

異常波浪予測における多方向性の影響

Directional Effects on Freak Wave Prediction

森 信人¹・Peter A. E. M. Janssen²・Miguel Onorato³

Nobuhito MORI, Peter A. E. M. JANSSEN and Miguel ONORATO

Quasi-resonant four-wave interactions may influence the statistical properties of deep water surface gravity waves such as a freak wave. The freak wave prediction method developed by Mori and Janssen (2006) based on the quasi-resonant wave theory is compared with European Centre for Medium-Range Weather Forecasts wave analysis data. Mori and Janssen (2006) model shows low correlation with the observed wave data. To improve the forecasts score, the directional effects are considered by using a series of the Monte Carlo simulations of cubic Nonlinear Schrödinger equation. The broad band spectrum effects are also considered in the prediction method.

1. 序 論

90 年代中頃より, Freak wave に代表される線形理論と異なる振る舞いをする異常波浪 (以下, 単に異常波浪) の出現に高次の非線形相互作用の影響が大きいとの認識が高まり, その発生原因についての研究が進められてきた. その結果, 深海波では 3 次の非線形干渉の影響が顕著になると線形不規則波理論より Freak wave のような高波 (異常波浪) の出現確率が増加し, これに伴い水面変位の 4 次モーメントである kurtosis (以下 μ_4) の値が増加するという結果が得られている (Janssen, 2003). さらに, ここ数年の研究成果により, スペクトル形状, 3 次の非線形干渉の強さおよび μ_4 の関係について明らかにされつつある (Juglard ら, 2005; Mori・Janssen, 2006). 4 波相互作用を考慮した Kinetic 方程式中の非線形輸送関数 G を有限時間積分で置き換え, μ_4 , スペクトル形状の関係が定式化されている (Janssen, 2003).

$$\kappa_{40} = \frac{12}{g^2 m_0^2} \int d\vec{k}_{1,2,3,4} T_{1,2,3,4} \sqrt{\omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4}$$

$$\delta_{1+2-3-4} G(\Delta\omega, t) N_1 N_2 N_3 \dots (1)$$

ここで, κ_{40} は水面変位の 4 次キュムラント ($=\mu_3-3$), N は波作用量, $\vec{k}$ は波数ベクトル, ω は線形分散関係を満たす角振動数, $T_{1,2,3,4}$ は非線形 4 波相互作用項, $\Delta\omega = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4$, G は非線形エネルギー輸送項である. この理論では, 方向分散が小さく, 周波数スペクトル $E(\omega)$ が高い集中度を持つガウス分布であると仮定し, κ_{40} , Q_p および BFI の関係を導いている. このような議論の中で, 異常波浪の出現頻度の推定は, 最大波高分布の裾の積分値を意味することになり, その本質は,

非線形干渉により変化する最大波高分布形状そのものを推定することにある.

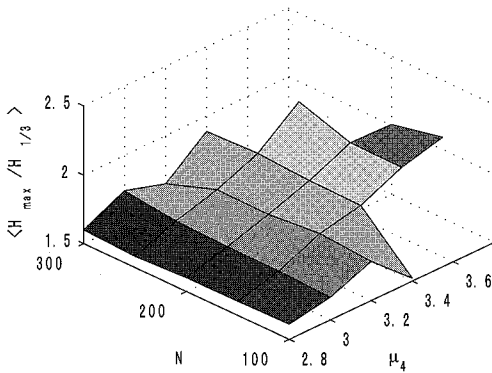
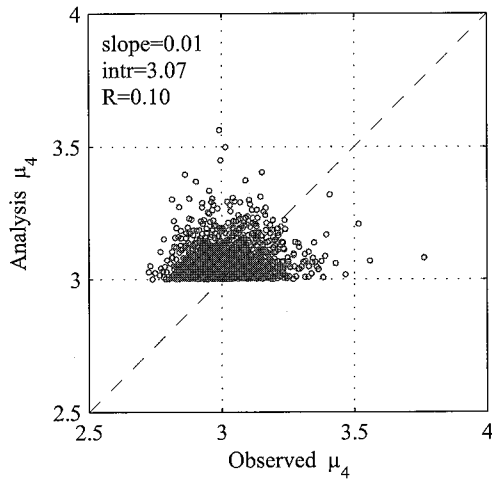
近年, 3 次の非線形干渉による μ_4 の変化を最大波高分布に関連付け, 異常波浪の出現頻度を予測する理論が提案されており (Mori ら 2005), 断面 2 次元造波水路内を伝播する波列のスペクトルの変形と異常波浪の出現頻度が一連の理論により推定できることが定量的に示されている (森ら, 2006; 以下 MJ2006 と略記).

本研究では, 断面 2 次元水槽内で検証された異常波浪の予測理論を, ヨーロッパ中期気象予報センター (ECMWF) における現業の波浪予測に適用し, その妥当性の検証を行なう. ついで現地観測結果と比較検証結果をもとに, その重要性について認識されているにも関わらず, これまであまり考慮されてこなかった多方向性および有限観測時間長の問題について理論および数値計算の両面から評価を行う.

2. MJ2006 理論の現業波浪モデルへの適用結果

ECMWF では WAM モデル (Cycle 4) をベースに開発された全球波浪予測モデルが運用されている (Janssen ら, 2005). 今回, この ECMWF 現業波浪予測モデル (以下, 予測値) に MJ 2006 の予測理論を組み込み, 異常波浪予測理論の検証を行った (Janssen ら, 2005). 対象期間は 2004 年度 1 年間とし, 予測精度の検証には, 全国港湾海洋波浪観測資料 (NOWPHAS) の太平洋および日本海側の 6 点の観測データ (以下, 観測値) を用いた (紙面の都合上, 太平洋側の久慈 1 箇所の比較のみを示す). 図-1 に示すのは, 観測された $H_{\max}/H_{1/3}$ の平均値と μ_4 および波列中の波の数 N の関係である. これまで得られてる非線形理論 (Mori ら, 2006) や水槽実験結果 (Mori ら, 2007) のように, $H_{\max}/H_{1/3}$ と μ_4 には弱い線形相関が見られる. 図-2 に示すのは, 予測理論を適用した μ_4 の ECMWF の予測結果と観測結果の比較で

1 正 会 員 博(工) 大阪市立大学講師 大学院工学研究科
2 Ph. D European Centre for Medium-Range
Weather Forecasts, Ocean Wave Section
3 Ph. D Università di Torino, Dip. di Fisica Generale

図-1 観測された $\langle H_{\max}/H_{1/3} \rangle$, μ_4 および N の関係図-2 μ_4 の観測値と予測値の関係

ある。一見してわかるように両者は無相関であり、特に μ_4 の観測値が正規分布の 3.0 前後に分布しているのに対して、予測値は 3.0 以上のみに分布している。

上記のように、断面 2 次元水路における実験結果との比較と異なり、実海域では異常波浪の予測理論が成り立たないことがわかった。そこでこれらの差異の原因について解析を行うことにする。上記の予測理論では、簡略化のために方向分散性を無視し、かつ周波数スペクトル形状をガウス分布と仮定し、波形勾配 ka と周波数スペクトル形状パラメータ Q_b を関数とする簡略式より μ_4 を推定している。このため、非線形干渉に及ぼす方向分散性の影響、および周波数スペクトル形状が波高分布に及ぼす統計的な影響等が差異（誤差）としてカウントされる。前者に起因する誤差を見積もるには、 Q_b と BFI の各々についての推定精度の検証が必要であるが、方向スペクトル形状パラメータ Q_b については利用可能な観測値が入手できなかったため、BFI の定義で使われている波形勾配と μ_4 の推定精度について比較を行う。予測

値の波形勾配 ka は、平均周波数 f_m から線形分散関係より定義される代表波数 k_0 とスペクトルの積分値 $\sqrt{m_0}$ より定義する。解析値と μ_4 の関係について両者を比較比較したところ、図-3 の関係が得られた。図中の実線は 2 次の非線形干渉に関する理論値である。 μ_4 の観測値は、かなりばらついているものの平均的には 2 次の非線形理論に従っている。一方で、予測値も理論に従っているもののその分布形状は異なり、2 次の非線形理論を下限としてそれより上側で散乱して分布している。

このように、周波数分散の影響を無視した予測値と観測値を比較した比較結果、両者ともに波形勾配が大きくなると μ_4 が増加する傾向があることがわかった。しかし、観測値の μ_4 は 3 を下回ることも多く見られ、予測値はこのような傾向を持たない。そこで、予測理論において、その値が大きくなる理由について線形不規則波と 3 次の非線形干渉を考慮した非線形不規則波の数値シミュレーション結果により検討を行う。

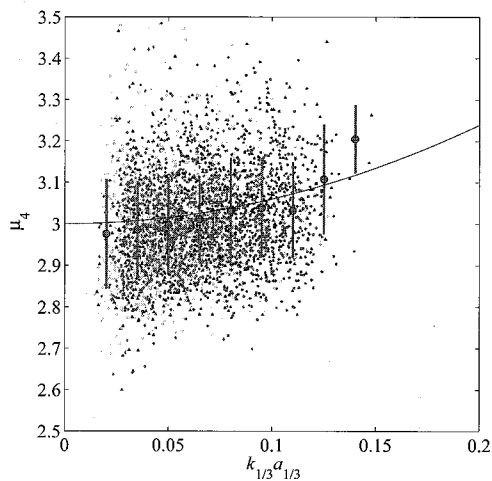
3. 広帯スペクトルと有限観測長の及ぼす影響

周波数スペクトル幅やデータのサンプリング周波数が線形不規則波の統計量に影響を与えることは古くから知られている (Goda, 1970)。ここでは、現地観測データを対象に、周波数スペクトル幅が μ_4 や波高分布形状にどのような影響を与えるのかについて検討を行う。 $T_p=10s$, $f_{\max}=2.5Hz$, データ点数 $N=2^{15}$ の条件下で、一様乱数で周波数スペクトル幅を変化させながら各条件で線形不規則波 500 ケースづつを発生させ (Monte Carlo シミュレーション, MC), μ_4 と周波数スペクトル幅の関係を求めた。周波数スペクトルには以下のガウス分布を使用した。

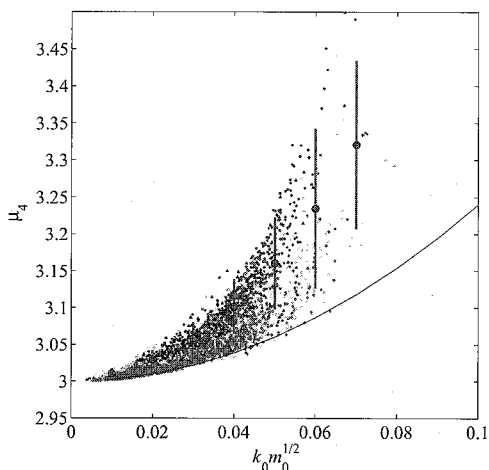
$$F(\omega) = \frac{m_0}{\sqrt{2\pi}\sigma_\omega} e^{-\frac{1}{2}\nu^2} \dots \dots \dots (2)$$

$$\nu = \frac{\omega - \omega_0}{\sigma_\omega} \dots \dots \dots (3)$$

ここに ω_0 は代表角振動数、 σ_ω はスペクトル幅パラメータである。図-4 に示すのはその結果であり、(b) の Weibull 分布形状母数 m_w はゼロアップクロスで求めた波高分布に Weibull 分布を最小自乗法で近似し求めた。図-4(a) より、十分にデータ点数が与えられている今回の条件 ($N=2^{15}$) では、実線で示す μ_4 の平均値はほぼ Gauss 過程の 3 に漸近しているが、破線で示す分散はスペクトル幅が狭くなると ($\sigma_\omega \rightarrow 0$) 増加し、統計的変動性が大きいことがわかる。紙面の関係上図は示さないが、20 分間観測相当のデータ長の場合についても同様の検討を行った結果、データ長が短くなると μ_4 は 0.1 程度低下することがわかった。これらの結果は図-3(a) に示した観測値の μ_4 が 3.0 を下回ることを裏付けるもので



(a) 観測値



(b) 予測値

図-3 代表波形勾配 $k_{1/3} a_{1/3}$ と μ_4 の関係 (・: 予測値, 実線: 2 次の非線形理論)

ある。一方、これまで波高分布の大きな波高の部分は、Rayleigh 分布をやや下回ることが示されている (例えば, Forristall, 2000)。これは、非線形性を無視して全ての観測データをアンサンブル平均した場合、つまり線形不規則波に相当する解析を行った場合に共通して見られる結果である。図-4(b)に示すのは、線形不規則波について行った MC の結果であり、実線で示すようにスペクトル幅が広くなると $((\sigma_w \rightarrow 1)m_w)$ は増加し、高波高部分の出現確率は Rayleigh 分布 ($m_w=2$) を下回るようになる。同様に波列中の波の数を変化させて 20 分観測相当のデータ長とした場合、無限時間長の結果と比べて平均値はほとんど変化しないが、分散は大きくなることがわかった。

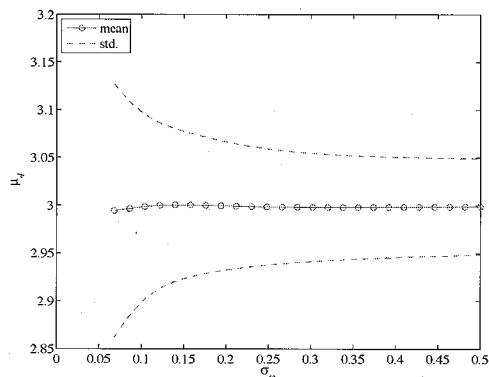
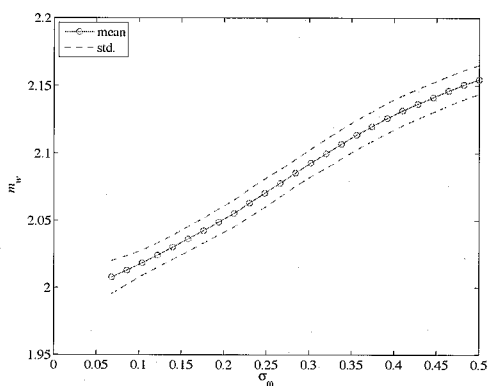
(a) σ_w と μ_4 の関係(b) σ_w と Weibull 分布形状母数 m_w の関係

図-4 線形不規則波についてのモンテカルロシミュレーション

4. 方向分散性が 3 次の非線形干渉による μ_4 変化に及ぼす影響

(1) 理論的検討

a) 近傍場の振る舞い

理論上無視している方向分散性の振る舞いとその影響度を調べるため、理論および数値実験の両面より検討を行う。まず 4 波相互作用における非線形エネルギー輸送関数の $\Delta\omega$ に方向分散性の影響を考慮し、定式化を行う。

方向スペクトル

$$E(\omega, \theta) d\omega d\theta = \frac{\omega N(\vec{k})}{g} \dots \dots \dots (4)$$

を用いて、(1)を書き換えると次式のようにになる。

$$\kappa_{40} = \frac{12}{g^2 m_0^2} \int d\omega_{1,2,3} \theta_{1,2,3} T_{1,2,3,4} \sqrt{\frac{\omega_4}{\omega_1 \omega_2 \omega_3}}$$

$$G(\Delta\omega, t) E_1 E_2 E_3 \dots \dots \dots (5)$$

ここで $\omega_4 = \sqrt{g|\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3|}$ である。方向分散を考える

と ω_4 は

$$\begin{aligned}\omega_4 = & \{(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2)^2 + 2\omega_1^2\omega_2^2[\cos(\theta_1 - \theta_2) - 1] \\ & - 2\omega_1^2\omega_3^2[\cos(\theta_1 - \theta_3) - 1] \\ & - 2\omega_2^2\omega_3^2[\cos(\theta_2 - \theta_3) - 1]\}^{1/4} \dots\dots\dots (6)\end{aligned}$$

と展開される。方向スペクトルがピーク周り ($\omega = \omega_0$ および $\theta = \theta_0$) に集中し、比較的速く減衰する形状と仮定する。この場合、 $T_{1,2,3,4} \simeq k_0^3$ と近似できる。さらに、ピーク周りの方向スペクトル形状に着目し、解析的に取り扱える様に 2 次元 Gauss 分布を仮定する。

$$E(\omega, \theta) = \frac{m_0}{2\pi\sigma_\omega\sigma_\theta} e^{-\frac{1}{2}(\omega^2 - \phi^2)} \dots\dots\dots (7)$$

$$\phi = \frac{\theta - \theta_0}{\sigma_\theta} \dots\dots\dots (8)$$

ここで θ_0 は主波向き方向である。この場合、方向分布形状パラメータ σ_θ は、方向分散 σ と $\sigma = \sqrt{2(1-r_1)} = \sigma_\theta$ なる関係を持つ。ここで r_1 は方向分布関数の 1 次モーメントである。この仮定の下では、 ω_4 は 1 次補正オーダーで以下のように近似できる。

$$\omega_1 = \omega_0(1 + \delta_\omega \nu_1), \quad \theta_1 = \theta_0 + \delta_\theta \phi_1 \dots\dots\dots (9)$$

ここで $\delta_\omega = \sigma_\omega/\omega_0$, $\delta_\theta = \sigma_\theta$ は微小量とする。この関係を式(6)に代入し、3 次の項まで取ると

$$\begin{aligned}\omega_4 = & \omega_0\{1 + \delta_\omega(\nu_1 + \nu_2 - \nu_3) - \delta_\omega^2(\nu_3 - \nu_1)(\nu_3 - \nu_2) \\ & + \frac{1}{2}\delta_\theta^2(\phi_3 - \phi_1)(\phi_3 - \phi_2)\} + O(\delta^3) \dots\dots\dots (10)\end{aligned}$$

となり、また周波数差 $\Delta\omega$ は以下のように展開される。

$$\Delta\omega = \delta_\omega^2\omega_0\{(\nu_3 - \nu_1)(\nu_3 - \nu_2) - R(\phi_3 - \phi_1)(\phi_3 - \phi_2)\} \dots\dots\dots (11)$$

ここで $R = \delta_\theta^2/2\delta_\omega^2$ は方向・周波分布幅比として定義する。最終的に上記の展開より、狭帯スペクトル仮定の下で周波数分散を考慮した場合の方向スペクトルと μ_4 の関係が得られる。

$$\kappa_{40} = 12\epsilon^2\omega_0 \int d\nu_{1,2,3} \phi_{1,2,3} G(\Delta\omega, t) E'_1 E'_2 E'_3 \dots\dots\dots (12)$$

ここで E' は $m_0=1$ となるように正規化したことを示す。

式(11)を近傍場 $t \rightarrow 0$ におけるエネルギー輸送関数 G に代入し、

$$\lim_{t \rightarrow 0} G(\Delta\omega, t) = \frac{1}{2}\Delta\omega t^2 \dots\dots\dots (13)$$

これを式(12)に代入して、 $-\infty$ から ∞ まで積分すると以下の関係を得る。

$$\kappa_{40} = 3\tau BFI^2(1-R) \dots\dots\dots (14)$$

ここで $\tau = \omega_0\sigma_\omega^2 t$ は無次元時間である。一方、遠方場 ($t \rightarrow \infty$) については数値積分を行い、数値解を得たが紙面の関係上、今回は詳細を略す。式(14)より、 μ_4 の初期の振る舞いは BFI と R により支配されるということがわかる。一方、1 方向波列では $R=0$ であり、この時 $\kappa_{40} = 3\tau BFI^2$ と Janssen(2003)の理論に一致する。方向

分散が強い場合 ($R=1$)、 μ_4 は非線形干渉では変化しない。この時、 $\delta_\theta = \sqrt{2}\delta_\omega$ となり、方向分布幅の増加と共に μ_4 の増加は抑えられることがわかる。また、方向分散の影響は周波数分散の $\sqrt{2}$ 倍強いことがわかる。

b) BFI に寄与する主波向き成分からの関係

上記の扱いでは $t \rightarrow 0$ の近傍場の振る舞いのみについて有効となる。このため、波浪予測や推算には用いることは出来ない。そこで、4 波相互作用により変化する μ_4 には、主波向き成分が寄与すると仮定し、式(7)を θ_0 方向に積分し、これを Janssen(2003)の BFI の式に代入する。

$$\kappa_{40} = \sqrt{\frac{\pi}{6}} \frac{BFI^2}{\sigma_\theta} \dots\dots\dots (15)$$

式(14)と異なり、 μ_4 は σ_θ と反比例の関係にあり、 $\sigma_\theta \rightarrow 0$ で発散する。これは、方向分布関数がデルタ関数に漸近することに対応している。以下では数値実験を通して上記の仮定の適用性について検証を行う。

(2) MC-CNLS 方程式による数値計算

検証のための数値計算は、Cubic 非線形 Schrödinger 方程式(CNLS)を用いたモンテカルロシミュレーションを行った。

$$\begin{aligned}i\left(\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\omega_0}{2k_0}\frac{\partial A}{\partial x}\right) - \frac{\omega_0}{8k_0^2}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\omega_0}{4k_0^2}\frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \\ - \frac{1}{2}\omega_0 k_0^2 |A|^2 A = 0 \dots\dots\dots (16)\end{aligned}$$

ここで x は主波向き方向、 A は包絡波形であり水面変位 η と

$$\eta(x, y, t) = A(x, y, t) \exp[i(k_0 x - \omega_0 t)] + c.c. \quad (17)$$

の関係を持つ。CNLS はエネルギー漏れが指摘されているが (Yuen and Lake, 1982)、4 波相互作用による μ_4 の初期変化を見るには問題ないとして使用する。

CNLS を用いたモンテカルロ計算(MC-CNLS)では、1 組の σ_θ と BFI について初期位相を 500 パターン与え、合計 12,000 ケースの伝播計算を行った。この結果より μ_4 と方向分散 σ_θ および周波数分散(BFI)の関係について考察を行う。図-5 に示すのは、1 方向波列における MC-CNLS の結果を NLS の解析解、Zakharov 方程式の解 (Janssen, 2003) と比較したものである。図からわかるように、MC-CNLS の結果は NLS の解析解とはほぼ一致し、1 方向波列については十分な精度を持っていることがわかる。図-6 は、平面 2 次元場についての結果であり、(a) は MC-CNLS による数値解、(b) は式(15)に係数 a を乗じて (a) の数値解に適合させた結果である。 μ_4 と BFI および σ_θ の関係について見ると、方向分散と周波数分散の比率に応じて μ_4 の大きさが決まり、方向集中度が高いほど μ_4 の値が増加し (異常波浪の出現頻度が増加)、方向集中度が低いと逆に μ_4 の値が減少

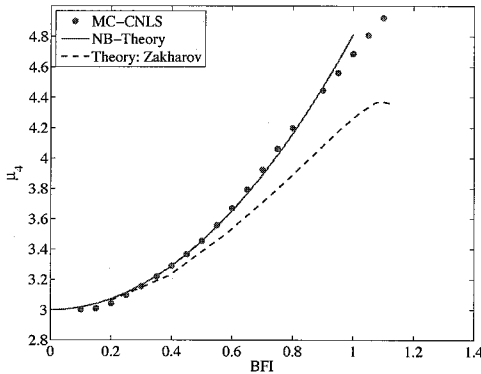
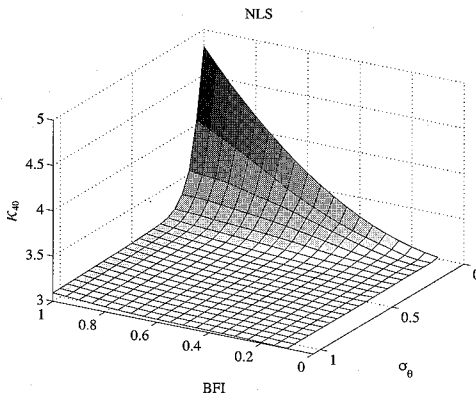
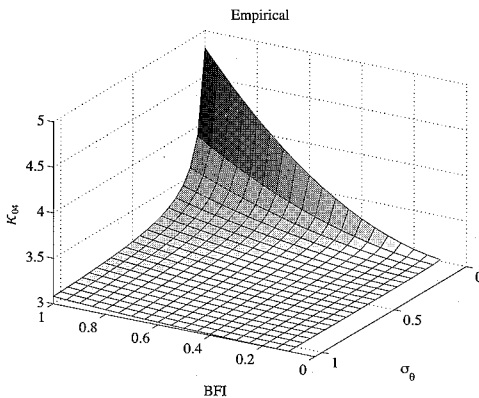


図-5 1方向波列におけるBFI(周波数分散)と μ_4 の関係 (●: MC-CNLS, 実線: NLS方程式の解, 点線: Zakharov方程式の厳密解)



(a) MC-CNLSによる数値計算結果



(b) 簡易モデル

図-6 多方向波列におけるBFI(周波数分散), σ_θ (方向分散)および μ_4 の関係

する(異常波浪の出現頻度が減少)という結果を得た。また、図に示すようにMC-CNLSの結果は式(15)とほ

ぼ同じ分布形状を持ち、経験的ではあるが波浪予測に重要となる μ_4 に対する方向分散性と周波数分散性の関係を得ることができた。

5. 結 論

異常波浪予測に重要な水面変位の4次モーメント(μ_4)予測をECMWFの現業波浪予測モデルを用いて行い、その精度検証を行った。その結果、一方向を仮定した従来の理論では、異常波浪の予測は困難であることを明らかにした。ついで、方向分散性を考慮した μ_4 の予測理論を定式化し、モンテカルロ数値計算よりその妥当性について検証を行った。

本研究の一部はECMWFおよび科学研究費補助金の援助によるものである。また、観測データの提供をして頂いた(独)港湾空港技術研究所海象情報研究室の皆さんおよびECMWF J.R. Bidlot博士のサポートに感謝する。

参考文献

- 森 信人・Miguel Onorato・Peter A.E.M. Janssen(2006), 異常波浪の予測とその精度について, 海岸工学論文集, 53, pp. 306-310.
- 森 信人・Peter A.E.M. Janssen(2005), 異常波浪の出現と非線形干渉の関係について, 海岸工学論文集, 52, pp. 131-135.
- Forristall, G.(2000), Wave crest distributions: observation and second-order theory, Journal Physical Oceanography, 30, pp.1931-1942.
- Goda, Y.(1970), Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Technical Report, 4, Port and Harbour Res. Inst.
- Janssen, P. A. E. M. (2003), Nonlinear four-wave interactions and freak waves, Journal Physical Oceanography, 33, 4, pp. 863-884.
- Janssen, P. A. E. M. J.-R. Bidlot, S. Abdalla, and H. Hersbach (2005), Progress in ocean wave forecasting at ECMWF, ECMWF Technical Memorandum, 478, pp. 27.
- Janssen, P. A. E. M., N. Mori, and M. Onorato (2007), Extension of the ECMWF freak wave warning system to 2 dimensional propagation, 10th International Workshop on Wave Hindcasting and Forecasting, Hawaii, 印刷中.
- Mori, N. and P. A. E. M. Janssen (2006), On kurtosis and occurrence probability of freak waves, Journal of Physical Oceanography, 36, 7, pp. 1471-1483.
- Mori, N., M. Onorato, P. A. E. M. Janssen, A. R. Osborne, and M. Serio (2007), Exceedance probability for strongly nonlinear long crested waves, Journal of Geophysical Research, doi:10.1029/2006JC004024.
- Socquet-Juglard, H., K. Dysthe, K. Trulsen, K. H.E., and L. J. (2005), Distribution of surface gravity waves during spectral changes, Journal of Fluid Mechanics 542, pp. 195-216.
- Yuen, H. and B. Lake(1982), Nonlinear dynamics of deep-water gravity waves, Advances in Applied Mech. 22, pp. 67-327.