と大きくばらついている。図中に記載した粒子と流体運動の時間スケールの比 T_p/T_L （Stokes 数に対応） $\times 10^3$ をみると、乱流によって T_p/T_L が小さいデータは平均上昇速度が増加するのに対し、 T_p/T_L が大きいデータは逆に平均上昇速度が減少していることがわかる。したがって、乱流強度とともにいったん上昇速度が減少するのは、比重が小さく T_p/T_L ある程度大きな粒子の場合である。以上の結果は Friedman・Katz（2002）による油滴の実験結果と良く一致しており、彼らの結果を裏付けるものである。

時間スケール比 T_p/T_L による相対上昇速度 $\langle w_p \rangle / w_0$

の変化をみるために、相対乱流強度に近いデータを選んでプロットしたものを図-4に示す。プロット点の数値は相対乱流強度 σ_p/w_0 の値である。 T_p/T_L が増加するとともに $\langle w_p \rangle / w_0$ が減少する傾向が明瞭に見て取れる。ただし、P0粒子の結果からもわかるように、浮遊粒子が流体運動に十分追従するほど T_p/T_L が小さくなれば、 $\langle w_p \rangle / w_0$ は1に近づくと考えられる。

(2) Cellular flow における数値実験結果

a) 浮遊粒子の分布と軌跡

Cellular flow の4つのセル内に $\pi L/8$ 間隔で粒径0.5 mmの粒子（気泡と油滴）を配置し、相対乱流強度や粒子の比重（Stokes 数）の違いによる粒子の分布と軌跡の変化を調べた。気泡に対する結果の一例を図-5に、代表的な油滴に対する結果を図-6，7に示す。ここで、Stokes 数 St は次式で定義した。

$$St = \frac{d^2}{18\nu} \left(s + \frac{1}{2} \right) \frac{2U_0}{\pi L} \dots\dots\dots (8)$$

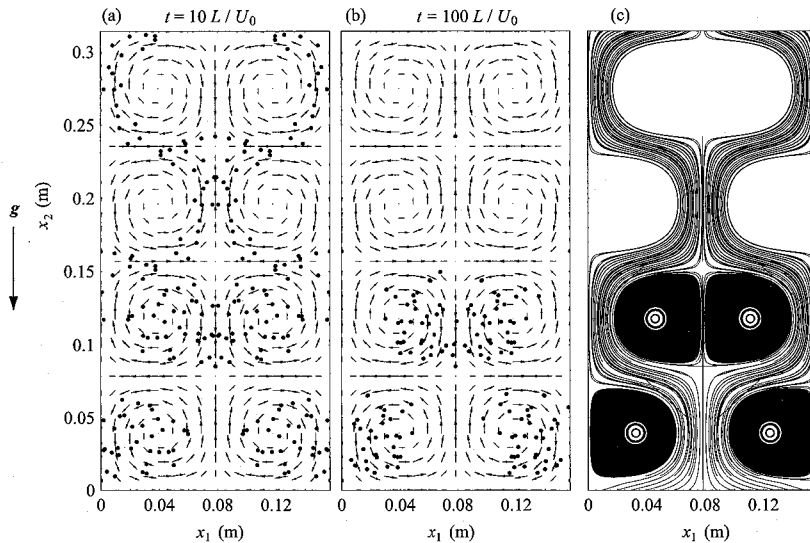


図-6 油滴の分布 (a), (b) と軌跡 (c). $s=0.85$, $\sigma_p/w_0=1.78$, $St=0.024$.

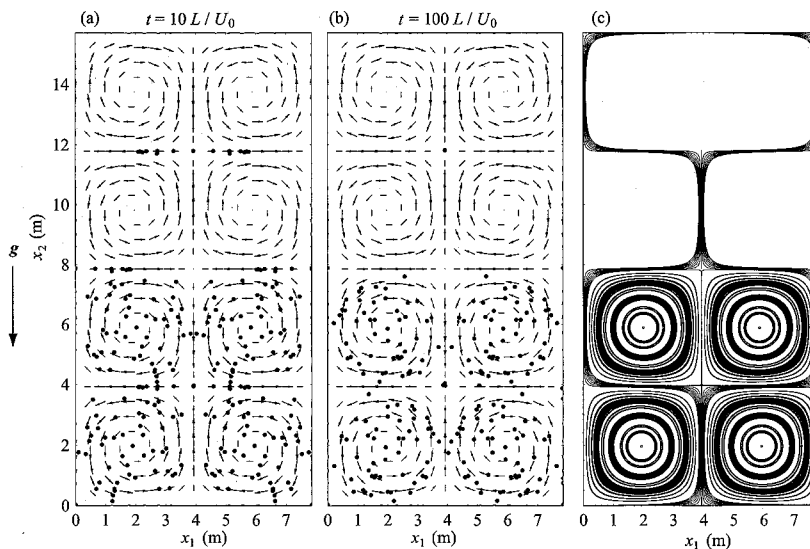


図-7 油滴の分布 (a), (b) と軌跡 (c). $s=0.85$, $\sigma_p/w_0=1.73$, $St=0.0048$.

これらの結果からほとんどの計算条件で、上昇速度を変化させる2つの主要なメカニズムである vortex trapping と fast tracking (trajectory biasing, preferential sweeping) が共存していることがわかる。すなわち、図-5に示す $s=0$ (気泡) の場合でさえ、(粒子の大部分は渦度の大きな領域に集積し、渦にトラップされた状態になっているものの) 一部の粒子は渦の縁辺部の上昇流領域に集まり上昇速度が増加している。

図-6 と 7 は Friedman・Katz (2002) の油滴に対応した粒子の計算結果で、平均上昇速度が減少した場合と増加した場合の計算結果である。平均上昇速度が減少し

た図-6のケースでは、粒子は図-5の気泡ほど渦内の狭い領域に集まっているわけではないが、時間の経過とともに渦内の粒子の上昇が妨げられる側に多くの粒子がトラップされていることがわかる。流速が大きくなり、平均上昇速度が増加した図-7の場合、トラップされた粒子は渦内の広い領域に分布する一方、渦の縁辺に配置した粒子は上昇流領域に集まり渦流によって上方へ移流されており、fast tracking メカニズムが平均上昇速度の増加に効いている。

b) 浮遊粒子の平均上昇速度

Cellular flow は乱流ではないが、水槽実験と同様に粒

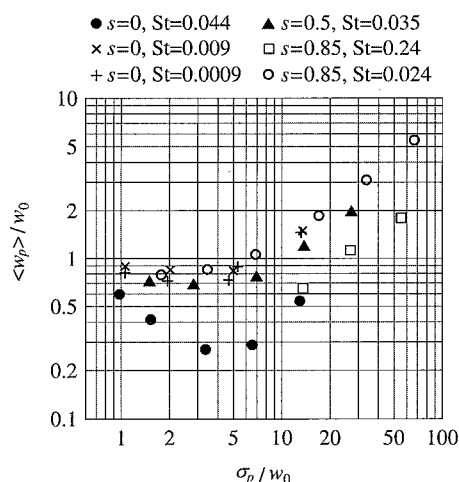


図-8 相対上昇速度と相対乱流強度の関係

粒子速度の標準偏差 σ_p を乱流強度に相当する量と考え、 $\langle w_p \rangle / w_0$ と σ_p / w_0 の関係を調べた結果を図-8 に示す。粒子速度の追跡時間は $100L/U_0$ とした。比重が 1 より小さな粒子は、 σ_p / w_0 が小さな領域で上昇速度の減少がみられるが、 σ_p / w_0 がある程度以上であれば、前述の水槽実験や Friedman・Katz (2002) の油滴実験と同様に σ_p / w_0 の増加とともに上昇速度が増加している。上昇速度に対する Stokes 数の影響も実験結果と同じで、Stokes 数が小さい場合の方が小さな σ_p / w_0 で上昇速度が減少から増加に転じている。気泡については、Stokes 数の大きな場合、vortex trapping により相対上昇速度 $\langle w_p \rangle / w_0$ が大きく減少しているが、Stokes 数が小さなデータでは減少量が小さく、 $6 < \sigma_p / w_0$ の領域では平均上昇速度が増加に転じている。

4. おわりに

乱流水槽内の浮上粒子（比重 0.16 ～ 0.98）の軌跡を 2 台のビデオカメラで測定し、粒子の平均上昇速度に与える乱流の効果を調べるとともに、浮遊粒子の平均上昇速度が変化するメカニズムを cellular flow を使って考察した。得られた主な結果は以下の通りである。

乱流水槽の実験結果は、Friedman・Katz (2002) の油滴実験とよく一致しており、相対乱流強度が大きな領域では平均上昇速度が乱流強度とともに増加し、沈降粒

子の場合と同様に、 $\langle w_p \rangle \approx 0.3\sigma_p$ の関係がみられる。平均上昇速度は粒子と流体の時間スケール比 T_p/T_L (Stokes 数に相当) にも依存し、 T_p/T_L が大きな場合、相対乱流強度があまり大きくない範囲では、乱流により平均上昇速度は減少する。

Cellular flow を使った数値実験から、比重が 1 より小さな軽い粒子でも一部の粒子は fast track に沿って移動するため、乱流強度が大きな領域では平均上昇速度は静水中のものを上回ることが明らかになり、本研究の乱流水槽実験や Friedman・Katz (2002) の油滴実験でみられた平均上昇速度の増加現象が fast tracking によるものであることを確認できた。

謝辞：本研究を行うにあたって、有益な助言を頂いた Queensland 大学の Nielsen 准教授に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 川西 澄・塩崎遼平 (2005)：乱流境界層における固体粒子の沈降速度，海岸工学論文集，52 巻，pp. 371-375.
- 川西 澄・塩崎遼平 (2006)：3 次元乱流場における固体粒子の沈降速度の数値実験，海岸工学論文集，53 巻，pp. 391-395.
- Friedman, P. D. and J. Katz (2002)：Mean rise rate of droplets in isotropic turbulence, Phys. Fluids, Vol. 14 (9), pp. 3059-3073.
- Maxey, M. R. and S. Corrsin (1986)：Gravitational settling of aerosol particles in randomly oriented cellular flow fields, J. Atmos. Sci., Vol. 43, pp. 1112-1134.
- Maxey, M. R. (1990)：On the advection of spherical and non-spherical particles in a non uniform flow, Phil. Trans. R. Soc. Lond., Vol. 333, pp. 289-307.
- Murray, S. P. (1970)：Settling velocities and vertical diffusion of particles in turbulent water, J. Geophys. Res., Vol. 75, pp. 1647-1654.
- Nielsen, P. (1993)：Turbulence effects on the settling of suspended particles, J. Sed. Petrology, Vol. 63, No. 5, pp. 835-838.
- Shapiro, R. (1978)：The direct linear transformation method for three-dimensional cinematography, Res. Quart., Vol. 49, pp. 192-205.
- Tooby, P. F., G. L. Wick and J. D. Isaacs (1977)：The motion of a small sphere in a rotating velocity field: a possible mechanism for suspending particles in turbulence, J. Geophys. Res., Vol. 82, pp. 2096-2100.