

LES-Stochastic Two-Way Model と波動境界層内の混相乱流

LES-Stochastic Two-Way Model and its Application to Two-Phase
Flows in a Wave Boundary Layer

渡部靖憲¹・宮木康裕²・猿渡亜由未³・田中康文⁴・大塚淳一⁵・佐伯 浩⁶

Yasunori WATANABE, Yasuhiro MIYAKI, Ayumi SARUWATARI
Yasufumi TANAKA, Junichi OTSUKA and Hiroshi SAEKI

This paper presents a suspended-particle / liquid two-way coupling model integrated with conventional stochastic and subgrid stress models of a large eddy simulation. The model is applied to particle laden turbulent flows in a wave boundary layer developed over a flat sea bed for understanding dynamic effects of turbulence on the particle size, number density and the density. The turbulence intensification due to the presence of particles results in additional suspensions from the bed, featuring a recursive turbulence / suspension interaction process of the particle laden flow within the boundary layer.

1. はじめに

浅海域海底近傍では、生成された渦あるいは乱れに駆動された底質の巻き上げが顕著となり、浮遊砂を含む極めて複雑な乱流構造が発達する。特に発達した乱流せん断流中では、流体の乱れにより浮遊砂の運動が局所的に変化し、これが粒子自体が生成する乱れ強度に影響を与え、さらにこの影響が周りの流体運動あるいは乱流特性を変化させる再帰的流体-浮遊砂相互作用が、砂の浮遊、輸送、拡散過程を決定するための極めて重要なパラメータとなる。現在十分ではない漂砂予測精度を向上させるためには浮遊砂群の輸送の適切な見積もりが不可欠であるが、浮遊砂混在下の流れ及び浮遊砂自体の運動を実験的に計測することが困難であったため、この相互作用を経由した砂の浮遊、輸送過程は未解明である。

本研究は、Large Eddy Simulation (LES) と乱流下の固体粒子運動に対する Stochastic モデルを双方向に連成する、流体と粒子の乱れの発達・減衰をカップリングさせた混相乱流 Two-way モデルを開発し、浮遊砂混在下の底面波動境界層流れへ適用し、粒子径、粒子数密度及び比重をパラメータとしてこの流れを特徴化するものである。

2. 計算方法

(1) 粒子運動

Basset-Boussinesq-Oseen (BBO) 式をベースとすると、粒子位置 x_i^p における微小球形粒子の運動は次のように

記述できる。

$$\frac{dx_i^p}{dt} = v_i^p, \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{dv_i^p}{dt} = A_i, \dots\dots\dots (2)$$

ここで、粒子に作用する力は、

$$A_i = a(u_i(x^p) - v_i) + b \frac{du_i(x^p)}{dt} + c g_i \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{であり、} a = \frac{36\nu}{d^2 f} \frac{\rho_f}{2\rho_f + \rho_p}, b = \frac{3\rho_f}{2\rho_p + \rho_f}, c = \frac{2(\rho_p - \rho_f)}{2\rho_p + \rho_f},$$

ν は動粘性係数、 d は粒子径、 ρ_f は流体の密度、 ρ_p は粒子の密度、 g_i は重力加速度、 f は非線形抗力の効果を表す関数(粒子 Reynolds 数の関数)、 v_i^p は粒子の速度であり、 $u_i(x^p)$ は粒子位置における流速である。なお、この粒子位置における瞬時流速 $u_i(x^p)$ は、LES によって得られる GS 流速 $\bar{u}_i$ では決定できないため、乱れによる変動流速(SG 流速、 u_i')を与える必要がある。しかしながら、通常の LES では SG 乱れエネルギーは計算できるが、瞬時の u_i' を得ることはできないため、確率的にこれを推定する。任意の位置における瞬時流速は、

$$u_i = \bar{u}_i + u_i' \dots\dots\dots (4)$$

で与えられる。準定常状態におけるアンサンブル平均と空間平均の相似性を仮定し、 u_i' をランダム運動として分散 $2q_{sgs}$ の正規乱数を基に決定する古典的な Stochastic モデルによって瞬時の SGS 流速を与える。ここで、 $q_{sgs} = 1/2(\bar{u_i u_i} - \bar{u_i} \cdot \bar{u_i})$ は粒子位置における平均 SGS 乱れエネルギーであり、グリッド間を内挿して求められる。

(2) 流体運動

低粒子数密度の流れ場に対して運動方程式は、以下のよう書くことができる。

1 正 会 員 博(工) 北海道大学准教授大学院工学研究科
2 学生会員 北海道大学大学院工学研究科
3 学生会員 修(工) 北海道大学大学院工学研究科
4 学生会員 北海道大学大学院工学研究科
5 学生会員 修(工) 北海道大学大学院工学研究科
6 フェロー 工博 北海道大学総長

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{\rho_f} A_i^H \quad (5)$$

ここで、粒子による力 A_i^H は、粒子内で 1、流体内で 0 を示すヘビサイド関数 $H(x_f^i)$ を用いて次の様に表して良い。

$$A_i^H = H(x_f^i) A_i \quad (6)$$

式 (5) をトップハットフィルターでフィルタリングすると

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho_f} \bar{A}_i \quad (7)$$

ここで、粒子数 N を含むグリッド中の平均粒子作用力は

$$\bar{A}_i = \frac{1}{\Delta^3} \sum_{n=0}^N \frac{\pi}{6} d_n^3 A_i^n \quad (8)$$

であり、 τ_{ij} は SG 応力、 Δ はグリッド間隔である。

(3) SGS 乱れエネルギー

式 (5) に u_i を乗じてフィルタリングしたものと式 (7) に $\bar{u}_i$ を乗じたものの差をとると、粒子混在下の SGS 乱れエネルギー輸送方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_{sgs}}{\partial t} + \frac{\partial q_{sgs} \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j \bar{u}_j - \bar{u}_i u_j \bar{u}_j) &= \dots (9) \\ -u_i u_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \bar{u}_i \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho_f} \left(\frac{\partial \bar{u}_i \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{u}_j \bar{p}}{\partial x_i} \right) \\ + \nu \frac{\partial^2 q_{sgs}}{\partial x_j \partial x_j} - \nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) &+ \frac{\partial \bar{u}_i \tau_{ij}}{\partial x_j} \\ - \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho_f} (\bar{u}_i A_i^H - \bar{u}_i \bar{A}_i) & \end{aligned}$$

Yoshizawa・Horiuti (1985) と同様にモデル化を行うと、式 (9) は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_{sgs}}{\partial t} + \frac{\partial q_{sgs} \bar{u}_j}{\partial x_j} &= -\tau_{ij} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \varepsilon \quad (10) \\ + c_{kk} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Delta \sqrt{q_{sgs}} \frac{\partial q_{sgs}}{\partial x_j} \right) &+ \nu \frac{\partial^2 q_{sgs}}{\partial x_j \partial x_j} - \bar{u}_i \bar{A}_i, \end{aligned}$$

ここで、 $\varepsilon = c_\varepsilon q_{sgs}^{3/2} / \Delta$ 、 c_{kk} 及び c_ε は定数である。

粒子による乱れエネルギーの作用項は次のようにモデル化する。

$$\bar{u}_i \bar{A}_i \equiv \alpha (\bar{u}_i \bar{u}_i' (x_f^i) - \bar{u}_i \bar{u}_i') \quad (11)$$

ここで、 α はグリッド内の粒子体積率である。

$$(\bar{u}_i \bar{u}_i' (x_f^i)) \equiv 2q_{sgs} \quad (12)$$

また、Hinze (1959) によると、

$$(\bar{u}_i \bar{u}_i') \equiv 2q_{sgs} \frac{\bar{\sigma} T_L + \bar{b}}{\bar{\sigma} T_L + 1} \quad (13)$$

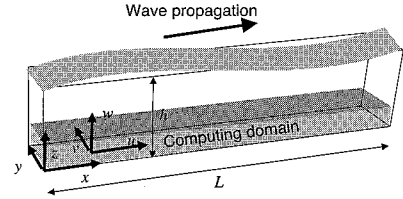


図-1 計算領域と座標系

表-1 計算条件

	波高 (cm)	波長 (cm)	水深 (cm)	比重	粒子径 (mm)	粒子数 (個)
run1	2.5-10.0	160	20	1.0	0.1	1000
run2	5.0	160	20	2.6	0.1	1000
run3	5.0	160	20	2.6	0.1	10000
run4	5.0	160	20	2.6	0.1	100000
run5	5.0	160	20	2.6	1.0	1000
run6	5.0	160	20	2.6	0.01	1000
run7	5.0	160	20	0.0	0.1	1000

ここで、 T_L は、ラグランジアン相関タイムスケールであり、Pope (2000) によると、

$$T_L = \frac{4q_{sgs}}{3c_0 \varepsilon} \quad (14)$$

c_0 は、定数である。

(4) 計算スキームと条件

粒子運動の基本式 (1), (2), 粒子作用項を含む液相の運動方程式と SG 乱れエネルギー輸送方程式 (5), (10) を Runge-Kutta 法, CIP 法, 予測子修正子を組み合わせで解く。圧力に関するポアソン方程式は、レベル 2 マルチグリッド法を適用した。液相の流体計算は Watanabe ら (2005) と同様に行った。波長 (L)、波高 (H) の微小振幅波が一定水深 (h) の海域を通過する時の底面波動境界層近傍についてのみ計算を行った。即ち、本計算領域は長さ L 、高さ $0.2h$ 、幅 $0.1h$ の底面に隣接する 3 次元領域であり、計算領域上面において境界層流れの影響がなくなると仮定し、微小振幅波理論による流速及び圧力を境界条件として与えている (図-1 参照)。側方境界条件として、周期境界条件を与え、底面では nonslip 条件を与えた。計算の解像度は底面近傍で 0.8 mm/grid であり、nonslip 条件下で粗いグリッドで発生する過剰乱流拡散は確認されず、境界層を十分解像していた。計算は、実験室スケールの波浪を対象として波高のみを変化させ、表-1 に示す比重、粒子数、粒子径の異なる混相流中の粒子-乱れ相互作用の差異を検討した。

3. 結 果

(1) 微小振幅波理論による流れ場の検証

図-2 は、粒子比重を 1.0 としたケース (run1)、即ち混入粒子を中立粒子としたケースにおいて、1 周期間の

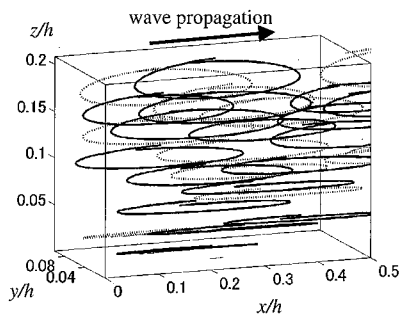


図-2 run1(中立粒子モデル)の粒子軌道

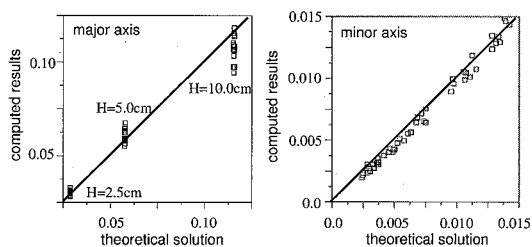


図-3 run1(中立粒子モデル)の粒子軌道の長軸(左)と短軸(右)と微小振幅波理論との比較

粒子軌道の一例を表しており、微小振幅波下の典型的な楕円軌道を再現していることがわかる。微小振幅波理論に基づく、それぞれの粒子の平均深さに対する楕円軌道の長軸と短軸の長さを計算結果と比較する(図-3参照)。なお、底面極近傍の境界層の影響が強い領域は、ポテンシャル理論では扱えないため、比較対象外としている。長軸の比較において波高の増大に伴い計算結果の散乱が増加するが、平均的には理論値を再現する。なお、この散乱は粒子の存在により誘発された乱れによるものである。長軸及び短軸長の理論解との相関は、それぞれ0.87及び0.99であった。

(2) 浮遊砂存在下の瞬時流れ場

図-4は、計算開始からT/256までの期間について、ランダムに配置された固体粒子が移流されながら沈降する過程の粒子軌道をプロットしたものである。粒子径が大きいと体積力(重力)が面積力(抗力)を上回り沈降運動が支配的となる一方、小径の粒子は逆に抗力による移流過程が支配する。即ち、粒子径の違いにより粒子運動を相対的に支配する力が変わると同時に、粒子の流体運動及び乱れ生成へ与える影響も変化する。図-5は、run2における、計算開始時にランダムに配置した粒子が活発に移流し始める位相(T/128後、T:周期)と全粒子沈降後(T/8後)のSG乱れエネルギー(q_{sgs})の等値面を表している。粒子投入直後、粒子近傍でのみ誘発された乱れエネルギーは、沈降過程を経て、生成され続けると同時に広領域に渡って高乱れエネルギー領域を

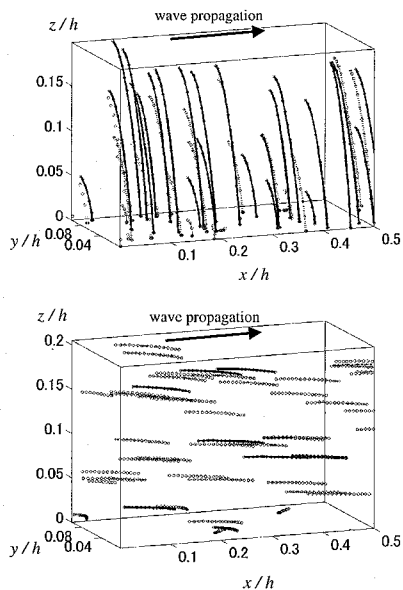
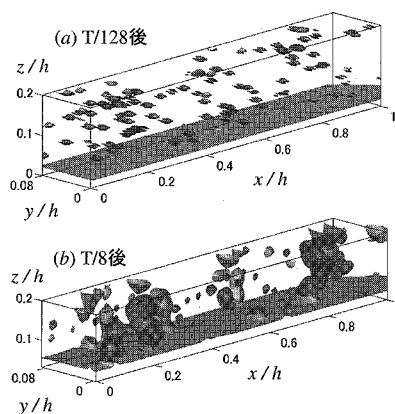
図-4 固体浮遊粒子軌道。上:run2 ($d=0.1\text{mm}$), 下:run6 ($d=0.01\text{mm}$)。

図-5 SG乱れエネルギーの等値面(run2)

形成する。

(3) 浮遊砂が流体へ与える影響

粒子混入時の流速(u^+)、乱れエネルギー(q_{sgs}^+)と予め計算した粒子のない波動境界層流れの流速(u^0)、乱れエネルギー(q_{sgs}^0)との同一位相における差

$$\Delta u = u^+ - u^0, \quad \Delta q_{sgs} = q_{sgs}^+ - q_{sgs}^0 \quad (15)$$

を偏差流速、偏差乱れエネルギーとして定義すると、粒子の存在が流体運動へ与えた寄与を定量的に見積もることができる。

図-6は、run2における一波長あたりの計算領域中央縦断面上の偏差乱れ及び流速の分布の時間変化を表したものである。 Δq_{sgs} は、前述の様に、粒子投入直後から

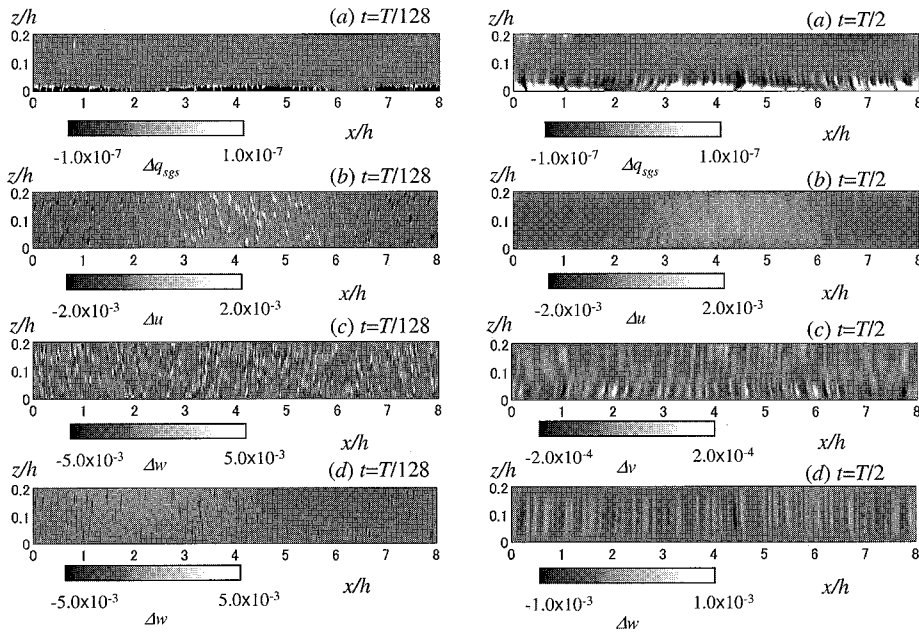


図-6 run2における (a) Δq_{sgs} , (b) Δu , (c) Δv , (d) Δw の縦断面分布 (左: 粒子投入後 $T/128$; 波峰位置 $x=0.0625$; 波谷位置 $x=4.025$, 右: $T/2$; 波峰位置 $x=4.0$; 波谷位置 $x=0.0$ 及び 8.0)

完全に沈降するまで粒子によって生成され続ける。沈降してから十分時間が経過した後 ($T/2$ 後), 乱流拡散により境界層外の Δq_{sgs} は減衰するが, 底面近傍では新たな乱れの供給がないにも関わらず境界層内の強いせん断力により乱れがさらに強化され, 乱流境界層として厚く発達する。この結果は, 実海域において, 浮遊砂が誘発した新たな乱れが底面近傍の境界層内乱れを強化しその攪乱により新たに底面砂を浮遊を促進させる再帰的相互作用が存在することを示唆している。一方, それぞれの偏差流速成分は, 初期的に粒子近傍のみにおいて局所的に粒子による抗力に誘発された変動を伴うが, 乱流拡散により徐々に減少する。粒子数が増加すると, Δq_{sgs} , Δu は近傍の粒子間で相互に影響を受け, 相対的に均質化されながら広領域に渡って増加し, 平均的には, 流速の絶対値を減少させ (波峰下で波向き方向の水平流速を減速, 波谷で波向き方向に加速), また沈降過程において下向き鉛直流速を発達させる。

図-7 は, 粒子投入から一周期後における計算領域中央断面上の偏差乱れ及び流速の鉛直平均の波向き方向分布について粒子径の依存性を調べたものである。粒径が大きくなると, Δu を除いた Δv , Δw , Δq_{sgs} は局所的な変動が増大するが, 波長スケールの平均量には大きな影響を与えない。一方, 粒子数密度が増加すると, 粒子間の流れ・乱れ相互作用が顕著に働き, 偏差乱れ・流速が発達するだけでなく波長スケールの大スケール変動を伴う 2 次流の発生が明確に現れる (図-8)。粒子の体積率

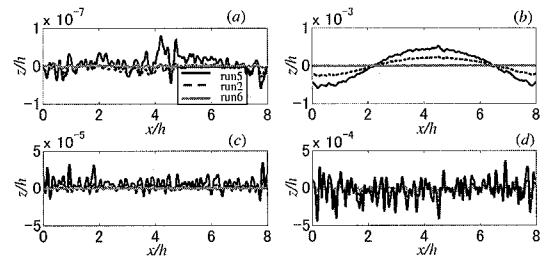


図-7 粒子投入から一周期後における (a) Δq_{sgs} , (b) Δu , (c) Δv , (d) Δw の鉛直積分量の空間分布

は粒子径が最も大きい run5 (図-7 の $d=1.0$ mm) が最も大きい (体積率 $\alpha=410 \text{ mm}^3/\text{l}$) にも関わらず, 偏差乱れ・流速は, 数密度が最も大きい run4 (図-8, $\alpha=41 \text{ mm}^3/\text{l}$) よりも 1 オーダー小さく, 粒子の影響は単に体積率では評価できない。また, 多粒子混在下におけるこれら粒子の存在による流況の変化は, 粒子周りの流れの非線形相互作用が重要となり, 粒子 1 個あたりの影響の線形和では評価し得ない。

図-9 は, $\Delta q_{sgs}^{1/2}$ 及び Δu の最大値の粒子断面面積及び数密度の依存性を調べたものである。粒子径が十分小さいケース (run6) 及び数密度が小さいケース (run2), 即ち粒子体積率が小さいケースについては, Δu , Δv が非常に小さく, 前述の非線形相互作用により体積率の増加と共に急速に増加する。一方, $\Delta q_{sgs}^{1/2}$ 及び Δw は, 全てのケースで粒子断面面積及び数密度に対して指数関数的な依存性をもつ。本計算条件の範囲において, これらは粒

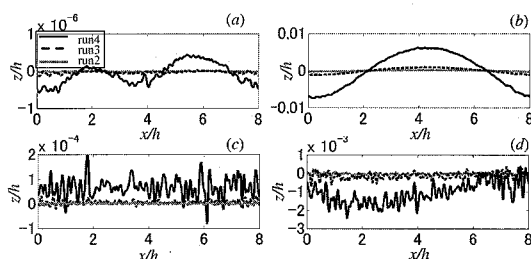


図-8 粒子投入から一周後における (a) Δq_{sgs} , (b) Δu , (c) Δv , (d) Δw の鉛直積分量の空間分布

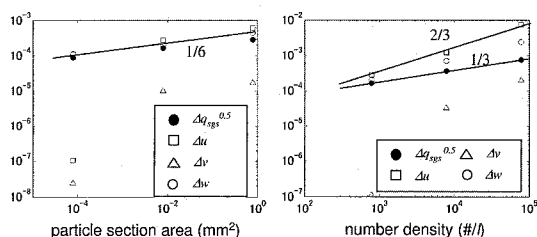


図-9 $\Delta q_{sgs}^{1/2}$ 及び Δu の最大値の粒子断面面積 (左) と数密度 (右) 依存性

子断面面積の約 1/6 乗で増加し、数密度の 1/3 ~ 2/3 乗で増加する。

(4) 気泡の挙動と流れへの影響

本粒子モデルの比重を 0 とすることで、変形しない球形気泡混在下のせん断流れを模擬することができる (run7, 図-10 参照)。粒子径、数密度が同一で砂の比重をもつ run2 (図-6 参照) と比較すると、 Δq_{sgs} は 3 オーダー、 Δu はそれぞれ 1 オーダー大きく、波動境界層内では、混入気泡は固体粒子と比べて乱流場に与える影響は極めて大きい。この影響は、粒子運動の非定常項 (式 (3) の b) が他の項と比べて支配的となることに起因し、波峰下では偏差水平流速は波向き方向に流体を加速させ、波谷部では減速させ、固体粒子混在下とは逆に波向き方向流速へ寄与する。

4. 結 論

粒子径の増加に伴い、粒子の水平輸送量及び粒子の変動速度が減少する一方、逆に誘発する乱れエネルギーを増加させ局所的な流速変動を発生させる。また、粒子数密度が増加すると、乱れ相互干渉により乱れが強化されると同時に広領域に分布し、波長のスケールで変動する新たな 2 次流が誘発されることが明らかになった。さらに粒子数密度の増加に伴い、完全に 2 次元的であった流速場は 3 次元化し、その 3 次元流れの空間スケールが大規模化する。なお、波峰方向の 2 次流の変動は計算領域の幅にも拘束され影響を受ける。

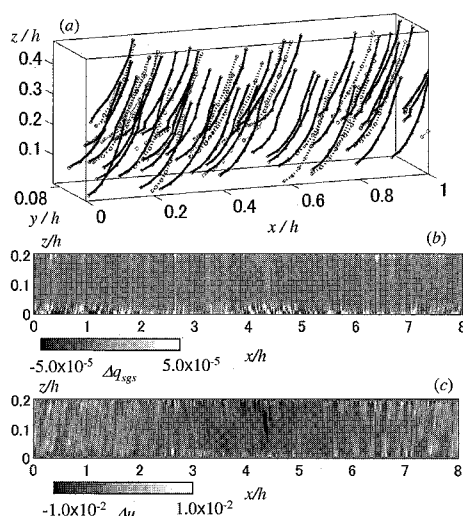


図-10 run7 における (a) 気泡粒子軌道, (b) Δq_{sgs} , (c) Δu , (d) Δv , (e) Δw の縦断面分布 (左: 気泡投入後 T/128)

浮遊粒子が誘発した乱れ及び流速変動は最終的に底面極近傍の乱れを著しく強化する。即ち、浮遊砂が存在することによって底面せん断面上で乱れが強化され、さらなる攪乱により砂の浮遊が促進される再帰的相互作用が存在することが明らかになった。

粒子径の増加に応じて、平均乱れエネルギーと鉛直流速は単調増加するが、平均波向き及び波峰方向流速変動は粒径 0.1 mm 近傍を境にその増加率が大きく変化する。誘発された最大乱れエネルギーは、粒子断面面積の約 1/6 乗で増加し、また粒子数密度の増加に伴い、平均乱れエネルギー及び 3 次元流速変動は単調に増加し、それらの最大値は数密度の 1/3 ~ 2/3 乗で記述できる。

粒子比重を 0 と与えると変形を無視した気泡運動のモデルとなり、気液混相流計算へと応用できる。この場合、同一径の固体粒子が誘発する乱れエネルギーより 3 オーダー大きい乱れを発生させ、気泡により変動する流速も固体粒子の 1 オーダーの増加に至るまで発達させる。

参 考 文 献

- Hinze J. O. (1959) : Turbulence, McGraw-hill, 790 p.
- Pope S. B. (2000) : Turbulent flows, Cambridge University Press, 771 p.
- Watanabe, Y., H. Saeki and R. J. Hosking (2005) : Three-dimensional vortex structures under breaking waves, J. Fluid, Mech., Vol. 545, pp. 291-328.
- Yoshizawa A. and K. Horiuti (1985) : A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows, J. Phys. Soc. Japan, Vol. 54, pp. 2834-2839.