

VOF-DEM-FEM 連成モデルによる潜堤の挙動解析

前野詩朗¹・小川 誠²・Lechoslaw G. Bierawski³

本研究では捨石による潜堤を対象として、流体部に対しては VOF (Volume of Fluid) 法を、捨石部の変形、移動には個別要素法 (DEM) を、海底地盤の挙動には有限要素法 (FEM) を用い、それぞれの長所を生かした連成モデルを提案する。解析において、流体部と多孔質部に対して異なるモデルを適用する上で問題となる連成方法について、間隙率など多孔質抵抗を支配する要素が粒子の変形に応じて適切に評価できるよう検討を行った。その結果、本研究で提案した VOF-DEM-FEM 連成モデルは、多孔質材料を含む海岸構造物の破壊過程を予測するモデルとして有効であることが示された。

1. はじめに

近年の計算機の急速な発達に伴い、波-地盤-構造物系の挙動を数値解析的に明らかにする研究が多く進められている。例えば、磯部ら (1999) や蔣ら (2000) は、VOF 法を用いた数値波動水路を開発し、構造物周辺における波の挙動を明らかにするとともに、海底地盤を多孔質弾性体として有限要素法 (FEM) により解析し、波と海底地盤を連成する方法を提案している。前野ら (2001c) は、海底埋設パイプラインの浮上機構を個別要素法 (DEM) により明らかにしている。また、前野ら (2001b) は個別要素法と有限要素法を連成して護岸裏込め土砂の流出過程を明らかにしている。

これらの研究を考慮すると、波の部分は VOF 法で、潜堤の変形は DEM 法で、また、海底地盤は FEM 法で解析する手法が最適と考えられる。そこで、本研究では、波による潜堤の変形過程を精度良く再現可能なモデルとして、VOF, DEM, FEM の 3 つの解析法をカップリングさせた VOF-DEM-FEM 連成モデルを提案するとともに、潜堤の破壊過程の数値シミュレーションを実施し、モデルの妥当性を実験結果との比較により検討する。その際、従来の研究における荒木ら (2001) や伊藤ら (2000, 2001) の VOF-DEM 連成モデルでは、粒子の移動が流体解析に反映されていないものや、変形による捨石部の間隙率の変化が流体場に反映されているかどうか不明であるなど、捨石部と流体部の連成方法に課題があったため、本研究では、間隙率など多孔質抵抗を支配する要素が DEM 粒子の移動に応じて適切に評価できる手法を提案する。本研究で対象とした潜堤は、本来 3 次元的な挙動を示すが、モデルの検証実験が 2 次元場で行われていたことやモデルの簡便性などを考慮して 2 次元

モデルを採用した。

2. VOF-DEM-FEM の連成方法およびモデルの概要

(1) VOF 法の概要(流体部及び多孔質部)

多孔質体内部の流れを再現するために、本研究では、Edward et al. (2000) や道奥ら (2005) と同様に間隙率 n で表した基礎式を用いることにする。間隙率 n は数値波動水路 (磯部ら; 1999) における空隙率 γ_v と同じ物理量を表す変数である。以下に連続式、運動方程式並びに VOF 関数 F の移流方程式を示す。

$$n \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$n \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial wu}{\partial z} = -n^2 \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - g_x - R_x \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(n \nu_e \left[2 \frac{\partial u}{\partial x} \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(n \nu_e \left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$n \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial ww}{\partial z} = -n^2 \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g_z - R_z \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(n \nu_e \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(n \nu_e \left[2 \frac{\partial w}{\partial z} \right] \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$n \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial uF}{\partial x} + \frac{\partial wF}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 x, z : 水平、鉛直座標、 u, w : 流速の水平、鉛直成分 (多孔質部は見かけの流速)、 ρ : 流体密度、 p : 圧力、 k : 乱流エネルギー、 ε : 乱流エネルギー散逸率、 ν_e : 分子動粘性係数 ν と渦動粘性係数 ν_t の和、 g_x, g_z : x, z 方向の加速度、 R_x, R_z : x, z 方向の抵抗力である。乱流モデルについては $k-\varepsilon$ モデルを用いて、 $\nu_e = \nu + \nu_t$ とした。

$$n \frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + w \frac{\partial k}{\partial z} = n \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_k \left[\frac{\partial k}{\partial x} \right] \right) +$$

1 正会員 工博 岡山大学環境学研究所助教
2 工修 岡山県庁
3 Ph.D. Gdansk University of Technology, Poland

$$n \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_k \left[\frac{\partial k}{\partial z} \right] \right) + G_s - n\varepsilon - 2n^2 R_x k \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} n \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} &= n \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + n \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \\ + C_1 \frac{\varepsilon}{k} G_s - n C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} - 2n^2 R_z \varepsilon &\dots\dots\dots (6) \\ \nu_t &= C_\mu (k^2/\varepsilon), \nu_k = \nu + \nu_t/\sigma_k, \nu_\varepsilon = \nu + \nu_t/\sigma_\varepsilon \\ G_s &= \nu_t \{ 2(\partial u/\partial x)^2 + 2(\partial w/\partial z)^2 \\ &+ (\partial w/\partial x + \partial u/\partial z)^2 \} \end{aligned}$$

なお、乱流モデル中の定数は前野ら (2001a) と同じ値を用いた。多孔質抵抗 R_x , R_z は多孔質部の計算時にのみ付加され、前野ら (2004) の研究では考慮されていなかった多孔質抵抗の影響を Edward et al. (2000) と同様に乱流モデルにおいても含めている。 R_x , R_z については、Ward (1964) により提案され、道奥ら (2005) により多孔質堰への適用性が示されている層流抵抗と乱流抵抗からなる非ダルシー抵抗を考慮した式 (7), (8) を用いた。この方法は、固有透水係数 K を用いるため、多孔質部分の粒径が変化する場合で、間隙率が同程度のケースにも適用可能な方法である。

$$R_x = u \left(\frac{\nu}{k} + \frac{C}{\sqrt{K}} \sqrt{u^2 + w^2} \right) \dots\dots\dots (7)$$

$$R_z = w \left(\frac{\nu}{k} + \frac{C}{\sqrt{K}} \sqrt{u^2 + w^2} \right) \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 C は乱れによる抵抗係数である。パラメータ (C , K) について、本研究では、Ergun (1952) が表した以下の抵抗則を考慮して決定することにした。

$$R_x = u \left(k_1 \frac{(1-n)^2}{n^3} \frac{\nu}{D_{sp}^2} + k_2 \frac{(1-n)}{n^3} \frac{1}{D_{sp}} \sqrt{u^2 + w^2} \right) \dots\dots\dots (9)$$

$$R_z = w \left(k_1 \frac{(1-n)^2}{n^3} \frac{\nu}{D_{sp}^2} + k_2 \frac{(1-n)}{n^3} \frac{1}{D_{sp}} \sqrt{u^2 + w^2} \right) \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 D_{sp} は、多孔質内部の粒子の全表面積 S_p と粒子の全体積を V_p としたときの比表面積 $S_v = S_p/V_p$ の関数で与えられ、完全な球形の場合 $D_{sp} = 6/S_v$ となり、球の直径と一致する。 k_1 , k_2 は形状などの条件を含めた係数である。Ergun (1952) による式 (9), (10) と Ward (1964) による式 (7), (8) より、

$$K = n^3 D_{sp}^2 / \{ k_1 (1-n)^2 \}, C = k_2 / \sqrt{k_1 n^3} \dots\dots\dots (11)$$

となる。Ergun (1952) は、球体、砂などを材料にした実験により、 $k_1 = 150$, $k_2 = 1.75$ を得ている。なお、Ergun (1952) の式は、粒子が運動する場合にも適用可能とされている。 k_1 , k_2 については、本研究では、数値実験的に (k_1 , k_2) = (200, 20.8) とした。

(2) DEM の概要 (潜堤及び海底地盤上層部)

個別要素法では、後藤ら (2001) と同様に各粒子を剛

体と仮定し、粒子間の相互作用を弾性スプリングと粘性ダッシュポットにより表現して、各粒子の運動方程式を陽解法で解くことにより粒子群の運動が追跡される。粒子 i における座標 (x_i , z_i)、角速度 θ_i に関する基礎式は、接触粒子を j とおくと以下のように表される。

$$(M_i + M_i') \ddot{x}_i = \sum_j \{ -f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij} \}_j + F_x \dots\dots\dots (12)$$

$$(M_i + M_i') \ddot{z}_i = \sum_j \{ -f_n \sin \alpha_{ij} + f_s \cos \alpha_{ij} \}_j - (M_i - \rho V_i) g + F_z \dots\dots\dots (13)$$

$$I_i \ddot{\theta}_i = \frac{d_i}{2} \cdot \sum_j \{ f_s \}_j \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 M_i : 粒子の質量、 M_i' : 付加質量、 α_{ij} : 粒子 i, j の接触角、 f_n , f_s : 粒子 i, j 間の法線および接線方向の作用力、 F_x , F_z : 粒子に作用する x 方向および z 方向の流体力、 V_i : 粒子の体積、 I_i : 粒子の慣性モーメント、 d_i : 粒径、 ρ : 水の密度である。なお、付加質量 M_i' は付加質量係数 C_M を用いて、 $M_i' = \rho C_M V_i$ で表される。 C_M には 0.5 を用いた。流体から受ける外力 F_x および F_z として、本研究では、流れによる抗力 F_D と圧力勾配による力 F_S を考慮した。

$$F_x = F_{D_x} + F_{S_x}, F_z = F_{D_z} + F_{S_z} \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} F_{D_x} &= \frac{1}{2} \rho C_D A_{pi} \sqrt{(U - u_{pi})^2 + (W - w_{pi})^2} \\ &\cdot (U - u_{pi}) \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{D_z} &= \frac{1}{2} \rho C_D A_{pi} \sqrt{(U - u_{pi})^2 + (W - w_{pi})^2} \\ &\cdot (W - w_{pi}) \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$$C_D = 0.4 + \frac{24\nu}{\sqrt{(U - u_{pi})^2 + (W - w_{pi})^2} d_i} \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 U , W : x , z 方向の流体速度、 u_{pi} , w_{pi} : x , z 方向の粒子速度、 A_{pi} : 粒子の流れ方向の断面積、 C_D : 抗力係数である。

U および W は VOF 解析で得られるセル中心のみかけの流速を実流速に変換して与え、粒子が複数セルにまたがる場合は、粒子面積による重み付き平均値を与えている。また、粒子に作用させる浸透力は、変動水圧水頭 h , 粒子体積 V_s を用いて以下のように表すことができる。

$$F_{S_x} = \rho g V_s \frac{\partial h}{\partial x}, F_{S_z} = \rho g V_s \frac{\partial h}{\partial z} \dots\dots\dots (19)$$

圧力勾配 $\partial h/\partial x$ および $\partial h/\partial z$ は粒子中心の位置を基準に、粒子中心が含まれるのが FEM 要素であるか VOF セルであるかによって計算される。FEM 領域と VOF 領域が重なっている部分については、地盤部の解析に優れた FEM を用いた。

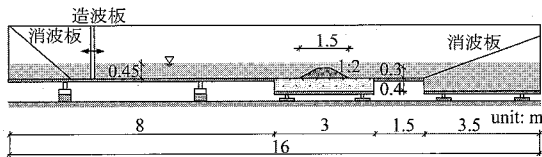


図-1 実験装置

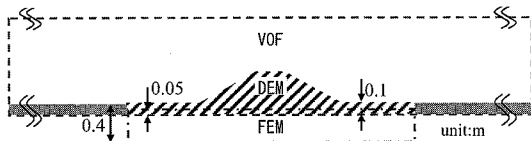


図-2 潜堤周辺部のVOF-DEM-FEMの解析領域

(3) FEMの概要 (海底地盤下層部)

$$G \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \rho g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (20)$$

$$G \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \rho g \frac{\partial h}{\partial z} \quad (21)$$

$$\rho_w g \left(\beta \lambda_w + \frac{\lambda_a}{P} \right) \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = k_b \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) \quad (22)$$

ここに、 λ_w : 水の体積含有率、 ρ : 水の密度、 λ_a : 空気
の体積含有率、 k_b : 砂層の透水係数、 G : セン断弾性係
数、 β : 水の圧縮率、 E : ヤング率、 ν : ポアソン比、 P : 絶対圧、 g : 重力加速度、 u_x, u_z : x, z 方向の砂層の
変位、 h : 変動間隙水圧水頭である。

(4) 解析モデルと連成方法

解析対象とした潜堤モデルは、Bierawski and Maeno (2002) が行った図-1 に示す捨石による潜堤を用いた模
型実験を対象とした。図-2 は、潜堤周辺部の VOF、
DEM、FEM それぞれの解析領域を示している。捨石部
や海底地盤表面付近では活発な浸透流が生じることが考
えられるため、DEM 粒子に作用する抗力や圧力勾配を
適切に与える必要がある。本研究では、VOF 法が最も
よく海底地盤面と水中との水の交換を表現できることな
どを考慮して、斜線で示した潜堤部分および海底地盤の
上層部 0.1m 部分を含めた図の破線で囲まれた領域に
VOF 法を適用した。次に、捨石マウンドや、海底地盤
上層部の比較的大きな変形を捉えるために図中の斜線部
分には DEM を適用した。一方、大きな変形が生じない
と考えられる海底地盤の下層部 (図中の一点鎖線の領
域) には多孔質弾性体理論に基づく FEM を適用した。



図-3 潜堤周辺部の初期パッキング状況

(5) 解析条件

a) 計算条件

本研究では DEM の粒子形状は円柱を想定し、奥行き
方向の断面幅は捨石の粒径 (0.15 m) とした。砂粒子に
関しては、実際の粒径である 0.25 mm で計算を行うと
多大なメモリと計算時間が必要とされるため、実際の粒
径よりも大きくとり 50 mm を用い、一定量の砂粒子が
集まった剛体として砂粒子の運動を捉えることにした。
捨石の海底地盤への沈み込みなどの長期的な変形は再現
できないが、潜堤法肩の初期破壊過程は十分再現可能で
あると考えられる。DEM の計算時間間隔は $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$ s である。また、計算時間短縮のため、
VOF および FEM の時間間隔は DEM の計算の 2 倍の
値をとり、ともに $\Delta t = 2.0 \times 10^{-4}$ s とした。また、動摩
擦係数 μ は、捨石粒子には 1.0、砂粒子には 0.577 とし
た。VOF 法の外力として、初期水深 0.45m の場に、波
高 0.20 m、周期 2.0 s の波を入射させた。

b) 初期パッキング

均一粒径粒子の初期配列が規則的である場合、せん断
による膨張を招き易いため、本研究では、ランダムパッ
キングの方法として落下法を用い、砂層部および捨石部
の初期配列を決定している。図-3 は初期パッキングの
結果である。なお、パッキング時およびその後の解析に
おいては、粒子の過度な振動を避けるために粒子間に若
干の粘着力 (0.002 N/m^2) を考慮している。

c) 間隙率の評価

VOF 法で多孔質部を解析する場合には、式 (2)、
(3) に示すように、流れ場を支配する基礎式に間隙率
が必要になる。また、式 (7)、(8) に示すように、流
体が多孔質体から受ける抗力の算定においても間隙率が
重要な要素となる。そのため、捨石および砂粒子の変形
やかみ合わせの変化による間隙率の変化は、流体部と多
孔質体境界付近の流体運動に大きな影響を与えると考
えられる。しかし、著者の知る限りでは、これまでの 2 次
元場を対象とした VOF-DEM 連成モデルに関する研究
では VOF 法に対して DEM 粒子の移動に伴う間隙率の
変化をフィードバックした解析モデルは見あたらなか
った。また、単純に 2 次元場の粒子配列から得られる間
隙率をそのまま算出すると、粒子を円柱として扱った場
合の間隙率となるため、3 次元的なかみ合わせをもつ実
際の粒子配列からなる間隙率よりも小さく見積もってしま

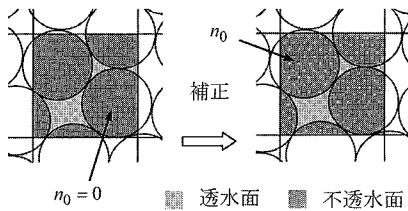


図-4 間隙率の補正（概念図）

う。そこで本研究では、2次元場においてもDEM粒子の移動に伴う間隙率の変化を算定可能な以下の手法を提案する。

図-4に示すように、DEM粒子そのものの間隙率は $n_0=0$ で、本来間隙は存在しない。しかし、前にも述べたように、DEMの計算は鉛直2次元場で行っており、粒子配列から得られる間隙率は実際と異なるため、以下に示すような補正を行った。すなわち、粒子円内にも一定の間隙率 n_0 があるものとし、粒子円外の間隙と粒子円内の間隙を合わせた間隙率が、実験値と一致するように設定した。つまり、粒子円に与える間隙率を n_0 、実験で得られた間隙率を n_{exp} とすると、捨石部および砂領域それぞれに対して、次式のような関係がある。

$$n_{exp} = (A_f + A_s n_0) / (A_f + A_s) \quad (23)$$

ここに、 A_s は粒子円の面積、 A_f は粒子円外の間隙面積であり、間隙率が定義されるセルの面積を A_c とすると $A_c = A_s + A_f$ である。上式を変形すると n_0 は次式で表すことができる。

$$n_0 = (A_c n_{exp} - A_f) / (A_c - A_f) \quad (24)$$

n_0 の算定にはパッキング後の粒子配列を使用し、指定した矩形領域を対象に計算を行う。 n_{exp} は実験値を考慮して砂層部を0.40、捨石部を0.39とした。捨石部直下は、捨石の重量による締固めの影響を除外するために、 n_0 算出のための計算対象とはしなかった。

以上の方法により、DEM粒子の n_0 が算定できる。次に、波浪によりDEM粒子が移動する際には、VOFの各計算セルの間隙率を、その時にセル内に存在する粒子円の面積等から次式により計算ステップごとに算出し、VOF法に適用する。

$$n = (A_f + A_s n_0) / (A_f + A_s) \quad (25)$$

図-5は初期状態においてVOFに適用するために補正した間隙率である。図より、捨石内部の間隙率が概ね0.4程度となり、また、捨石マウンド表面付近ではかなり大きくなることが確認できる。以上の手法により、DEM粒子の移動に伴う捨石部および海底地盤部の間隙率の変化を算定することができるようになり、VOF法における多孔質抵抗を適切に評価できるようになる。

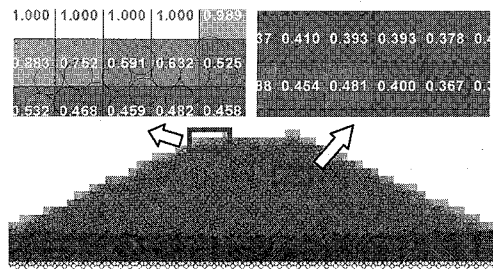
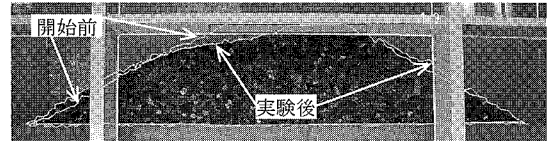
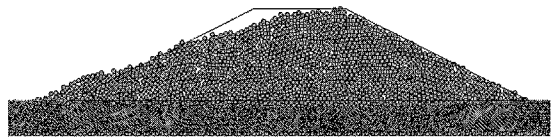


図-5 計算上の間隙率



(a) 実験結果 (t=120 s)



(b) 解析結果 (t=30 s)

図-6 潜堤の破壊形状の比較

3. 結果および考察

図-6(a)は、実験開始後120秒後の潜堤の破壊状況を示している。この図より、波の作用により、港外側の潜堤法肩部分が崩れて、潜堤法尻へ移動している様子がわかる。また、港内側の法面がわずかではあるがふくらんでいる様子が見られる。図-6(b)は、本研究で提案したVOF-DEM-FEM連成モデルによる計算開始後30秒経過した時点の結果を示している。潜堤法肩部分の石礫が破壊し、法尻へと移動するという実験結果の示す傾向を良く再現できていることがわかる。しかし、解析結果では計算開始初期の比較的早い段階で港外側の法肩が崩れ始め、実験よりも破壊現象の進行が早かった。また、港内側の法面のふくらみは解析では殆ど現れなかった。これは、波や浸透による潜堤背後における流体力が解析では実験よりも過小評価されたことなどが原因であると考えられる。

図-7(a)、(b)は、波の谷および波の峰が潜堤上を通過する時の潜堤周辺の変動水圧分布である。潜堤の形状変化や透水性の違いによる水圧伝播の遅れなどが表現されており、VOFとDEMとFEMの連成が良好になされていることがわかる。また、図-7(a)の潜堤法面の圧力勾配より、法肩付近の粒子は潜堤内部から外部に向かう力を受け、図-7(b)より、法面上の粒子は法面を転が

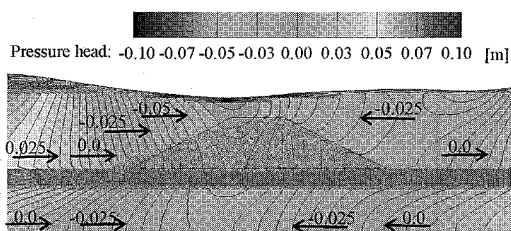
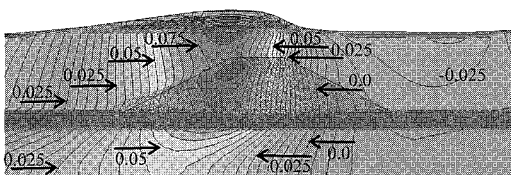
(a) 波の谷の通過時 ($t=9.50$ s)(b) 波の峰の通過時 ($t=10.20$ s)

図-7 変動水压分布

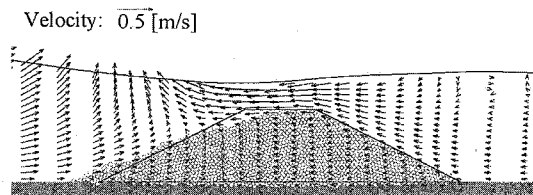
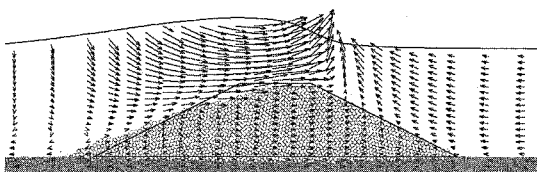
(a) 波の谷の通過時 ($t=9.50$ s)(b) 波の峰の通過時 ($t=10.20$ s)

図-8 流速分布

り落ちる方向に力を受けることがわかる。

図-8(a), (b)は、波の谷および波の峰が潜堤上を通過する時の流速分布を示している。この図より、潜堤法肩の破壊した部分ではDEM粒子の流失に伴い、多孔質場であった箇所は流体場となって解析が行われることがわかる。一方、法尻付近ではDEM粒子の堆積により、もともと流体場であった箇所が多孔質場として解析が行われている。法肩部分では比較的大きな流速が作用しており、法尻付近は流れと圧力勾配による外力の相乗効果により破壊が進行しやすくなる箇所であることが確認できる。

4. 結 論

本研究で提案したVOF-DEM-FEM連成モデルは、DEMによる潜堤の変形をVOF法による流速場の解析

に良好に反映することができ、多孔質材料を含む海岸構造物の破壊過程を予測するモデルとして有効であることが示された。

謝辞：本研究の一部は、科学研究費補助金、基盤研究(C) (代表：前野詩朗、課題番号：17560461)並びに基盤研究(A) (代表：酒井哲郎、課題番号：14205072)の補助のもとで行われた。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 荒木進歩, 小竹康夫, 金澤 剛, 松村章子, 出口一朗(2001): VOF法と個別要素法の連成解析による傾斜捨石護岸の変形予測, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 931-935.
- 磯部雅彦・余 錫平・梅村幸一郎・高橋重雄(1999): 数値波動水路の開発に関する研究, 海岸工学論文集, 第46巻, pp. 36-40.
- 伊藤一教, 東江隆夫, 勝井秀博(2000): DEM法とVOF法を用いた粒状体構造物の破壊シミュレーション, 海岸工学論文集, 第47巻, pp. 746-750.
- 伊藤一教, 樋口雄一, 東江隆夫, 勝井秀博(2001): 個別要素法に基づく捨石のランダム性を考慮した潜堤の変形予測手法, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 806-810.
- 後藤仁志・酒井哲郎・富永圭司・豊田泰晴(1994): 変動波圧を受ける海底地盤の挙動の数値模擬への個別要素法的应用, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 596-600.
- 後藤仁志, 原田英治, 酒井哲郎(2001): 個別要素法に基づく移動床シミュレータモデル定数の最適化, 土木学会論文集, No.691/II-57, pp. 159-164.
- 蔣 勤・高橋重雄・村西佳美・磯部雅彦(2000): 波・地盤・構造物の相互作用に関するVOF-FEM予測モデルの開発, 海岸工学論文集, 第47巻, pp. 51-55.
- 前野詩朗・小谷裕司・坪田裕至・名合宏之(1999): 高波浪場における海岸堤防周辺地盤の動的挙動に関する研究, 海岸工学論文集, 第46巻, pp. 961-965.
- 前野詩朗・藤田修司(2001a): VOF-FEMモデルによる護岸周辺地盤の動的挙動の検討, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 971-975.
- 前野詩朗・後藤仁志・坪田裕至・原田英治(2001b): DEM-FEMモデルによる変動水圧場における護岸周辺地盤の流動解析, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 976-980.
- 前野詩朗・Magda, W.(2001c): 変動水圧場における海底埋設パイプラインの浮上機構に関する研究, 土木学会論文集, II-57, No.691, pp. 105-120.
- 前野詩朗, 道奥康治, 森永智, 菊池慶太(2004): 捨石堰周辺の流況解析, 水工学論文集, 第48巻, pp. 829-834.
- 道奥康治, 南條雅志, 石垣泰輔, 前野詩朗(2005): 捨石水制が冠水した開水路流の二次元二層流モデル, 土木学会論文集, No.782/II-70, pp. 31-50.
- Arbhabhirama, A. and A. Dinoy (1973): Friction factor and Reynolds number in Porous media flow, Jour. Hydraul. Engrg., ASCE, Vol.99, HY6, pp. 901-911.
- Bierawski L. G. and S. Maeno(2002): Water pressure fluctuation around a submerged breakwater, DPRI, Kyoto University, Symposium on Dynamic Water Pressure Bed Response in the Water, pp. 49-54.
- Edward, C. C., L. Fue-Sang and M. M. Yovanovich (2000): Numerical study of forced flow in a back-step channel through porous layer, 34th, ASME Nartional Heat Transfer Conference, pp. 1-6.
- Ergun, S.(1952): Fluid flow through packed columns, Chemical Engineering Progress, Vol.48, No.2, pp. 89-94.
- Ward, J. C. (1964): Turbulent flow in porous media, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol.90, No. HY5, pp. 1-12.