

検潮井戸の周波数応答特性計測システムの開発

岩崎峯夫¹・永井紀彦²・清水勝義³・安立重昭⁴

検潮井戸がローパスフィルターとして機能するため、周期数分から数十分程度の津波に対しては、その周波数応答特性を把握しないと津波高を過小評価することがある。しかし、周波数応答特性を算定する実務的手法は、確立されていない。また、検潮井戸の導水管は、土砂の堆積等によって目詰まりが進むため、定期的な清掃を行い、副標観測によって清掃の効果を検証をする。しかし、副標観測は、長時間を必要とする問題がある。このため、検潮井戸を線形 2 次のローパスフィルターと仮定し、模型実験でその線形性を確認し、ステップ応答測定により、短時間で検潮井戸の周波数応答特性を計測するシステムを開発した。

1. はじめに

現在、日本の検潮所の数は、海岸昇降検知センターに登録されているものだけでも約 150 箇所に達する。それ以外にも多く存在する。それらのほとんどは、検潮井戸内の水位を計測することで行われている。

検潮井戸は、海面の上下変動から風波による変動成分を除去する。すなわち、ローパスフィルターの役目をしている。検潮井戸は、土砂が堆積するなどして、その性能が変化する。このため、1~2 年に 1 度程度、検潮井戸の清掃を行い、検潮井戸の性能がチェックされる。

このチェックのために、現在、副標観測が行なわれている。この副標観測は、検潮井戸の外に副標棒をたて、10 分ごとに、海面変動を計測する。この作業を満干潮間実施する。この作業時に得られた潮位計データと、副標観測データを目視で比較することで、井戸の性能を判断する。すなわち、風波成分が除去されていることと、管が詰まってなく、潮位成分が除去されていないことを確認する。この判断は、専門家が判断する必要がある。しかし、副標観測は、定性的な評価法であり数値的に周波数応答特性を得ることはできない。また、満干潮間の長時間にわたり、経験ある技術者を拘束しなければならず、検潮所の維持を高価なものとする主要因になっている。

津波の高さは検潮記録をもとに報じられる。しかし、検潮井戸は、波浪成分を除去し潮汐を捉えるよう、ローパスフィルターとして機能する導水管を経て外海に接続されているので、周期数分から数十分程度の津波に対しては、その周波数応答特性を把握しないと津波高を過小評価することがある。

この問題は、1983 年日本海中部地震後に取り上げられ、

日本海沿岸検潮所の周波数応答が検討された。首藤(1988)は、検潮井戸のステップ応答実験を行い、検潮井戸の応答特性を示すものとして、ステップ応答そのものを示している。また、気象庁(1999)は、水位差 1m を解消するのに要する時間をステップ応答で求め、それを、応答特性と定義し、30 秒程度以下は波浪の影響を受け、200 秒以上は津波の山谷がつぶれて記録されるとしている。

彦坂(1964)は、導水管内抵抗を無視し、検潮井戸の固有周期を求め、この固有周期から、検潮井戸の設計法を提案している。この設計法は、現在でも広く用いられている。しかし、これらは、周波数応答特性を求めておらず、津波波形の具体的復元手法の確立まで至っていない。

この理由は、導水管内抵抗が管内流速の 2 乗に比例するとし、支配方程式を非線形微分方程式で表現したり(首藤(1988))、導水管内抵抗を無視しているからと思われる。

潮位計の場合、一般に導水管内流速が低く、大きな非線形性を示さないとされる。

そこで、筆者らは、自動制御の流体制御の分野で行われている微分方程式の線形近似手法(増淵(1964))を用いて、このフィルター特性を線形微分方程式で近似的に表現することにした。また、この線形化の妥当性を確かめるために模型実験を行った。その結果、その実用性が確かめられた。

2. 検潮井戸の特性を表す線形微分方程式

図-1 に、検潮井戸の数値モデルの図を示す。ここで、 $H_w(t)$ は、井戸の水面の位置を、 $H_s(t)$ は、海面の位置を表す。ただし、基準位置(0 の位置)は、平衡状態(初期状態)の水位 H_0 である。

導水管を流れる水の流量 q (単位時間当たりの通過質量) は、次式で表される。

$$q = \frac{1}{R} (H_s - H_w) \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 $1/R$ は、導水管の抵抗係数である。井戸内と導水管の水の慣性項を無視すると、次式が得られる

1 正 会 員 工 修 (社)海洋調査協会 専務理事
2 フェロー 工 修 (独)港湾空港技術研究所 海洋・水工部長
3 正 会 員 (独)港湾空港技術研究所
海洋・水工部 海洋情報研究室長
4 正 会 員 工 修 (株)カイジョーソニック 理事

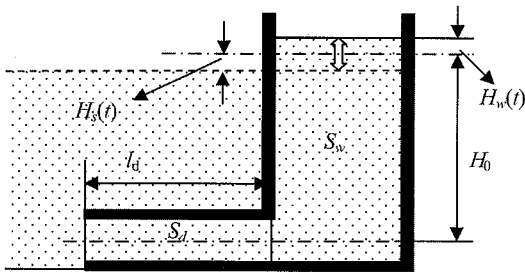


図-1 検潮井戸の数値モデル

(増淵 (1964))。

$$S_w \cdot \frac{dH_w}{dt} = q = \frac{1}{R} (H_s - H_w) \quad (2)$$

ただし、 S_w は、井戸の断面積である。

慣性項を考慮するため、式(2)の両辺を圧力の単位にして、井戸内の慣性項を加えると次式となる。

$$\left(\frac{m_d}{S_d} \cdot \frac{S_w}{S_d} + \frac{m_w}{S_w} \right) \frac{d^2 H_w}{dt^2} + S_w \cdot R \cdot \rho \cdot g \frac{dH_w}{dt} = (H_s - H_w) \cdot \rho \cdot g \quad (3)$$

ここで、 m_w は、井戸内の水の質量、 m_d は、導水管内の水の質量である。 (S_w/S_d) は、井戸の水位から導水管水の変位に変換する係数である。

式(3)に、 $m_w = \rho S_w H_0$ 、 $m_d = \rho S_d l_d$ を代入すると、最終的に、検潮井戸の特性を表す線形微分方程式(4)が導かれる。

ただし、 l_d は、導水管の長さで、 S_d は、導水管内の流れに分布があり、これを一様流と考えた場合の導水管の一様流相当断面積である。

$$M \cdot \frac{d^2 H_w}{dt^2} + C \cdot \frac{dH_w}{dt} + H_w = H_s \quad (4)$$

ただし、係数 M 、 C は、次のとおりである。

$$M = \left(\frac{l_d \cdot S_w}{g \cdot S_d} + \frac{H_0}{g} \right), \quad C = S_w \cdot R \quad (5)$$

ここで、 M は、井戸および導水管内水の見かけの慣性質量で、井戸の水面の位置変動加速度に関係する量である、また、 C は、井戸および導水管内の総合した減衰係数となる。いずれも、井戸内及び導水管内で流れの分布が存在するため、式(5)は、簡易式である。式(5)から分るように、導水管が詰まり断面積が小さくなると、見かけの慣性質量 M が大きくなることを示している。

式(4)を、ラプラス変換して、表示すると、式(6)が得られる。ただし、 $G(s)$ は、式(7)で表される。

$$H_w(s) = G(s) \cdot H_s(s) \quad (6)$$

$$G(s) = \frac{1}{M \cdot s^2 + C \cdot s + 1} \quad (7)$$

式(6)は、 $H_s(s)$ を入力とし、 $H_w(s)$ を出力とした式で、 $G(s)$ は、検潮井戸の伝達関数を示す。周波数伝達関数 $G(j\omega)$ は、 $s = j\omega$ を代入することにより得られる。ただし、 ω は、角周波数で、 j は、虚数単位である。

$$G(j\omega) = \frac{1}{M \cdot (j\omega)^2 + C \cdot (j\omega) + 1} \quad (8)$$

利得 $|G(j\omega)|$ は、 $G(j\omega)$ の実数部を $Re(G(j\omega))$ とし、虚数部を $Im(G(j\omega))$ とすると、式(9)で示される。

$$|G(j\omega)| = \sqrt{[Re(G(j\omega))]^2 + [Im(G(j\omega))]^2} \quad (9)$$

また、位相ずれ ϕ は、式(10)で示される。

$$\phi = \angle G(j\omega) = \tan^{-1} \frac{Im(G(j\omega))}{Re(G(j\omega))} \quad (10)$$

式(8)において、 C 成分のない時で、分母が 0 となる条件から、固有角振動数 ω_n と固有周期 T_n は、式(11)のように求められる。この式は、彦坂 (1964) が示した式と一致する。

$$\omega_n \sqrt{\frac{1}{M}} = \frac{2\pi}{T_n} \quad (11)$$

この特性を、固有振動数の値に関わらず、一般的に示すために、固有角振動数 ω_n との比で表される無次元角周波数 ω/ω_n を用いて式(8)を一般化すると、式(12)となる。

$$G(j\omega) = \frac{1}{\left(\frac{j\omega}{\omega_n} \right)^2 + 2\zeta \left(\frac{j\omega}{\omega_n} \right) + 1} \quad (12)$$

ただし、 ζ は、減衰性を表す係数で、式(13)で示される。図-2、図-3 に式(12)の周波数応答特性を示す。

$$\zeta = \frac{C}{2\sqrt{MK}} \quad (13)$$

図-2、図-3 の横軸は、無次元角周波数である。例えば、横軸の 1 が示す周波数 ω は、固有角周波数 ω_n である。一般に、線形 2 次のフィルターでは、固有周期より短い周期の波をカットする特性をもっている。図-4 にステップ応答の図を示す。 ζ により応答の形態が異なることが分る。

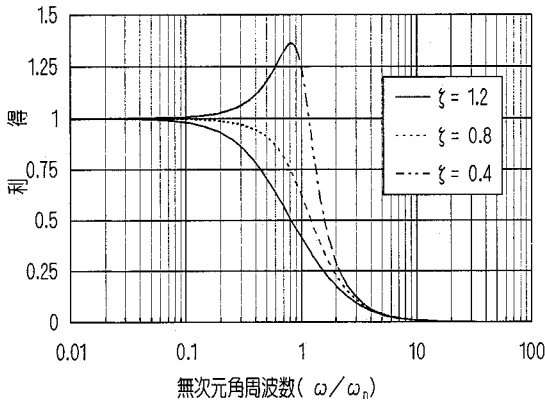


図-2 2次振動要素の利得

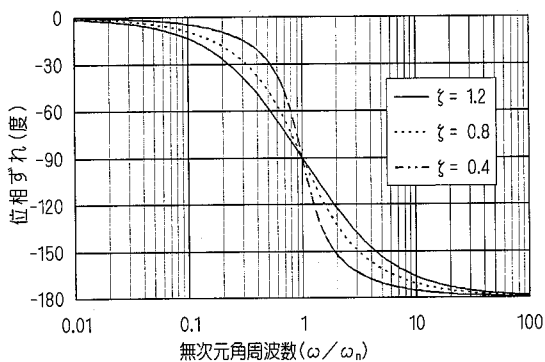


図-3 2次振動要素の位相ずれ

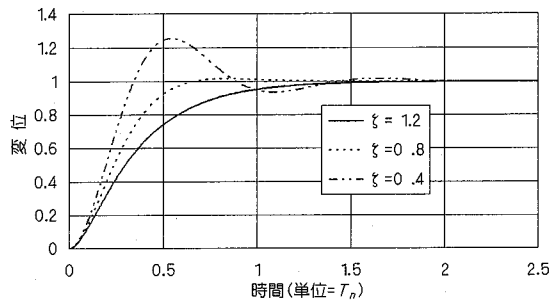


図-4 2次振動要素のステップ応答

3. ステップ応答から周波数応答の算出

一般に、伝達関数 $G(s)$ のステップ応答 $X(t)$ を微分したものは、伝達関数 $G(s)$ のインパルス応答 $G(t)$ であることが知られている。そして、このインパルス応答 $G(t)$ のフーリエ積分(変換)が、周波数特性 $G(j\omega)$ になる。

フーリエ積分は、式(14)で示される。

$$G(j\omega) = \int_0^{\infty} G(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (14)$$

$G(t)$ に $dX(t)/dt$ を代入し、式(14)でフーリエ積分す

れば、周波数特性が得られる。この積分範囲は、無限大であるが、ステップ応答 $X(t)$ が一定値に収束すると、 $dX(t)/dt$ は、微分値であるので、ゼロになる。従って、積分は、ステップ応答 $X(t)$ が一定になる時刻 $T_{\max}$ までの間で計算すればよく、式(15)で計算できる。

$$G(j\omega) = \int_0^{T_{\max}} (dX(t)/dt) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt \quad (15)$$

ステップの開始から、応答が一定値となる時刻 $T_{\max}$ までのステップ応答のデータ値を $X_0 \sim X_N$ (データ数 $N+1$ 個) とし、そのサンプリング時間間隔を Δt とし、式(15)に代入すると、インパルス応答のフーリエ数値積分の式は、簡単な式(16)、式(17)となる。

$$\begin{aligned} \text{Re}(G(j\omega)) &= \sum_{i=1}^N (X_i - X_{i-1}) \cdot \cos(-\omega \cdot \Delta t \cdot (i - 0.5)) \cdots (16) \\ \text{Im}(G(j\omega)) &= \sum_{i=1}^N (X_i - X_{i-1}) \cdot \sin(-\omega \cdot \Delta t \cdot (i - 0.5)) \cdots (17) \end{aligned}$$

したがって、角周波数 $\omega = 2\pi f$ の利得と位相は、次の式で計算できる。ただし、利得は、入力信号の大きさに比例するが、周波数 $f=0$ での利得が1であるため、 $f=0$ の利得で、全ての利得を除算し、正規化する。

$$\text{周波数0の利得 } X_N = \sum_{i=1}^N (X_i - X_{i-1}) \quad (18)$$

$$\text{利得} = \frac{\text{Re}(G(j\omega))^2 + \text{Im}(G(j\omega))^2}{\text{周波数0の利得}} \quad (19)$$

$$\text{位相} = \text{ATAN2} \left(\frac{\text{Im}(G(j\omega))}{\text{Re}(G(j\omega))} \right) \quad (20)$$

4. 模型実験

この線形性の仮定が成立すれば、井戸の周波数応答特性は、ステップ応答と計算で求められる。この手法の妥当性を調べるために、ステップ応答から線形理論を用いて得られた周波数特性と、各周波数の波を発生させ、その個別周波数の応答との比較を実験的に行った。実験には、検潮井戸の約 $1/10$ の模型を用いた。ステップ応答は、導水管先端を塞ぎ、約5cmの水位差をつけ、瞬間的に開放することによって、また、周期波の発生は、リニアアクチュエータを用いて、水槽中で井戸模型を正弦波状に上下させることで行った。この実験の模式図を図-5に示す。

また、井戸模型は、アクリル製で内径95.2mmのもので、導水管模型は、アクリル製の内径8.8mmのもので、550mmと310mmの長さのものを用いた。井戸内水位の計測は、井戸模型につけたスケールを、PCカメラで録画(15画像/秒)し、そのビデオ映像の静止画像を5画像おきに読み取る方法で行った。図-6に、導水管長

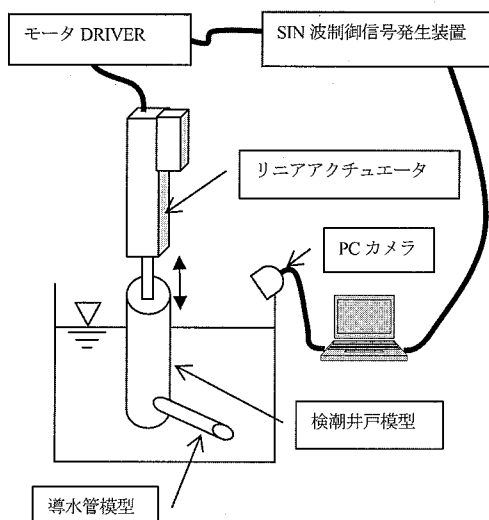


図-5 検潮井戸線形性実験装置模式図

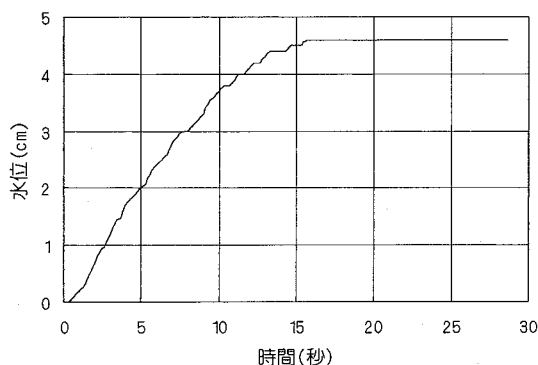


図-6 導水管長 310mm の場合のステップ応答

310 mm のステップ応答を示す。

図-7 に、このステップ応答から、式(19)、式(20)で計算して得られた周波数特性と井戸模型を正弦波状に上下移動させて得られた個別の周波数の利得と位相を示す。

図-7 から、周波数の高い部分で、ステップ応答からの計算値が正しく計算されないことが分る。これは、フィルター機能により、ステップ応答の中に高周波分が含まれていないからである。また、図-7 の中に、線形 2 次のローパスフィルターと仮定して、固有周期 T と減衰係数 ζ を変化させ、カーブのフィティングを行った結果を示した。固有周期 23.24 秒、 $\zeta=0.9$ の場合と良く一致した。このフィティングにより、高周波部分の特性を補正することができる。以上の結果から、検潮井戸のフィルターは、実行上、線形フィルターと扱うことができる。また、導水管 550 mm の場合も同様な結果が得られた。

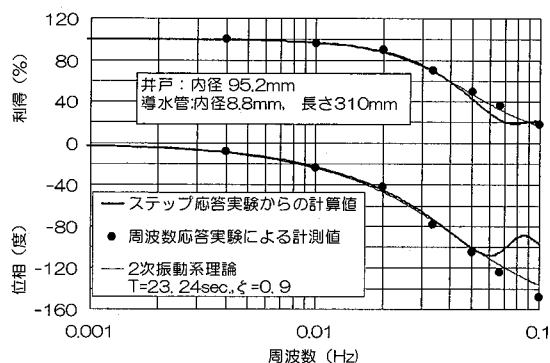


図-7 導水管長 310mm の場合の周波数応答特性

5. 現地実験

以上の結果を得て、実用システムを開発した。このシステムは、水圧センサーと A-D コンバータから構成され、USB 端子を用いてパソコンに結線する水位計とパソコンと解析ソフトから構成されている。

検潮井戸の水位にステップ信号を発生させる方法は、潜水士が導水管に栓をして、ポンプを使用して水位差を発生させ、栓を抜く方法で行った。

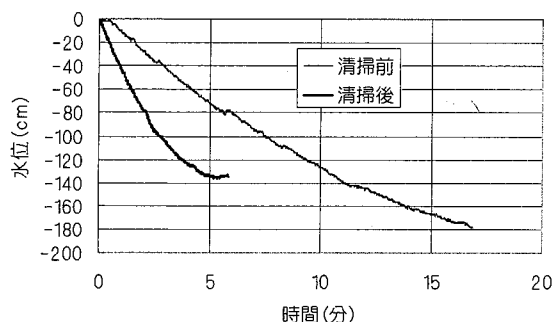


図-8 荻田港検潮所のステップ応答

このシステムによるステップ応答計測例を図-8 に示す。また、この解析システムで得られた利得の周波数特性を図-9 に示す。また、図-10 には、位相のずれを遅れ時間に変換した図を示す。

この結果から、もし周期 20 分の津波がこの検潮所で記録された場合を想定すると、清掃前の場合、波形振幅を約 3.4 倍、時間を約 360 秒早めることで、また、清掃後の場合は、波形振幅を約 1.09 倍、時間を約 113 秒早めることで真の津波の振幅と、到達時刻を知ることができる。さらに、デジタルフィルターを用いて補正すると、元の津波の連続波形を復元することも可能である。

また、清掃前後の副表観測を実施した。副表観測の結

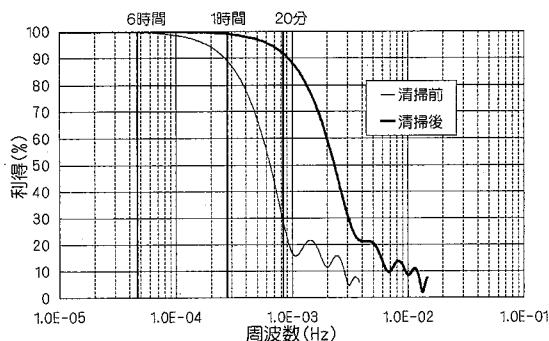


図-9 荻田港検潮井戸の清掃前後の振幅特性

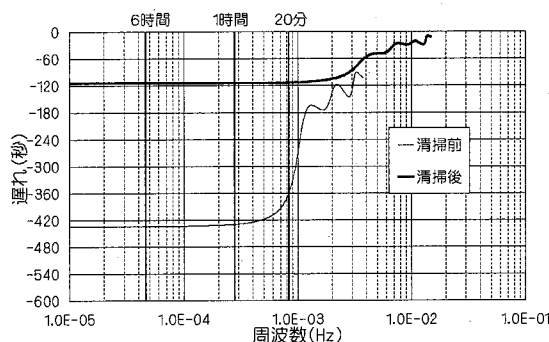


図-10 荻田港検潮井戸の清掃前後の遅れ時間特性

果を図-11と図-12に示す。一般に、副標観測は、10分間隔で、風波で変動する海面を目視で計測する。これらの図から清掃後には、追従性がよくなっていることは分るが定量的にはそれほど明らかでなく、この場合、計測に約8～9時間費やしている。

一方、ステップ応答は、約30分程度で実施できた。図-9、10は、井戸の清掃効果を定量的に表しており、本手法は、副標観測に代わる井戸性能評価手法と位置づけることができると思われる。

6. 結 論

この研究においては、次の結果が得られた。

- (1) 検潮井戸の特性を近似的に表す線形2次の微分方程式を導き、線形2次のローパスフィルター特性を有する可能性があることを示した。
- (2) 検潮井戸の特性を線形2次のローパスフィルター特性を有する場合、ステップ応答から、検潮井戸の周波数応答特性を求める手法を提案した。
- (3) 検潮井戸のフィルター特性の線形性を調べるため、約1/10の模型を用いて、ステップ応答から得られた周波数応答と個別の周波数の応答を求める実験を行った。

その結果良い一致を示し、検潮井戸のフィルターの線形性が示された。

- (4) この結果を用いて、検潮井戸の周波数応答特性計測システムを開発し、実際の検潮所の清掃前と清掃後の周波数応答特性を求めた。その結果、津波波形の復元が可能で、さらに、清掃の効果を数値的に示すことが可能であることが示された。
- (5) ステップ応答が収束する最大時間は、20分程度であるので、副標観測の所要時間8～9時間に比べ、検潮所の点検業務の大幅な効率改善が期待できることが示された。

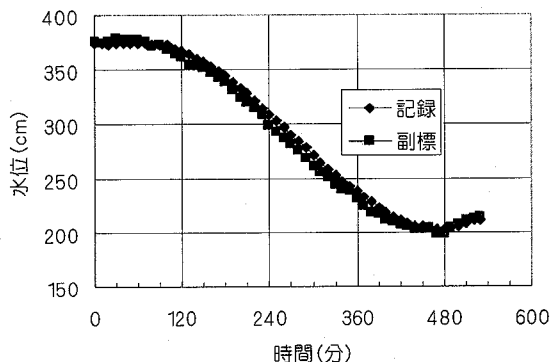


図-11 荻田港検潮所清掃前の副標観測結果

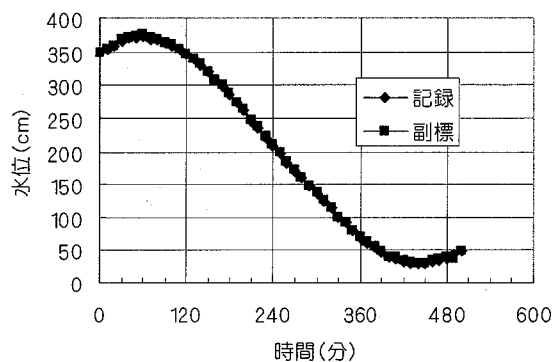


図-12 荻田港検潮所清掃後の副標観測結果

参 考 文 献

- 首藤伸夫(1988)：日本海中部地震津波の発生・増幅機構と破壊力、文部省科学研究費自然災害特別研究成果 No.A-63-1, pp. 57-86.
- 増淵正美(1964)：自動制御基礎理論，コロナ社，p. 28
- 彦坂繁雄(1964)：検潮所の検潮井戸と導水管の寸法関係について，水路要報第78号，海上保安庁，pp. 50-52
- 気象庁(1999)：海洋観測指針(第2部)，p. 43