

自由水面をもつジェットの分裂分散モデル

Fragmentation Model for Jetting Free-Surface Flows

猿渡亜由未¹・渡部靖憲²

Ayumi SARUWATARI and Yasunori WATANABE

In this paper, a fragmentation model of jets with free-surfaces, describing evolution of the size spectra of sprays during the fragmentation process is developed. A 3-D large eddy simulation reproduces amplification of free-surface disturbances of the jets induced by the counter-rotating vortices and the resulting jetting flows splitting into fingers and sprays. It is found that a probability density of the finger or spray size can be described by a log-normal distribution, and its evolution depends on Weber number. The present fragmentation model is capable of predicting the volume fraction of the jets at arbitrary time after the inception of fragmentation.

1. はじめに

砕波ジェットの着水に起因して水中に大量の気泡が混入されると共に空気中には大量の飛沫が生成されるが、これらは砕波現象を特徴付ける重要なファクターとなる複雑な気液混相乱流場を形成する (Brocchini・Peregrine, 2001). このジェットから分裂する飛沫は、特に暴波浪時に護岸等の越波に伴い背後の人間・社会活動を阻害し、災害に直接結び付く要素となる一方、その影響度及び範囲を決定する為に不可欠な飛沫サイズ分布の実験的計測が極めて困難であり、ジェットの分裂過程について殆どは未解明である。一方砕波ジェットは初期に規則的に配列したフィンガー形状へと遷移し (Narayanaswamy・Dalrymple, 2002), 表面張力不安定を経由して飛沫へと分裂する。現在まで単一液滴の分裂過程に関する可視化実験による研究はあるものの、工学的に必要な飛沫量とサイズ分布の遷移を定量的に表せるモデルは無い。

本研究は、高精度数値計算を基に、水塊ジェットの着水により発生する二次ジェット先端における水面分裂過程と飛沫サイズ分布を特徴化すると共に、海水・淡水の違いを含めた任意の表面張力並びにジェット着水条件で適用可能なジェットの体積率を決定する分裂分散モデルを開発し、検証するものである。

2. 計算方法

ジェット着水に伴う二次ジェットの発生と飛沫への分裂過程は、渡部・猿渡 (2006) と同一の数値計算法、非線形格子粘性モデルによる Large Eddy Simulation (LES) により再現される。即ち、フィルタリングされ

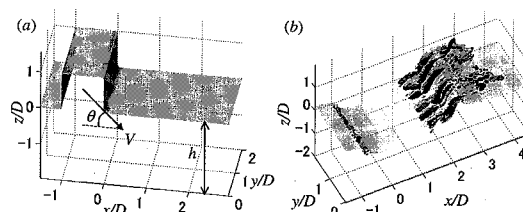


図-1 (a)角柱形水塊ジェット、(b)角柱ジェット着水後に発生する二次ジェットとx方向渦度等値面 (レンジ: ± 0.5 , RUN1)。

た Navier-Stokes 式 の 非 移 流 項 は 予 測 子 修 正 子 法, 二 段 階 分 離 解 法 に よ り, ま た 移 流 項 は CIP 法 に よ っ て 更 新 さ れ る。圧力方程式は, irregular-star 法ベースの multi-grid 法によって解かれる。水面の追跡及び曲率の算出は近年良く使われる Level-set 法 (Osher・Sethian, 1988) により行われた。ジェットがフィンガー・飛沫へと分裂する過程において、表面張力と粘性力とのバランスや水面一渦相互作用が分裂間隔やフィンガーの発達速度を支配しており、これらを適切に評価し得る計算法が必要である。そこで自由水面における力学的境界条件は、渡部・猿渡 (2006) により提案され精度が確認されている方法により満足させた。即ち、ゼロせん断力条件は流体外数グリッドに適当な仮想流速場 (Ghost 流速) を外挿することにより高精度で満足させ、表面張力と粘性力による圧力のジャンプ条件は、圧力計算を行う際に水面境界条件としてそれらを直接設定することによりサブグリッド精度で満足させた。風による飛沫への分裂については多くの実験的研究がなされているが (例えば Marmottant・Villermaux, 2003), 本研究は気相の影響ではなくジェット水面自体の不安定により発生する分裂にフォーカスするものである。

(1) 計算条件

砕波ジェットのモデルとして、図-1(a)に示す角柱形

1 学生会員 修(工) 北海道大学大学院工学研究科

2 正会員 博(工) 北海道大学准教授大学院工学研究科

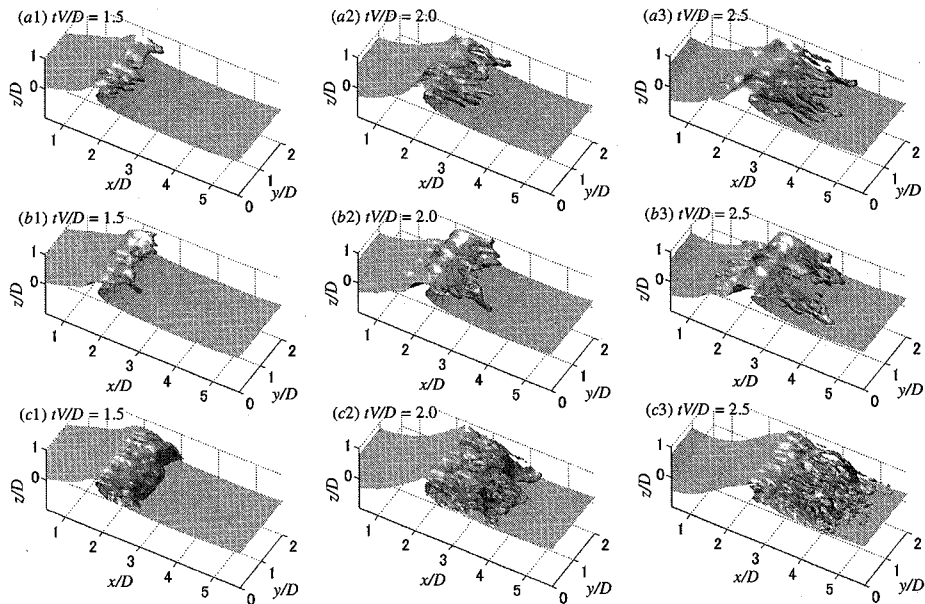


図-2 二次ジェット先端におけるフィンガーの発達。矢印はジェット進行方向。 $V=1.0\text{m/s}$, $Fr=1.01$.
 (a) RUN 2 : $We=4000$, $\Delta x=6.7\text{mm}$, (b) RUN 1 : $We=1370$, $\Delta x=6.7\text{mm}$, (c) RUN 5 : $We=1370$,
 $\Delta x=4.0\text{mm}$. (1) $tV/D=1.5$, (2) $tV/D=2.0$, (3) $tV/D=2.5$.

表-1 計算初期条件

RUN	$V\text{ m/s}$	$\sigma\text{ N/m}$	Fr	We	$\Delta x\text{ min}$
1	1.0	0.073	1.01	1370	6.7
2	1.0	0.025	1.01	4000	6.7
3	1.0	0.051	1.01	2000	6.7
4	1.0	0.073	1.01	1370	5.0
5	1.0	0.073	1.01	1370	4.0
6	1.0	0.073	1.01	1370	2.0

状水塊ジェットを静水面に対し角度 θ , 速度 V で着水させることによりその前方から二次ジェット(図-1(b))を発生させ, その後の分裂分散過程について考察する. 側壁には周期境界条件, 底面には non-slip 条件が与えられた. 角柱ジェット高 D , 着水速度 V 及び流体密度 ρ により全ての変数を無次元化すると共に, Weber 数 ($We=\rho V^2 D/\sigma$) 及び Froude 数 ($Fr=V/\sqrt{gD}$) を定義した(代表長さがジェット高となっているので注意が必要). 全てのケースで $D=0.1\text{ m}$, $\theta=\pi/6$, 初期水位 $h=0.2\text{ m}$ とし, 淡水の表面張力係数を設定した基本ケース (RUN1) から We , Fr を変化させ計算を行った(本文で紹介するケースの計算条件のみ表-1 に示す). また, 計算結果のグリッド依存性についても調査し, 構築したモデルの適用範囲について検討する.

3. ジェットから飛沫への遷移

(1) ジェット分裂過程

角柱ジェット着水に伴う二次ジェットの分裂過程について示す. 図-1(b)は二次ジェットが形成された位相にお

ける x 方向の渦度を表す. ジェット着水時のせん断力不安定により二次ジェット背後の水面直下にジェット進行方向に軸をもつ三元交互交代渦度場が形成され(渡部・猿渡, 2006), これらの縦渦は水面との相互作用により流体の表面張力係数が大きい程(低 We 条件)変動スケールの大きな交互交代渦度場へと遷移する. これらの渦は二次ジェット水面を変形させ, その先端におけるフィンガー形成を誘発する. 分裂直後のフィンガースケール(分裂間隔)は We に依存して変化し, 高 We 下では小さく, 低 We 下では大きなスケールの初期フィンガーが形成された(図-2(a1), (b1)). 即ち, ジェット背後の三元渦度場並びに初期分裂間隔は, Fr で特徴付けられるジェットの跳ね上がり起因するせん断層の不安定と, We で規定される表面張力の寄与の両者で決定されることが明らかとなった. 高 We 条件下における小スケールの初期フィンガーは分裂間隔を一定に保ったまま時間と共に伸張し, 分裂領域を拡大させていくが(図-2(a2), (a3)), 低 We 下の分裂間隔の広い初期フィンガーは再分裂を繰り返すことにより, 細かい飛沫へと遷移した(図-2(b2), (b3)). 図-2(c)は図-2(b)と同じ初期条件下でのジェット水面の高解像度計算結果を表す. より細かいフィンガー・飛沫への分裂が解像され再現されている. 分裂初期の位相において, ジェット先端に分裂間隔の大きい初期フィンガーが現れるが(図-2(c1)), フィンガーの伸張と再分裂を経て最終的には細かい飛沫を生成した(図-2(c3)). この様に, 最小解像飛沫サイズに差異はあるものの図-2

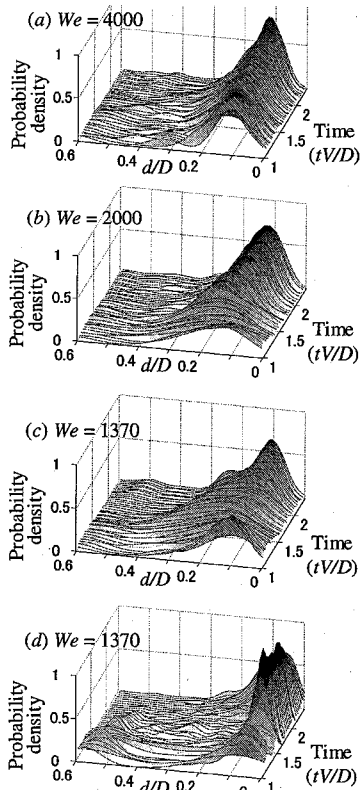


図-3 ジェットが分裂したフィンガー径 d の確率密度分布の時間変化. (a) RUN 2 : $We=4000$, (b) RUN 3 : $We=2000$, (c) RUN 1 : $We=1370$, $\Delta x=6.7\text{mm}$. (d) RUN 5 : $We=1370$, $\Delta x=4.0\text{mm}$.

(b)で示した低解像度の計算により得られた結果と定性的に同様な分裂分散過程が再現された.

(2) 飛沫サイズスペクトル

ジェットの分裂スケールをジェット進行方向に垂直な面上のフィンガー断面の円相当直径 d により表し、その時間変化について議論する. 時々刻々のジェット全体の断面径の確率密度分布を求め、その時間変化の We への依存性を調べた (図-3(a~c)). ある時刻 t における d の確率密度分布は標準偏差 σ_t の対数正規分布により近似できることが明らかとなった. We が十分大きいとき、フィンガー形成から再着水に至るまで確率密度分布に大きな変化は無く、 σ_t とピークフィンガー径 d_p はほぼ一定の値 ($0.4 \leq \sigma_t \leq 0.5$, $d_p = 12\text{mm}$) を示した (図-3(a)). これは初期の分裂過程において既に形成された安定スケールのフィンガーが時間と共に変化しないことを表す. 一方低 We 条件下では (図-3(b), (c)), ジェット分裂初期の位相 ($tV/D \leq 1.5-1.7$) において大断面の初期フィンガーの発生確率が高くなる為、 d の確率密度分布の幅が広がった ($0.70 \leq \sigma_t \leq 0.78$). その後

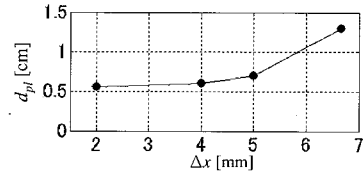


図-4 最終的なピークフィンガー径とグリッド幅との関係. $V=1.0\text{m/s}$, $\sigma=0.073\text{N/m}$, $Fr=1.01$, $We=1370$ (RUN 1, 4, 5, 6).

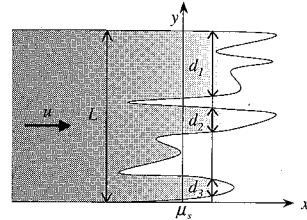


図-5 対象とするジェット分裂分散モデルの概念図.

フィンガーが再分裂することにより d は小径化し、高 We のケースと同様に $d_p = 12\text{mm}$ の集中した分布へと遷移した. 即ちジェットは We が増加する程、即座に安定スケールの飛沫へと分裂することが明らかとなった.

ジェット分裂スケールのグリッド幅依存性について調べる為に、流体の表面張力係数が水の条件に対応する $We=1370$ のケースについて計算グリッド幅を $2.0 \leq \Delta x \leq 6.7\text{mm}$ の範囲で変化させたときのジェット分裂過程並びに最終ピークフィンガー径 d_p の比較を行った. 解像度に依存せず図-3(c)で示したものと同様な、ジェット分裂初期の幅広い確率密度分布形状から再分裂を経てピークの集中した分布形状へと遷移する特徴が表れた (図-3(d)参照). 一方ジェットが十分発達しサイズ分布が安定した後のピークフィンガー径 d_p と計算グリッド幅との関係を調べた所、本研究で対象とするジェット着水条件においては $\Delta x \leq 4.0\text{mm}$ で漸近値 $d_p = 6\text{mm}$ に達することが明らかとなった (図-4). その為、計算により分裂が発達したときの飛沫サイズスペクトルを求める為にはグリッド幅をこれ以下に設定する必要がある.

4. ジェットの分裂分散モデル

(1) 基礎方程式

ここでは時空間的に変化するジェット体積率 (流体の存在確率) $\alpha = \alpha(x, t)$ を、発生直後の二次ジェットの条件をパラメータとしてモデル化する. 先端がフィンガー状に分裂した x 方向に進行するジェットを考える (図-5). x の原点がジェット中央位置 μ_s と共に移動する移動座標系を設定し、ジェット内の流体は x 方向に流速 u をもつとする. ジェット内部において次の連続

式が成り立つ。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho u + \frac{\partial}{\partial y} \rho v = 0, \dots\dots\dots (1)$$

ここで v は y 方向の流速, ρ は流体密度である. 上式の空間平均を求めると,

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint \rho \beta dx dy + \frac{\partial}{\partial x} \iint \rho u \beta dx dy + \frac{\partial}{\partial y} \iint \rho v \beta dx dy = 0 \dots\dots\dots (2)$$

ここで, $\beta = \beta(x, t)$ はジェット体積率の確率密度関数であり, $\iint \beta dx dy = 1$ である. また, 流れは二次元であり β と u は x 及び t のみの関数であると仮定する. 上式を y 方向に積分し整理すると, β に関する偏微分方程式が導かれる.

$$\frac{\partial}{\partial t} \beta + \frac{\partial}{\partial x} u \beta = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ジェットの x 方向への広がり, ジェット中央の速度から流速 u が逸脱し, ジェットが拡散することにより発生する. そこで, ジェット体積率の平均位置 μ_s を基準とし, 局所的に線形に変化する速度分布 $u = a(x - \mu_s) / (t - t_0)$ (ただし $t > t_0$) を仮定する (a : 定数, t_0 : 二次ジェット発生時刻). 即ち, $t \rightarrow \infty$ のとき局所流速変化はなくなり, ジェット全体が等速運動をすることとなる. これを式 (3) に代入して得られる式を満足する β を求めると,

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2\pi} c (t - t_0)^2} \exp \left[-\frac{(x - \mu_s)^2}{2c^2 (t - t_0)^4} \right] \dots\dots\dots (4)$$

解析的に $a=2$ と求められ, 分布の標準偏差は $\sigma_s = c(t - t_0)^2$ となる. 式 (4) を用いてジェット体積率分布 α が求められる.

$$\alpha(x, t) = \int_{-\infty}^x \beta dx \dots\dots\dots (5)$$

式 (4) の係数 c はジェットの分裂速度を特徴付ける定数であり, 数値実験によりパラメータ化可能である. そこで, 角柱ジェットの着水速度を $0.8 \leq V \leq 1.2$ m/s, 流体の表面張力係数を $0.01 \leq \sigma \leq 0.50$ N/m の範囲で変化させた条件下で数値実験を行い, 種々の We , Fr ($2.04 \times 10^2 \leq We \leq 1.02 \times 10^4$, $0.81 \leq Fr \leq 1.21$) に対する計算結果をこの解にあてはめることにより求めるべき定数 c を逆算した. 二次ジェット形成直後のジェット先端の平均速度 $\bar{u}_j$ 並びに初期の平均ジェット厚 $\bar{d}_j$ により, ジェット Weber 数並びにジェット Froude 数をそれぞれ $We_j = \rho \bar{u}_j^2 \bar{d}_j / \sigma$, $Fr_j = \bar{u}_j / \sqrt{g \bar{d}_j}$ と定義する. スパン方向計算領域幅に対するフィンガーの総投影長さの比として計算結果のジェット体積率 $\alpha_{comp} = \Sigma d_i / L$ (図-5 参照) を定義し, その時空間分布に式 (4) で表される曲線をフィッティングさせることにより求めた係数 c を We_j , Fr_j によりパラメータ化する. 係数 c と We_j / Fr_j^2 との関係

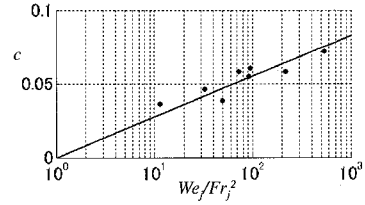


図-6 β を決定する未知定数 c と We_j / Fr_j^2 との関係. (●) 数値実験結果 ($\Delta x = 6.7$ mm), (○) モデル化された近似直線.

係は図-6 のようになり,

$$c = 0.012 \log (We_j / Fr_j^2) \dots\dots\dots (6)$$

により近似可能であることが明らかとなった. また, ジェット体積率分布の中央座標 μ_s は, 二次ジェット発生直後の先端位置 x_{j0} と平均先端速度 $\bar{u}_j$ により求める. ここで, 二次ジェット体積率は先端に行くほど減少するが, 固定グリッド系でジェット水面を計算する場合, Δx で規定される解像可能長さ以下の厚さしかない部分は計算することができない. 計算結果のジェット先端座標において, ジェット体積率は最小解像可能体積率に等しいと仮定し, σ_s から求められる補正量 x' を定義する.

$$\alpha_0 = \int_{-\infty}^{x'} \beta dx, \dots\dots\dots (7)$$

ここで, $\alpha_0 = \Delta x / L$ は最小解像可能体積率である. これを用いて発生直後の二次ジェットの先端座標 x_{j0} からそのときの平均先端速度 $\bar{u}_j$ で等速運動するジェット先端座標に補正を加え, μ_s を求める.

$$\mu_s = x_{j0} + \bar{u}_j \Delta t + x' \dots\dots\dots (8)$$

(2) ジェット分裂分散モデルによる流体体積率の評価

ここでは本研究で構築したモデルの予測結果の適用範囲について調べる. 図-7 は数値実験結果及び構築したモデルによるジェット体積率を比較したものである. $tV/D < 2.0$ の位相において, 図-7(a), (b) で示される $\Delta x = 6.7$ mm のケースでは, σ_s で決定されるジェット体積率の分布形状及び μ_s で決定される分布位置の時間変化は共によく再現されていることが確認できる. 一方 $\Delta x = 4.0$ mm としたケースでは, 図-2(c) に示されるように先端の薄い部分まで解像された二次ジェットが発生直後から前方水面に再着水している. ジェット体積率 α_{comp} を求める際に, 再着水により跳ね上がる水滴とジェット分裂によるフィンガーの断面が正しく分離されていない為, $\Delta x = 6.7$ mm のケースよりもばらつきの大きい分布をしているが, ジェットの先端に向けて体積率が減少する傾向は一致している. ジェット前後の速度差が増加しジェット前方の水塊が本体から分離しようとするとき, ジェット中央部の

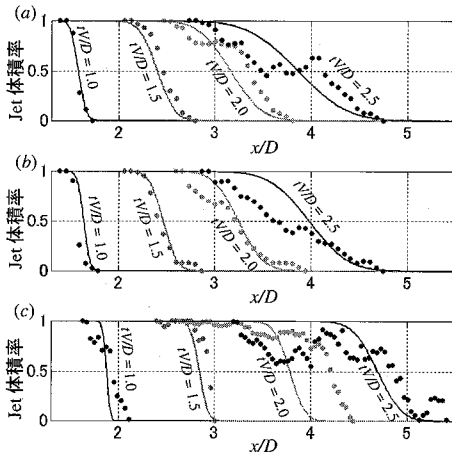


図-7 ジェット体積率分布の時間変化。数量計算結果 (●) 及びモデルによる再現結果 (—)。 (a) RUN 2 : $We=4000$, $\Delta x=6.7\text{mm}$, (b) RUN 1 : $We=1370$, $\Delta x=6.7\text{mm}$, (c) RUN 5 : $We=1370$, $\Delta x=4.0\text{mm}$ 。

体積率は減少する。 $tVD \leq 2.0$ の位相では、特に $\Delta x=4.0\text{mm}$ のケースにおいて、ジェット前方水塊の分離によりジェット中央部の体積率が低下している。このときモデル曲線はフィンガーの発達によるジェット先端における体積率分布のみを再現している。

図-8はモデル再現結果に対する計算結果の分布位置のラグ τ 並びに両者の相関係数 R の時間変化を表す。いずれのケースにおいても、ジェット分裂直後の位相 ($tVD < 2.0$) では相関 R は高い値を保っているが、 $tVD \geq 2.0$ では徐々に減少している。特に Δx が細かいケースにおいてその減少が顕著である。 $\Delta x \leq 4.0\text{mm}$ の計算ケースでは、 $\Delta x=6.7\text{mm}$ のケースで解像されていない薄い二次ジェット先端部がジェット本体からちぎれようとする為、ジェット中央部における体積率が減少する。これによりジェット体積率分布が本モデルの仮定から逸脱し、式 (4) との相関が減少するものと考え、分布位置のラグ τ は時間と共に増加する。ジェット再着水時の飛沫の影響を含んでいる高解像度のケースでは、ラグの増加が特に顕著となる。

この様に、本モデルによりジェット先端部以外からの分裂の無い初期の分裂ジェット体積率を再現可能であることが確認された。確率分布を与えてジェット体積率をモデル化したことにより有限幅のグリッドを用いた計算結果を元に、無限小のジェット体積率発生確率まで予測可能となる。ジェットの初速と厚さを与えれば、任意の時刻の、任意のスケールの飛沫を含むジェット体積率を予測できる。

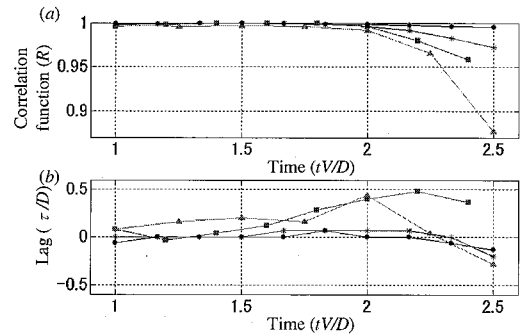


図-8 モデル及び数値計算結果から求めたジェット体積率の相関関数 $R(a)$ と分布の中央値 μ_s ラグ $\tau(b)$ の時間変化。(●) RUN 1 : $We=1370$, $\Delta x=6.7\text{mm}$, (*) RUN 2 : $We=4000$, $\Delta x=6.7\text{mm}$, (■) RUN 5 : $We=1370$, $\Delta x=4.0\text{mm}$, (▲) RUN 6 : $We=1370$, $\Delta x=2.0\text{mm}$ 。

5. 結 論

本研究では、ジェットの着水に伴い発生する二次ジェットの分裂分散過程と飛沫サイズスペクトルの時間変化について特徴化すると共に、ジェットの分裂分散モデルの構築を行った。角柱ジェット着水時のせん断力不安定に起因する交互交代渦は、水面一渦相互作用によりジェット先端におけるフィンガーの形成を誘発すると同時に、自身のスケールも変化させる。このとき、高 We 条件下では分裂初期から安定スケールのフィンガーを形成する一方、低 We 条件下では再分裂を繰り返すことにより徐々に小スケールの飛沫を生成することが明らかとなった。更に、連続式をベースにジェット体積率を予測する為の分裂分散モデルを構築した。本モデルによりフィンガーの形成に起因する初期のジェット分裂分散過程を再現可能であることを確認した。

参 考 文 献

- 渡部靖憲・猿渡亜由未(2006):ジェットの着水過程における局所自由水面及び渦のダイナミクス, 海岸工学論文集, 53, pp. 71-75.
- Brocchini, M. and D. H. Peregrine (2001): The dynamics of strong turbulence at free surfaces. Part 1. Description. J. Fluid Mech., 449, pp. 225-254.
- Narayanaswamy, M. and R. A. Dalrymple (2002): An experimental study of surface instabilities during wave breaking. Coastal Eng., pp. 344-355.
- Marmottant, P. and E. Villermaux (2003): On the spray formation. J. Fluid Mech., 498, pp. 73-111.
- Osher, S. and J. A. Sethian (1988): Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. J. Comp. Phys. 79, pp. 12-49.