

Particle CIP 法による碎波解析

Breaking Simulation using Particle CIP Method

陸田秀実¹・伊澤 亮²・土井康明³

Hidemi MUTSUDA, Ryo IZAWA and Yasuaki DOI

We developed a new fluid solver that combines the advantages of both a Lagrangian scheme and an Eulerian scheme. The massless Lagrangian marker particles are put into the Eulerian grid and advected according to the velocity field to capture accurately the interface. The applicability of the present method is demonstrated for dam breaking, wave breaking in shallow water, impact pressure acting on a vertical wall and the interaction between some blocks and wave breaking. The efficiency and the accuracy are also investigated. The numerical results show good agreement with numerical and experimental results performed by other researchers.

1. はじめに

碎波後の波動場では, 連行された気泡が振動・分裂・合体・滞留・離脱, 水面での気泡破裂を繰り返し, かつ, 組織的な渦運動(水平渦や斜降渦)や乱流運動が卓越している。このことは, 碎波後の気液混相場を, 単に液相(単相)のみで取り扱うのではなく, 気液両相の相互作用系として直接的に取り扱うことが重要であることを示唆している。また, 暴波浪の衝突に伴う海岸・海洋構造物に作用する衝撃碎波圧の発生機構・発生条件については, 波面と構造物の間に封入された空気塊が重要な役割を果たしている。つまり, 封入された空気塊の規模と圧縮・膨張, 振動・離脱・伝播過程によって, その波圧形態が大きく異なる。このことは, 衝撃碎波圧の問題を, 単に水塊の壁面衝突と捉えるのではなく, 碎波を伴う気液混相流体(気液相)と固定または運動する構造物(固相)との力学的相互作用系として取り扱うことが重要であり, これらを可能とする数値計算スキームの必要性を強く示唆している。

このような背景から, 著者らは Lagrange 型手法および Euler 型手法の両概念を融合した新しいタイプの数値計算手法として, Particle CIP 法(陸田ら, 2006a)を提案し, ベンチマーク問題によって, その基本特性の検証を行ってきた。その結果, 同手法は, 複雑な移動境界面を高精度に捕獲することが可能であり, 強い伸縮・せん断変形を伴う流体場において質量保存性が高いことを確認した。

本論文では, 同手法に Lagrangian 粒子の再配置アル

ゴリズムを新たに導入し, 上述の Particle CIP 法の特徴を生かしつつ, 計算効率と保存性をさらに向上させたモデルを提案する。次いで, 典型的なベンチマーク問題および衝撃碎波圧問題による精度検証を行い, 最後に複数構造物と碎波による相互作用問題への適用性について検討する。

2. Particle CIP 法

本章では, 著者らが提案した Particle CIP 法(陸田ら, 2006a)について概説するとともに, 移動境界面の修正方法および粒子再配置アルゴリズムについて詳述する。

(1) 支配方程式とその解法

支配方程式は, 以下に示す質量保存式, 非圧縮性 Navier-Stokes 方程式, I 相の密度関数 ϕ_I ($0 \leq \phi_I \leq 1$) の移流方程式である。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + F_e \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \phi_I}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi_I}{\partial x_j} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ここで, I 相とは, 気相 ($I=1$), 液相 ($I=2$), 固相 ($I=3$) を意味し, F_e は表面張力を含む外力を示す。 ϕ_I は $0 \leq \phi_I \leq 1$ および以下の条件を満足するものとする。

$$\phi_I = \begin{cases} 1 & \text{occupied} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \dots\dots\dots (4)$$

支配方程式の解法には time splitting 法を採用する。まず始めに, M 型 CIP 法(矢部ら, 2003)による移流相の計算の後, 以下のポアソン方程式から $n+1$ 時刻目の圧力を計算し, 最後に非移流相の計算を行う。

$$\nabla \left(\frac{\nabla P^{n+1}}{\rho^*} \right) = \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}^*}{\Delta t} \dots\dots\dots (5)$$

ここで, $*$ は移流後の物理量を示す。次いで, 得られた

1 正会員 博(工) 広島大学准教授大学院工学研究科社会環境システム専攻
2 修(工) 千代田化工建設(株)
3 正会員 工博 広島大学教授大学院工学研究科社会環境システム専攻

流速場を基に、密度関数の移流計算を行う。なお、流体の物性である密度および粘性係数は、密度関数 ϕ_I を用いて下式によって求める。

$$\rho = \sum_{I=1}^3 \rho_I \phi_I \dots\dots\dots (6)$$

$$\mu = \sum_{I=1}^3 \mu_I \phi_I \dots\dots\dots (7)$$

(2) 格子系と Lagrangian Marker Particles

Particle CIP 法は、CIP 法を用いた密度関数 ϕ_I の移流計算に加えて、密度関数 ϕ_b を保持した Lagrangian 粒子の移動追跡を行うことによって、移動境界面の追跡精度を向上させる点に大きな特徴を有している。これらの粒子は、半径 r_p の一様粒子で、密度関数 ϕ_I の勾配が急激に変化するところのみ、適宜、配置がなされる。粒子数は、2次元計算の場合、1格子当たり4個(3次元の場合は8個)が配置される。格子系は、スタッガード格子に基づいて各物理量を定義する。すなわち、セル境界に速度、セル中心に圧力、密度および粘性係数を定義する。また、密度関数 ϕ_I は格子の角点に定義するとともに、粒子の存在する位置には、密度関数 ϕ_b を定義する。

(3) 粒子位置および粒子速度の求め方

Lagrangian 粒子は、下式によって粒子位置を求める。

$$\frac{d\vec{x}_p}{dt} = \vec{u}(\vec{x}_p) \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $\vec{x}_p$ は粒子位置を示し、 $\vec{u}(\vec{x}_p)$ はその粒子位置での粒子速度を表す。なお、本式の解法には、4次精度 Runge-Kutta 法を用いる。粒子速度 $\vec{u}(\vec{x}_p)$ は、各粒子が存在する格子のセル境界に定義された速度を用いて最小二乗法によって求める。非定常流体場を計算する場合、毎時刻、粒子速度を求めることとなるが、粒子と格子の位置関係を保持すれば、大幅な計算時間の増大はない。

(4) 格子の密度関数 ϕ_I の修正

本モデルでは、SPH 法 (Gingold ら, 1977) の考え方にに基づき、各粒子に保持された密度関数 ϕ_b を用いて、格子の密度関数 ϕ_I の移流誤差を修正する。すなわち、修正後の密度関数 ϕ'_I は、影響半径 h の円内 (3次元の場合は球内) に含まれる粒子の密度関数 ϕ_b を用いて、下式により求める。

$$\phi'_I = \max \left(\phi_I, \sum_{j=1}^N \phi_b \frac{m_b}{\rho_b} W_b(|x_g - x_p|, h) \right) \dots\dots (9)$$

ここで、 m_b/ρ_b は粒子体積 V_p で粒子半径 r_p を用いて求められる。 W_b は Kernel 関数であり3次スプライン関数を用いる。また、 x_g および x_p は、格子および粒子の位置ベクトルを表す。なお、本論文では、影響範囲 h は、格子サイズの1~2倍程度とし、この修正プロセスは100ステップ間隔で行うこととした。

(5) 粒子の再配置アルゴリズム

ここでは、移動境界面からの距離を認識するための指標として、距離関数 $\Psi(x, y, z)$ ($-\infty < \Psi < +\infty$, 境界面においてゼロ) を定義し、これを用いた粒子の再配置アルゴリズムについて説明する。移動境界面は、格子に定義された密度関数 ϕ_I の空間勾配が大きくなる地点である。したがって、以下の式 (ここでは x 方向のみ表記) によって、界面が存在する場所を簡易推定することが出来る。なお、 y, z 方向も同様である。

$$\left\{ 1 + \alpha \left(\frac{\partial \phi_I}{\partial x} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \geq \frac{f_{crit}}{\min(dx, dy, dz)} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 f_{crit} は格子に依存したパラメータであり、0.1と設定することとした。上式を満たしたノード点については、距離関数 $\Psi=0$ と設定し境界面と判断する。この界面の距離関数値 $\Psi=0$ を基準として、計算空間全体の距離関数 $\Psi(x, y, z)$ を構築する。次いで、界面からあるバンド幅 α 以内 (ここで、 α は格子サイズの2倍程度) で、かつ、密度関数 ϕ_I が0.5以上 (例えば、液相領域) となる領域の格子に対して、粒子を配置する。その際、2次元問題の場合、1格子あたり4個程度、3次元問題の場合、8個程度の粒子を配置する。このままでは、粒子配置が格子に沿った矩形状であり、本来の界面位置とは若干異なる。そこで、粒子位置を本来の境界面に出来る限り引き寄せる再配置のプロセスを行う。ここでは、以下の式 (Enright ら, 2002) を用い、新しい粒子位置 $\vec{x}_{p,new}$ を求める。

$$\vec{x}_{p,new} = \vec{x}_{p,old} + \lambda (\Psi_{goal} - \Psi(\vec{x}_p)) \vec{N}(\vec{x}_p) \dots\dots (11)$$

ここで、 λ は1に設定した。また、 $\Psi(\vec{x}_p)$ は粒子位置 $\vec{x}_p$ における距離関数であり、ノード上の距離関数 $\Psi(x, y, z)$ から補間して求める。 $\vec{N}(\vec{x}_p)$ については、以下の式で求めることが出来る。

$$\vec{N} = \frac{\nabla \Psi}{|\nabla \Psi|} \dots\dots\dots (12)$$

また、 Ψ_{goal} は以下の通り決定される。

$$\Psi_{goal} = \begin{cases} b_{\max} & (|\Psi(\vec{x}_p)| > b_{\max}, \Psi(\vec{x}_p) > 0) \\ -b_{\max} & (|\Psi(\vec{x}_p)| > b_{\max}, \Psi(\vec{x}_p) < 0) \\ b_{\min} & (|\Psi(\vec{x}_p)| < b_{\min}, \Psi(\vec{x}_p) > 0) \\ -b_{\min} & (|\Psi(\vec{x}_p)| < b_{\min}, \Psi(\vec{x}_p) < 0) \end{cases} \dots\dots (13)$$

ここで、 $b_{\max}$ および $b_{\min}$ は以下のように決定する。

$$\begin{cases} b_{\max} = \alpha \max(dx, dy, dz) \\ b_{\min} = \beta \max(dx, dy, dz) \end{cases} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 α は2倍程度、 β は0.1~0.75程度に設定することとした。さらに、砕波後のスプレイ、しぶきによる急激かつ複雑な移動境界面を追跡するために、以下の

条件を満足する格子に対して、1 格子当たり、1 個の粒子を配置する。

$$\alpha < \Psi(x, y, z) < \gamma \dots \dots \dots (15)$$

ここで、 γ は対象とする現象によって変化させるパラメータであり、格子サイズの 4～6 倍程度の値を取り得るものである。最後に、 $\Psi(\vec{x}_p) < 0$ となる粒子を排除することで、粒子の再配置アルゴリズムは終了する。なお、碎波後の波形に対して行われた Lagrangian 粒子の配置を図-1 に示す。この粒子の再配置プロセスは、毎時刻行う必要はなく、本論文では 100 ステップ毎に行うこととした。

3. 数値計算結果

(1) ダムブレイク問題による検証

本節では、Greco (2001) による境界要素法の結果および Zhou ら (1999) による実験結果を用いて、本数値計算手法の妥当性を検証する。横幅 3.22 m、高さ 1.2 m の水槽内に、横幅 $H=1.2$ m、高さ $h=0.6$ m のダム水塊を設置する。計算格子は、格子サイズ 15 mm、 214×80 メッシュの等間隔構造格子とし、壁境界は全て slip 条件とした。流体の物性は実流体場と同様であり、密度比 800、粘性比 55 倍とした。なお、ダム水塊に配置された Lagrangian 粒子は 1,509 個とし、初期粒子間隔は 7.5 mm とした。時間刻みは 10^{-4} s とし、5 s 間のダム崩壊計算を行った。

図-2 は、ダム先端位置の時間的変化について、Zhou らの実験データと定量的に比較したものである。なお、縦軸、横軸はダム幅 H で無次元化している。本数値計算手法による結果は、実験結果とよく合致しており、ダムが右側壁に衝突するまで精度良く計算されていることを示している。

図-3 は、測点 $X_A/h=3.721$ における自由水面変動の時間的変化について比較したものである。図より、ダム水塊が右側壁に衝突直後、跳ね返ったジェット水塊がタッチダウンする直前 ($t=1.534$ s 付近) までは、全てのデータはよく一致していることが分かる。一方、比較対象となる測点 X_A 付近は、タッチダウン後の水塊がスプラッシュアップする場所であることから、気液を含んだ複雑な流体場となる。したがって、タッチダウン後においては本数値計算結果と実験結果が完全に一致することはないが、概ね水面変動を再現できていると言えよう。

図-4 は、右側壁における測点 $Z_C/h=0.27$ および $Z_D/h=0.19$ の位置における圧力の時間的変化を比較したものである。ダム先端が衝突した際に発生する衝撃圧について、全てのデータはよく一致しており、本数値計算手法が妥当な解を得ていることを示すものである。特に、

水塊が側壁に衝突している間 ($t=0.5 \sim 2.0$ s) のピーク圧ならびに振動型衝撃圧、その後の減衰圧など、その傾向をよく再現できていることが分かる。

(2) 碎波による衝撃圧の検証

本節では、海岸・海洋工学分野の典型問題である直立壁に作用する衝撃碎波圧について本手法の適用性を検証する。同一条件下の実験結果 (Azarmsa, 1996) と比較するために、リーフ上の直立壁の位置 δ_x は、碎波点を基準に、碎波前、碎波点付近、碎波後の合計 3ヶ所とし、入射した孤立波の波高水深比は $H_1/h_1=0.473$ であ

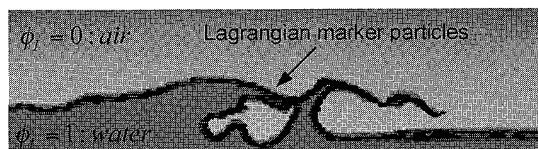


図-1 碎波後の波形に対して配置された Lagrangian 粒子の例 (グレー域：密度関数 $\phi_f=1$ の液相領域を表す)

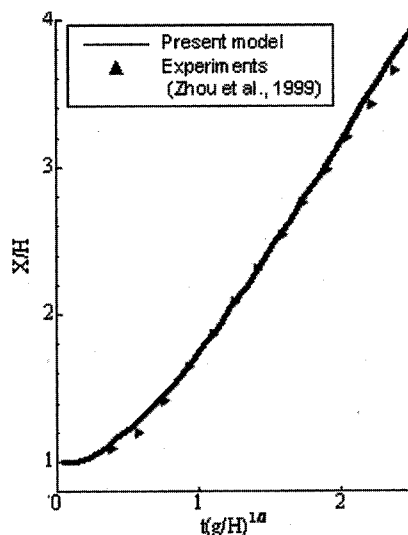


図-2 ダム先端位置の時間的変化の比較

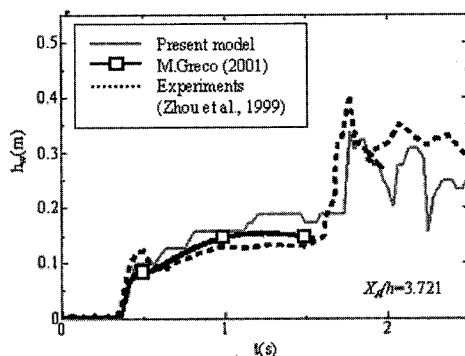


図-3 ダム崩壊による水面変動の時間的変化の比較

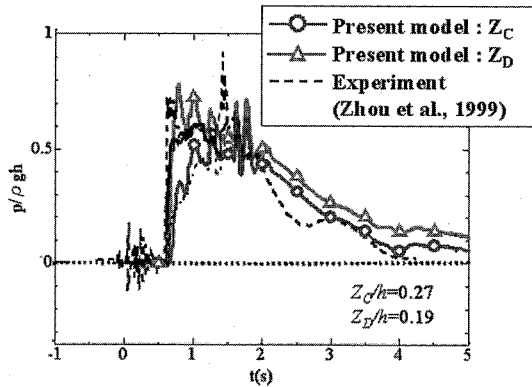


図-4 右側側壁下端における衝撃圧の時間的変化の比較

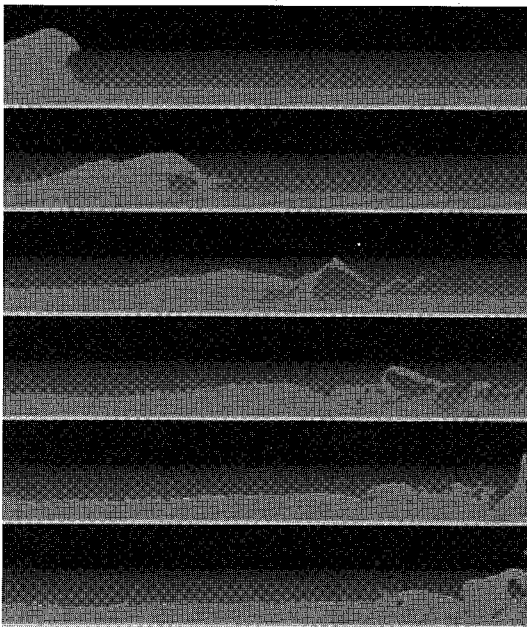


図-5 リーフ上の砕波過程 (直立壁なし)

る。なお、格子サイズは $dx=2.68 \text{ mm}$, $dy=3.89 \text{ mm}$ とし、時間刻みは 10^{-4} s とした。初期に自由表面付近に配置される Lagrangian 粒子は 4,662 ~ 4,816 個とした。

図-5 は、直立壁がない場合のリーフ上の砕波計算を行ったものである。大規模ジェットの入力後、スプレイやしぶきの生成とともに、気泡を巻き込んだ流体塊が右側境界の側壁に衝突していく様子が再現されている。

図-6 は、各測点における最大衝撃圧 $P_{\max}$ の鉛直分布について実験結果と比較したものであり、それぞれ砕波前 ($\delta x/h_1 = -0.53$)、砕波直後 ($\delta x/h_1 = 0.47$) および砕波後 ($\delta x/h_1 = 1.13$) に直立壁が設置された場合のものである。なお、同図には CIP 法による結果 (陸田ら, 2006b) も併せて示す。図より、最大衝撃圧の鉛直分布はいずれの測点においても概ね良好な結果を得ており、

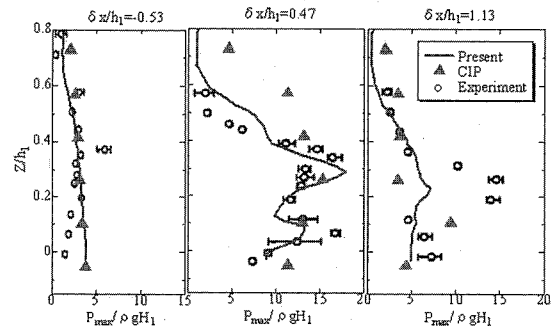


図-6 砕波前、砕波直後および砕波後における最大衝撃圧の鉛直分布の比較

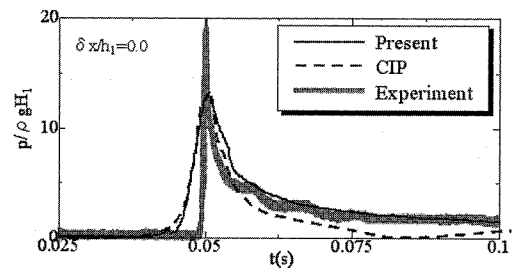


図-7 Wagner 型衝撃圧の時間的変化の比較 (砕波点)

従来法よりも精度が良いことが分かる。特に、ダブルピークを持つ衝撃圧の鉛直分布 (砕波直後 $\delta x/h_1 = 0.47$) について、従来法では捉える事が出来なかったが、本手法はこの圧力を再現できている。しかしながら、空気巻き込みが顕著となるケース (砕波後 $\delta x/h_1 = 1.13$) では、ジェット水塊が壁面衝突する鉛直位置において、その最大値に大きな相違が確認されるため、今後、詳細な検証が必要である。

図-7 は、砕波点 ($\delta x/h_1 = 0.0$) における圧力の時系列変化について比較したものである。本手法は、従来法と同様に、Wagner 型 (単発型) の特徴を捉えていることが分かる。特に、最大衝撃圧作用後の波圧減衰過程において、従来法よりも実験値に近くっており、力積などの精度は向上したと言える。

図-8 は砕波後のケースにおける液相体積率の時系列変化を示している。縦軸は、初期の液相体積で無次元化している。この図より、液相の体積誤差は $\pm 0.1\%$ 以内に留まっており、本手法の体積保存性の良さが分かる。なお、従来法の場合、数値誤差が蓄積し、最終的には 3% 程度の体積誤差が生じてしまう。

(3) 複数構造物と砕波の相互作用問題への適用例

砕波による衝撃砕波圧と漂流物による衝突力の評価、さらに、これに伴う構造物の運動を正確に把握することは極めて重要である。ここでは、複数粒子によって構成された構造物 (ここでは、それぞれ 225 個の粒子で構

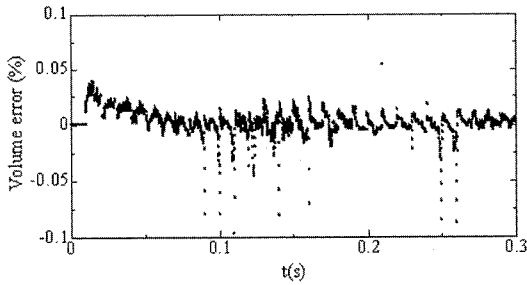


図-8 液相の体積率誤差の時間的変化

成)を追跡することにより、構造物の運動を表現する。なお、個々の粒子の追跡方法および固相の密度関数 ϕ_3 の修正方法は、前章に示した方法をそのまま使用し、複数物体の運動表記方法は、陸田ら (2006b) を参照されたい。

図-9 は、9 個の同一矩形物体と巻き込み碎波の相互作用問題に適用したものである。なお、初期に自由表面付近に配置される Lagrangian 粒子は 15,531 個とした。ここでは、構造物の比重は 0.25 と設定した。本ケースは、自由表面を追跡・修正するための Lagrangian 粒子の他に、構造物を表現するための粒子を別途配置している。このため、このようなスプレィやしぶきを伴う複雑な相互作用問題においても、移動境界面の追跡に伴う数値誤差が累積することはない。

4. 結 論

本論文では、著者らが提案した Particle CIP 法の特徴を生かしつつ、Lagrangian 粒子の再配置アルゴリズムを新たに導入し、計算効率と保存性をさらに向上させた碎波計算スキームを提案した。その結果、従来法に比べて体積誤差が 1 桁程度向上するとともに、それが蓄積することはないことが明らかとなった。また、碎波後の衝撃圧の最大値およびその鉛直分布において、従来法よりも実験結果により近い数値解が得られることが分かった。

なお、界面の両サイドに粒子を分布させる Particle Level Set 法 (Enright ら, 2002) と比較して、本手法は界面の片側サイドにのみ約半分の粒子を配置すれば良いことに加え、粒子の除去・再配置プロセス時の粒子探索による計算負荷が少ないという利点を有している。但し、本手法では、粒子の影響範囲、再配置アルゴリズムの時間間隔、粒子分布幅等のパラメータ設定において、

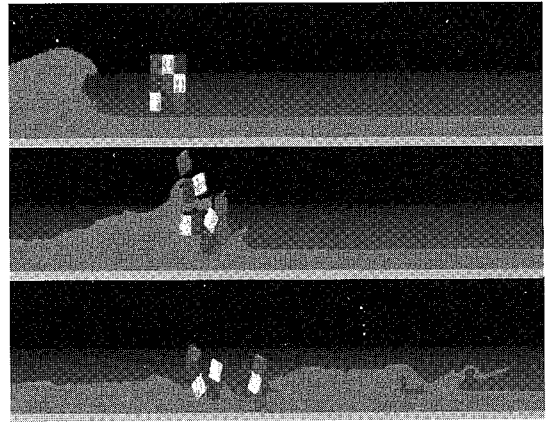


図-9 複数ブロックと碎波の相互作用問題への適用

対象とする現象に合わせて変化させる必要があるため、今後の課題となる。

謝辞: 本研究は、Stanford 大学 Computer Science 学部滞在中に行われたものである。ここに記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 陸田秀実・伊澤 亮・土井康明(2006a): Particle CIP 法による高精度な移動境界面の捕獲, 土木学会論文集, B 編, Vol. 62, No. 4, pp. 376-387.
- 陸田秀実・土井康明(2006b): 碎波による衝撃圧の直接推定と構造物の動的解析, 土木学会論文集, B 編, Vol. 62, No. 3, pp. 224-237.
- 矢部 孝, 内海隆行, 尾形陽一 (2003): CIP 法, 森北出版, 222p.
- Azarmsa S. Ali.(1996): Impact pressure and decay properties of breaking waves, Dr thesis, Gifu University, 96p.
- Enright, D., R. Fedkiw, J. Ferziger and I. Mitchell (2002): A hybrid particle level set method for improved interface capturing, J. Comput. Phys., Vol. 183, No. 1, pp. 83-116.
- Gingold R.A., J. J. Monaghan (1977): Smoothed particle hydrodynamics, theory and application to non-spherical stars, Mon. Not. Roy. Astr. Soc., Vol. 181, pp. 375-389.
- Greco M. (2001): A two-dimensional study of Green-Water Loading, Ph.D. thesis, Norwegian University of Science and Technology, 150p.
- Zhou Z. Q., J. Q. D. Katm and B. Buchner (1999): A nonlinear 3-d approach to simulate green water dynamics on deck. In Piquet (Ed.), Proc. 7th Int. Conf. Num. Ship Hydrod., Natures, France, pp. 5.1-1, 15.