

超音波流速計による浮遊粒子の粒径を考慮した浮遊砂濃度の測定法

川西 澄¹・稲田 景²

浮遊粒子の高精度な速度測定が可能なパルスコヒーレント方式の超音波流速計を用いて、散乱強度とともに測定された粒子の沈降速度から浮遊粒子の粒径を評価することによって、粒径を考慮した浮遊砂濃度の測定法を提案した。すなわち、推定された平均粒径を用いて、後方散乱強度と濃度の比例係数とともに浮遊粒子による音波の伝播損失係数を求めた後、超音波の後方散乱方程式を用いた繰り返し計算によって、散乱強度と濃度の比例関係が崩れる高濃度領域でも散乱強度から浮遊砂濃度が推定可能となった。

1. はじめに

赤外線や超音波の後方散乱強度を利用した浮遊砂濃度の測定法は、浮遊砂濃度の連続測定を可能にする有力な測定法で多くの使用実績がある（例えば Kawanisi・Yokosi, 1997；Thevenot・Kraus, 1993；Thorne ら, 1991）。ただし、浮遊粒子の粒径が濃度に対する感度に影響する弱点がある。特に、超音波の波長は赤外線に比べて長いので、微細な浮遊粒子による散乱は、粒子の密度が一定なら Rayleigh 散乱に従い、濃度に対する感度は粒径の 3 乗に比例する。このため、散乱強度から濃度を推定するためには粒径の情報が不可欠である。こうした事情から、周波数の異なる複数の超音波の後方散乱を同時に測定して、懸濁粒子の粒径と濃度を推定する方法が考案されている（例えば Hay・Sheng, 1992）。しかし、多くのトランスデューサーが必要になり高価になるうえ、用いる散乱モデルが実際の散乱を正確に再現していること、周波数が散乱特性の大きく変わるところに選ばれていることなどが要求されるため、あまり普及していない。

本研究は浮遊粒子の高精度な速度測定が可能なパルスコヒーレント方式の超音波流速計を用いて、散乱強度とともに測定された粒子の沈降速度から浮遊粒子の粒径を評価することによって、粒径を考慮した浮遊砂濃度の測定法を確立することを目的とする。

2. 方 法

実験に用いた超音波流速計は Nortek 社製の Vectrino で、使われている超音波の周波数は 10 MHz、波長は約 150 μm である。測定領域はトランスミッターから 50 mm の距離にあり、測定領域の寸法は直径 6 mm、長さ 7 mm の円柱である。Vectrino を設置した水槽内に粒子

を投入し、気泡が発生しないように注意して粒子濃度が一樣になるように攪拌しながら、散乱強度を測定すると同時に採水濾過して重量濃度を測定した。使用した粒子は、カオリン、豊浦砂、粒径の異なる 3 種類のガラスビーズである。

超音波の後方散乱方程式は

$$AC(r) = I(r)r^2 \exp \int_0^r 4[\alpha_w + \alpha_s C(r')] dr' \quad (1)$$

と表される (Lee・Hanes, 1995)。ここで、 C は粒子濃度、 r はトランスミッターから測定領域までの距離、 I は雑音を除いた後方散乱強度、 α_w と α_s はそれぞれ水と浮遊粒子による伝播損失係数である。比例係数 A は装置固有な定数と粒子の特性によって決まるが、特に問題となるのは粒径による変化で、理論上は波長より粒径が小さい Rayleigh 散乱領域では粒径の 3 乗に、波長より粒径が大きい Mie 散乱領域では粒径に反比例する。

水による吸収係数 α_w については色々な経験式が提案されているが、いずれも周波数の 2 乗に比例する関係式となっている（例えば Fisher・Shimons, 1977）。

浮遊粒子による伝播損失係数は主に、超音波の波数 k と粒子半径 a によって変化し、Sheng・Hay (1988) によれば

$$\alpha_s = \frac{1}{\rho a} \left[\frac{\beta(ka)^4}{1 + (ka)^2 + (4/3)\beta(ka)^4} \right] \quad (2)$$

で評価される。 β は粒子の密度と圧縮率によって決まるパラメーターで、次式で与えられる。

$$\beta = \frac{1}{6} \left(\gamma \kappa^2 + \frac{\gamma_p^2}{3} \right) \quad (3)$$

ここで、 $\gamma_\kappa = (\kappa_s - \kappa) / \kappa$ 、 $\gamma_p = 3(\rho_s - \rho) / (2\rho_s - \rho)$ で、 κ_s と κ はそれぞれ、粒子と水の圧縮率、 ρ_s と ρ はそれぞれ、粒子と水の密度である。式 (2) は $ka \ll 1$ の領域で $\alpha_s = (\beta/\rho)k^4 a^3$ となり、伝播損失係数は粒径の 3 乗に比例する。また、 $ka \gg 10$ では $\alpha_s = 3/(4\rho a)$ となり、伝播損失係数は粒径に反比例し、 β には関係しない。音波の伝播経路に沿った濃度分布が近似的に線形であると仮定すると式 (1) から

1 正 会 員 工 博 広島大学助教授 大学院工学研究科 社会環境システム専攻

2 学生会員 広島大学 大学院工学研究科 社会環境システム専攻

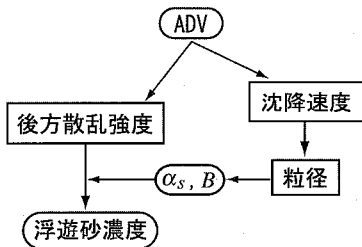


図-1 浮遊砂濃度測定法の流れ

$$AC = r^2 I \exp(4\alpha_w r) \exp(4\alpha_s r C) \exp\left(-2\alpha_s r^2 \frac{\partial C}{\partial r}\right) \quad (4)$$

が得られる。Vectrino の場合、トランスミッターと測定領域の距離が 50 mm と短いことから、よほど濃度勾配が大きくない限り、式 (4) の右辺最後にある濃度分布項は無視でき、

$$AC = r^2 I(r) \exp(4\alpha_w r) \exp(4\alpha_s r C) \quad (5)$$

の関係が成り立つと考えて差し支えない。さらに、浮遊粒子による伝播損失が無視できるほど粒子の濃度が低ければ、

$$BC = I; B = \frac{A}{r^2} \exp(-4\alpha_w r) \quad (6)$$

となり、トランスミッターから測定領域までの距離 r は一定であるので、散乱強度は濃度に比例する。

本研究では、最小二乗法を適用して測定データに式 (5) を当てはめ、水の伝播損失を含めた比例係数 B と α_s を求めた。係数 B と α_s が決まれば、散乱強度から繰り返し計算によって、式 (5) から浮遊粒子濃度 C を評価できる。

図-1 に本測定手法の流れを示す。粒子の材質が一定なら、 B と α_s もともに粒径だけの関数となるから、予め、粒径との関係を得ておけば、超音波流速計から得られるデータだけで粒径を考慮した浮遊砂濃度の測定が可能となる。

3. 結果と考察

(1) 沈降速度と粒径、粒子濃度と後方散乱強度の関係

実験に使用したカオリン、豊浦砂、ガラスビーズ (A, B, C) のレーザー回折式粒度計による平均粒径はそれぞれ、 $7\mu\text{m}$ 、 $210\mu\text{m}$ 、 $54\mu\text{m}$ 、 $90\mu\text{m}$ 、 $160\mu\text{m}$ で、これらの値は形状が球形と大きく異なるカオリンを除いて Vectrino で測定した平均沈降速度 (0.4 mm/s, 21 mm/s, 2.6 mm/s, 6.1 mm/s, 18.4 mm/s) から Rubey 式を用いて逆算した粒径にほぼ等しかった。豊浦砂は粒径を揃えたものを使用しており、粒度分布の均等係数は

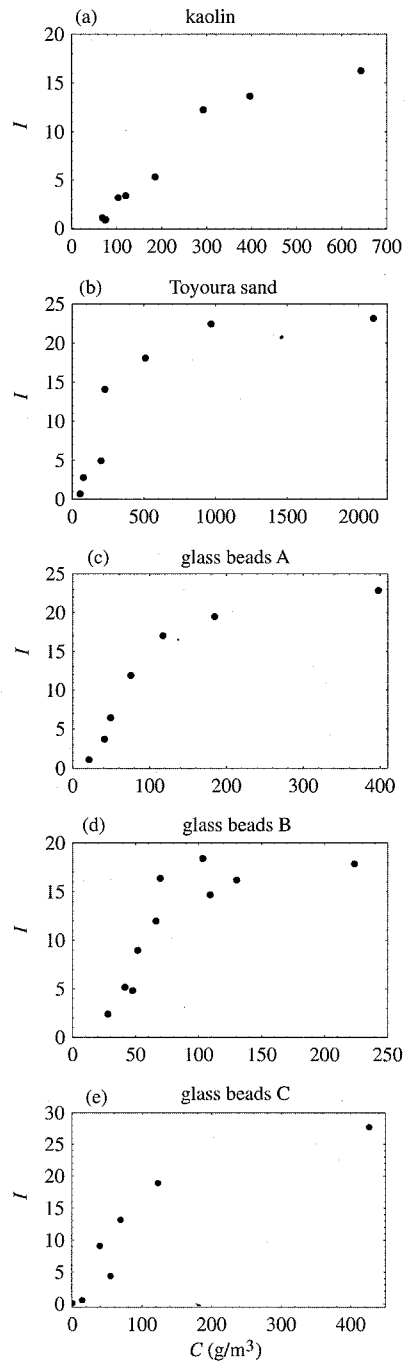


図-2 浮遊砂濃度と後方散乱強度の関係

1.28 でほぼ単一粒径とみなせる。一方、カオリンはやや粒径にばらつきがあり、均等係数は 4.9 であった。

図-2 に粒子濃度 C と後方散乱強度 I の関係を示す。図-2 からわかるように、浮遊粒子による伝播損失のため、粒子濃度が高くなると、散乱強度と濃度の比例関係が崩れ、濃度の増加にともなう散乱強度の増加は頭打ち

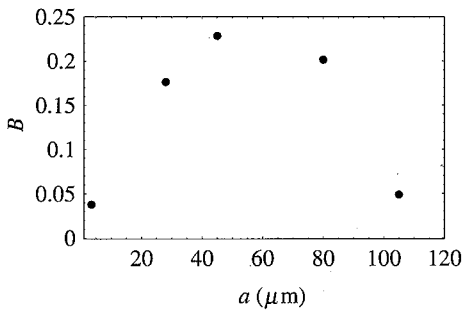


図-3 後方散乱断面積/粒子体積に比例する係数パラメーターと粒子半径の関係

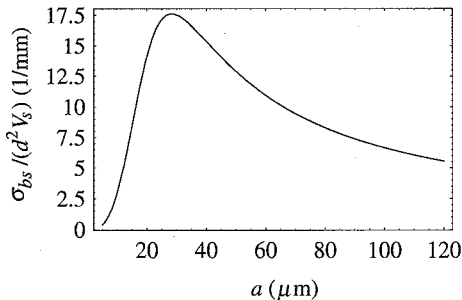


図-4 Johnson (1977) のハイパスモデルの結果

になる。横軸の濃度レンジが異なっているので分かりにくい。感度（ほぼ比例関係にある低濃度領域の勾配）が大きいものほど飽和状態に移行する濃度が低く、浮遊粒子による伝播損失係数が大きいことがわかる。本実験粒子の中では図-2(d)に示す粒径 $90\ \mu\text{m}$ のガラスビーズ B が線形領域が最も狭く、粒子による伝播損失を無視できるのは、約 $80\ \text{g/m}^3$ 以下となっている。

(2) 粒径と音響パラメーターの関係

図-3は式(5)の比例係数 A に水の伝播損失を含めた係数 B と粒子半径 a との関係を示したものである。係数 B は後方散乱断面積を粒子の体積で除した値に比例するパラメーターである。 B は粒子の半径が $50\ \mu\text{m}$ 付近までは粒径とともに増加しているが、Mie 散乱領域に入る粒径の大きな豊浦砂に向かって減少している。

浮遊粒子に対する後方散乱断面積は、周囲の水に対して、密度と音速が異なる液体の球体で浮遊粒子をモデル化したハイパスモデル (Johnson, 1977) などの散乱モデルを使って求められる。Johnson のハイパスモデルによる後方散乱断面積 σ_{bs} は

$$\sigma_{bs} = 4\pi a^2 \left[\frac{2(ka)^4}{2+3(ka)^4} \right] d^2 \quad (7)$$

$$d = \frac{1-\rho_r c_r^2}{3\rho_r c_r^2} + \frac{1-\rho_r}{1+2\rho_r} \quad (8)$$

のように表される (Greenlaw, 1979)。ここで、 a は懸

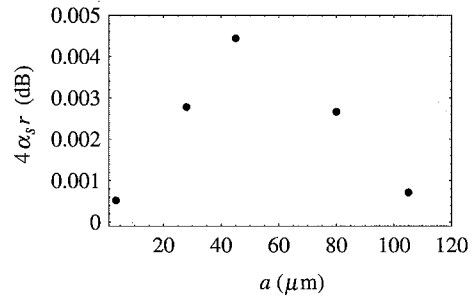


図-5 浮遊粒子による伝播損失係数と粒子半径の関係

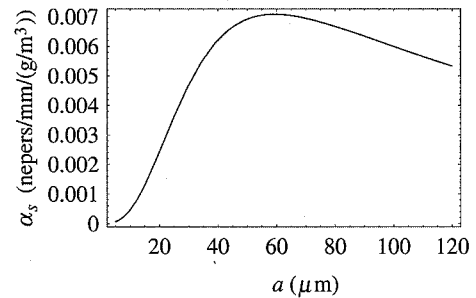


図-6 Sheng · Hay (1988) の結果

濁粒子の体積と等価な球の半径、 k は波数、 ρ_r と c_r はそれぞれ、粒子の水に対する密度比と音速比である。

図-4に Vectrino の波長 $150\ \mu\text{m}$ に対するハイパスモデルの結果を示す。ただし、 d^2 で除して密度比と音速比の影響を除いてある。ハイパスモデルの結果は粒子半径が $30\ \mu\text{m}$ 付近でピークを示し、ピークの左側が Rayleigh、右側が Mie 散乱領域となっている。図-3の実験結果はハイパスモデルよりピークを示す粒径が大きく、 $60\ \mu\text{m}$ 付近にピークが存在していると推定される。また、粒径に対する B の変化はピーク位置に関して左右対称に近く、ハイパスモデルとは差がある。なお、図-4の結果は密度比と音速比の影響が含まれていないが、3種類のガラスビーズについては材質が等しいことを考えると、ハイパスモデルの適合性はあまり良くない。

浮遊粒子による伝播損失係数の粒子半径に対する変化を図-5に示す。伝播損失係数も比例係数 B と同様に、粒径に対して単調に変化することはなく、粒子半径が $60\ \mu\text{m}$ 付近でピークを示している。図-6は Sheng · Hay (1988) による式(2)の結果を示したものである。ただし、式(2)中の β は石英に対する値を使っている。実験に使用した5種類の粒子の密度はほぼ等しいので、密度差を無視すれば、式(3)から、粒子の圧縮率 κ_s の変化にともなう β の変化量は

$$\delta\beta = \frac{1}{3} \gamma \kappa \frac{\delta\kappa_s}{\kappa} \quad (9)$$

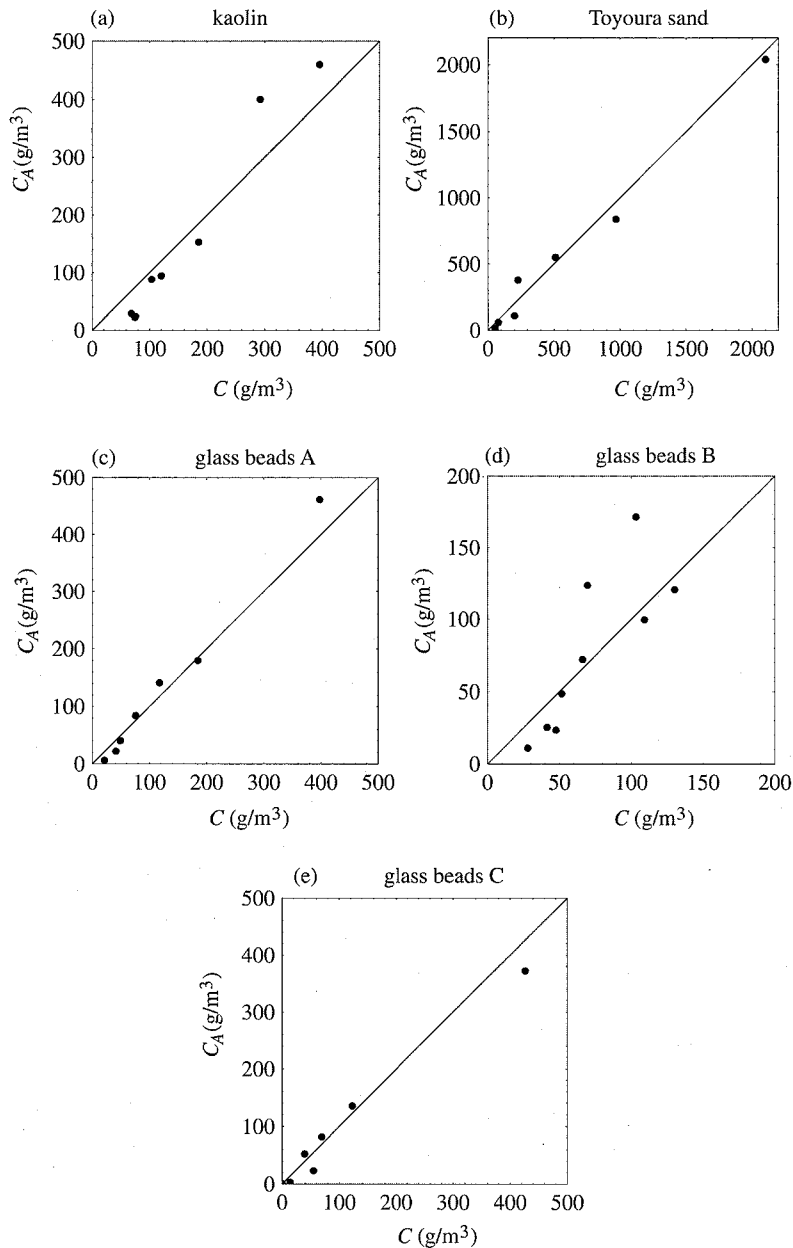


図-7 浮遊砂濃度と後方散乱強度から推定した濃度の関係

で見積もられる。実験粒子の r_x は -0.95 程度であり、水の圧縮率は実験粒子の圧縮率に比べて1桁大きいので、実験粒子間の圧縮率 κ_s の違いにともなう β の変化はわずかである。また前述したように、Sheng・Hay (1988) の結果では ka が大きい領域では α_s は β に依存しない。したがって、図-5 に示した α_s の変化は、ほとんど粒径の変化によるものと考えて差し支えない。図-5 に示した本実験結果は、Sheng・Hay (1988) の式 (2) で求められる伝播損失係数 α_s と同様な変化を示し

ており、両者のピークの位置はともに $\alpha \approx 60 \mu\text{m}$ で一致している。ただし、 B と同様に図-5 の分布は、 α_s のピーク位置より粒径が大きな領域で α_s の減少が Sheng・Hay (1988) のものより大きく、分布の非対称性が小さくなっている。

(3) 浮遊粒子濃度の推定結果

比例係数 B とともに浮遊粒子による伝播損失係数 α_s がわかると、高濃度領域でも式 (5) を使って、超音波の後方散乱強度から浮遊粒子の濃度を推定できる。ただ

し、式(5)は非線形方程式であり、陽形式で濃度を表せないため繰り返し計算を行う必要がある。図-3と図-5の結果を式(5)に代入し、繰り返し計算を行って後方散乱強度 I から推定した濃度 C_A と採水濾過で測定した濃度 C の関係を図-7に示す。

Vectrinoの散乱強度は、図-2に示されていたように高濃度領域で飽和状態を示していたが、浮遊粒子による伝播損失の補正後は、Vectrinoの散乱強度から推定した濃度 C_A は高濃度域まで採水サンプルの重量濃度 C とほぼ一致しており、図-1に示した本測定手法の有効性が確認される。

4. おわりに

超音波ドップラー流速計から得られる後方散乱強度と粒子の沈降速度を使って、粒径の変化を反映した濃度推定と高濃度で浮遊粒子による伝播損失が無視できない領域まで適用可能な浮遊砂濃度の測定法を提案した。

粒子の平均沈降速度は、超音波ドップラー流速計の鉛直速度から評価でき、平均粒径も推定可能であった。

超音波の後方散乱方程式に最小二乗法を適用して求めた比例係数(感度; 後方散乱断面積/粒子体積に比例する値)と浮遊粒子による伝播損失係数の粒径に対する変化は、ある粒径でピークをとる点では従来の散乱モデルの結果と同様であった。しかし、分布形はピーク位置に関して対称に近く、従来の散乱モデルの結果とは異なっていた。

感度がピークとなる粒径はハイパスモデルの結果より大きかったが、浮遊粒子による伝播損失係数がピークと

なる粒径はSheng・Hay(1988)の結果に一致した。

超音波の後方散乱方程式を用いた繰り返し計算によって、散乱強度と濃度の比例関係が崩れる高濃度領域でも後方散乱強度から浮遊砂濃度が推定可能であった。

参 考 文 献

- Fisher, F. H. and V. P. Shimons (1977) : Sound absorption in sea water, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 62, pp. 375-377.
- Greenlaw, C. F. (1979) : Acoustical estimation of zooplankton populations, *Limnol. Oceanogr.*, Vol. 24, pp. 226-242.
- Hay, A. E. and J. Sheng (1992) : Vertical profiles of suspended sand concentration and size from multifrequency acoustic backscatter, *J. Geophys. Res.*, Vol. 97, pp. 15661-15677.
- Johnson, R. K. (1977) : Sound scattering from a fluid sphere revisited, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 61(2), pp. 375-377.
- Kawanisi, K. and S. Yokosi (1997) : Characteristics of suspended sediment and turbulence in a tidal boundary layer, *Contin. Shelf Res.*, Vol. 17(8), pp. 859-875.
- Lee, T. H. and D. M. Hanes (1995) : Direct inversion method to measure the concentration profile of suspended particles using backscattered sound, *J. Geophys. Res.*, Vol. 100 (C2), pp. 2649-2657.
- Sheng, J. and A. E. Hay (1988) : An examination of the spherical scatterer approximation in aqueous suspensions of sand, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 83(2), pp. 598-610.
- Thevenot, M. M., N. C. Kraus (1993) : Comparison of acoustical and optical measurements of suspended material in the Chesapeake estuary, *J. Marine Env. Engg.*, Vol. 1, pp. 65-79.
- Thorne, P. D., C. E. Vincent, P. J. Hardcastle, S. Rehman and N. Pearson (1991) : Measuring suspended sediment concentrations using acoustic backscatter devices, *Marine Geology*, Vol. 98, pp. 7-16.