

直立円柱周辺の 3 次元流体場および局所洗掘の数値解析

榎田真也¹・由比政年²・石田 啓³

円柱壁面や移動床付近における境界層の剥離や再付着を伴う複雑な渦流れを正確に解析する上で有効な移動一般曲線座標系に変換した Navier-Stokes 方程式に基づく 3 次元流体解析モデルに、掃流砂の輸送量式と底質の体積保存式からなる底面地形解析モデルおよび底質粒子の安定条件を考慮した斜面滑動モデルを組み込んで、流体と移動床の連成解析モデルを開発した。砂質地盤上に設置された直立円柱周囲の一樣流れを対象に、流況と局所洗掘の発達過程を解析し、適用性を検討した。計算結果は実験で観測された洗掘過程および流況変化の主要な特性を再現した。また、渦流れの構造や底面せん断応力の増幅特性に関する知見が得られた。

1. はじめに

海岸・海洋構造物基礎周辺で発生する局所洗掘を正確に予測することは、構造物の安定性を検討する上で重要である。これに対して、洗掘実験と共に、流体運動・底質輸送・底面地形変動などの要素およびその干渉過程を数値モデル化して解析する研究が進められている (Brors, 1999; Zhao ら, 2004)。しかしながら、その研究の大部分は流体場を断面 2 次元化または平面 2 次元化するため、3 次元的な渦流れ現象に伴う局所洗掘過程について未解明な点が多い。最近では、3 次元流体モデルに基づいて、直立円柱周辺の底面地形変動を解析した結果が報告されている (Rouland ら, 2005) が、流況および洗掘の発達過程に関する知見は十分とは言えない。

そこで本研究では、構造物基礎周辺に発達する馬蹄形渦や後流渦などの渦運動を 3 次元流体場構造として厳密に捉えた上で、渦流れによる底質輸送の時空間分布や輸送量バランスを評価する流体場と移動床の 3 次元連成解析モデルを開発した。直立円柱周囲の流れと洗掘の発達過程への適用性を検討するとともに、洗掘の進行過程における渦流れの内部構造特性および底面せん断応力の増幅特性について考察を行った。

2. 解析方法

(1) 基礎方程式

円柱壁面や底面における境界層の剥離や再付着を伴う複雑な渦流れ現象を精度良く解析するために、流体の運動方程式として一般曲線座標系に変換した非圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いる。また、底面の浸食・堆積による地形変動を移動境界として取扱い精度良く解析するため、ALE 法に基づいて記述した次式を用いる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \left(u_j - \frac{\partial x_j}{\partial t} \right) \frac{A_{jk}}{J} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_k} = f_i - \frac{A_{ij}}{J} \frac{\partial p}{\partial \xi_j} + \frac{1}{\text{Re}} \bar{\Delta} u_i \dots (1)$$

ここで、 x_i は物理空間座標、 ξ_i は計算空間座標、 t は時間、 u_i は速度、 p は圧力、 f_i は物体力、 Re は Reynolds 数である。式 (1) 左辺第 2 項の $\partial x_i / \partial t$ には格子点の移動速度を与える。Laplace 演算子は $\bar{\Delta}$ 次式で表される。

$$\bar{\Delta} = \left(\frac{A_{in}}{J^2} \frac{\partial A_{ik}}{\partial \xi_n} - \frac{A_{jk} A_{jm} A_{st}}{J^3} \frac{\partial^2 x_s}{\partial \xi_m \partial \xi_i} \right) \frac{\partial}{\partial \xi_k} + \frac{A_{pq} A_{pr}}{J^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi_q \partial \xi_r} \dots (2)$$

ヤコビアンおよびメトリックは次式で定義される。

$$J = \varepsilon_{ijk} \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j} \frac{\partial x_k}{\partial \xi_l} \dots (3)$$

$$A_{ij} = \frac{1}{2} \varepsilon_{imn} \varepsilon_{jpq} \frac{\partial x_m}{\partial \xi_p} \frac{\partial x_n}{\partial \xi_q} \dots (4)$$

一般に地盤面変動に直接影響を与える底質輸送現象として掃流砂と浮遊砂の 2 つの形態があるが、本研究では掃流砂による底質輸送が支配的な場合を想定して、移動床解析には次に示す底質の体積保存式を用いる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{1-n} \frac{A_{ij}}{J} \frac{\partial q_i}{\partial \xi_j} = 0 \dots (5)$$

ここで h は底面高さ、 q_i は掃流砂量、 n は空隙率である。掃流砂量 q_i は次式で評価する。

$$q_i = q_0 \frac{\tau_i}{|\tau|} \dots (6)$$

τ_i は底面せん断応力、 q_0 は単位面積当りの掃流砂量である。 q_0 は次に示す Nielsen (1992) の式を用いて評価する。

$$q_0 = \begin{cases} 12 \sqrt{g(s-1) \cdot d^3 (\theta - \theta_c) \theta^{1/2}} & \text{if } \theta > \theta_c \\ 0 & \text{if } \theta \leq \theta_c \end{cases} \dots (7)$$

θ は Shields 数、 θ_c は底質の移動限界 Shields 数、 d は中央粒径、 s は底質の比重、 g は重力加速度である。 θ は次式で定義される無次元化した底面せん断応力である。

1 正 会 員 博(工) 金沢大学助手大学院自然科学研究科
2 正 会 員 博(工) 金沢大学助教授大学院自然科学研究科
3 フ ェ ロ ー 工 博 金沢大学教授大学院自然科学研究科

$$\theta = \frac{|\tau|}{g\rho(s-1)d} \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 ρ は流体の密度である。

平坦な底面上における移動限界 Shields 数 θ_{c0} は計算条件として与え、底面の浸食・堆積に伴い発生する斜面勾配の影響を考慮して θ_c を評価する。 θ_c と θ_{c0} は、斜面上の底質に作用するせん断応力と重力の静的な力の釣り合い条件より次式で関係づけられる (Kovacs・Parker, 1994)。

$$\left| \frac{\theta_c}{\theta_{c0}} a_i + \frac{1}{\tan \phi} b_i \right| = |c_i| \dots\dots\dots (9)$$

ここで ϕ は底質の安息角、 a_i は底面せん断応力方向の単位ベクトル、 b_i および c_i は単位鉛直ベクトルの斜面接線方向ベクトルおよび法線方向ベクトルである。式(7)の掃流砂量式は平衡流砂状態を対象に提案されたものである。円柱周辺の渦流れに伴う底質輸送は非平衡状態にあると推測されるため、非平衡性を考慮したより適切なモデルを今後検討する必要がある。

(2) 計算方法

数値的な安定性を良くするために、式(1)の時間積分には陰的な Euler スキームを用いた。MAC 法に従って Poisson 方程式を用いて圧力場を計算した。式(5)の時間積分には陽的な Euler スキームを用いた。空間的な差分化に関しては、対流項以外の全てに2次精度の中心差分を用い、対流項には Kawamura・Kuwahara (1984) の3次精度の風上差分を適用した。

本研究では、式(1)～(4)および圧力に関する Poisson 方程式で表される流れ場と、式(5)～(9)で表される底面地形変動を組み合わせることで連成的な解析を行う。まず流れ場の計算を行い、底面せん断応力および掃流砂量を算定する。その後、底面高さの変化量を計算し、底面地形を変化させる。ただし、底質の安息角を越えるような急勾配斜面が発生した場合は、斜面が安息角になるように周辺の底面地形を修正する。具体的には、底面上の格子点間の傾斜を順次調べ、安息角を越えるものがあれば底質の体積保存を考慮して、隣接する格子点の高さを上下に補正する (例えば、Liang ら (2005) 参照)。この補正に伴って周辺の斜面が安息角を越える場合があるため、全ての斜面が安息角以下になるまで補正を繰り返す。その後、更新された底面地形に適合した格子点を再形成して、次の時刻の流れ場の計算を進める。以上の手順を繰り返すことで流れ場と底面地形の時間発展計算を行った。

(3) 解析条件

一様な砂質地盤上に設置された直立円柱周辺の一様流れ場を対象に、渦流れの発達に伴う局所洗掘の進行過程を解析する (図-1)。底質および流れ場に関する条件は次

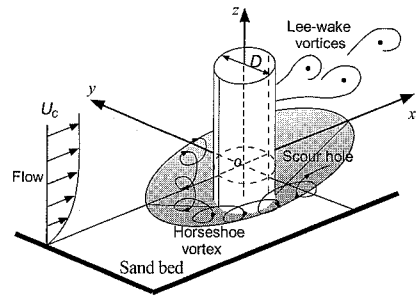


図-1 直立円柱周辺の渦流れと局所洗掘

のように設定した。底質の移動限界 Shields 数は $\theta_{c0} = 0.03 \sim 0.05$ の静的洗掘状態とする。底質の安息角 $\phi = 30^\circ$ 、空隙率 $n = 0.3$ 、比重 $s = 2.65$ 、粒径 $d = 0.3$ mm とした。 $Re = 1000$ 、相対水深 $H/D = 1$ とした。

流れ方向を x 軸、円柱中心の鉛直軸を z 軸、両者の直交方向を y 軸とし、原点 o は底面上の円柱中心とする。初期解析格子は円柱壁面および底面の境界形状に適合した円筒型の格子で、周方向 64 点、半径方向 42 点、鉛直軸方向 24 点配置した。解析領域は半径方向に円柱直径の約 15 倍を確保した。底面地形変化の後には、底面高さに応じて鉛直方向に格子点を再配置することで、洗掘地形に適合した格子を作成して計算を行った。

初期条件として静止流体場を設定し、主流が一定流速になるまで、底面を固定して流れ場のみ計算し、流れ場が十分発達したところで、移動床として、流れ場と底面地形の連成計算を開始した。境界条件としては、上流側の外部境界では一様流の条件を与え、下流側では外挿により速度と圧力を決定した。円柱表面および底面では、速度は滑りなしの条件を与え、圧力は境界層近似に基づいて外挿した。水面は滑り条件の固定境界とした。

3. 解析結果および考察

(1) 洗掘地形の発達過程

図-2 は $\theta_{c0} = 0.03$ の場合の円柱周辺における局所洗掘の時間変化を示す計算結果および模型実験による洗掘状況の写真を示す。円柱前面から側面の中間で洗掘が開始し、徐々に洗掘が深くなると同時に周辺に拡大する。円柱上流側半分まで洗掘孔は逆円錐形になり、馬蹄形渦の影響による2本の溝が円柱両側面から下流にかけて発生する。溝周辺の円柱背後には底質の堆積域が形成される。このような洗掘・堆積形状の特徴は写真に示す洗掘実験の結果および Niedoroda・Dalton (1982) の報告と整合する。

対称断面 $y = 0$ における円柱上流および下流の洗掘孔の断面形状の時間変化を図-3 に示す。洗掘初期においては、円柱直上流で浸食された底質は洗掘孔直上流部に

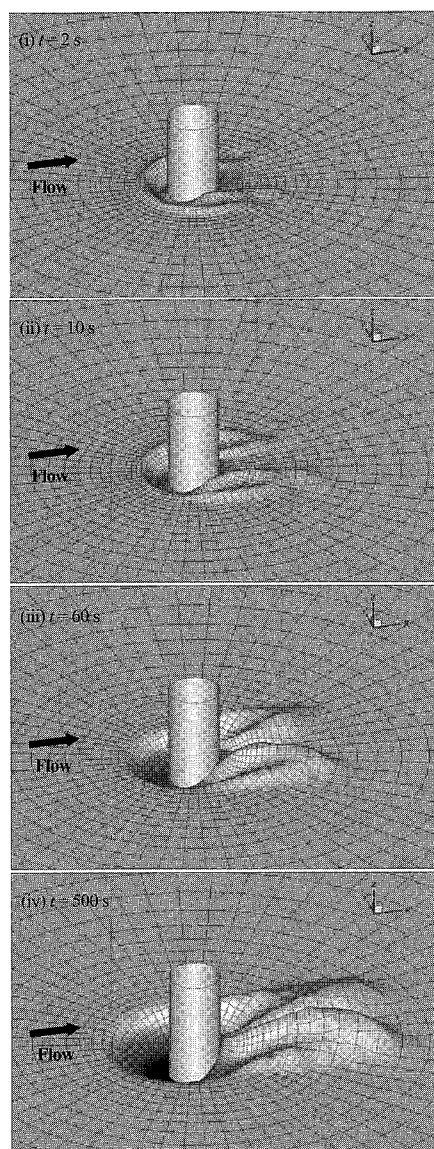
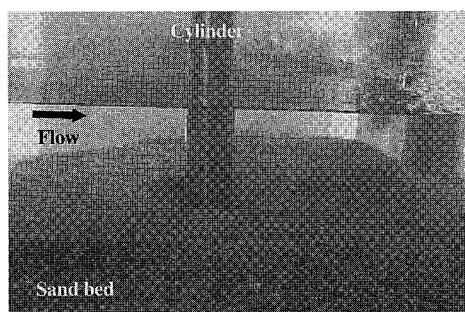
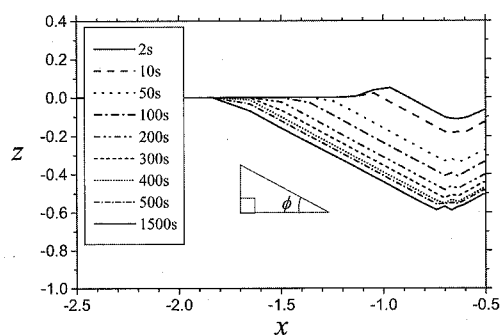
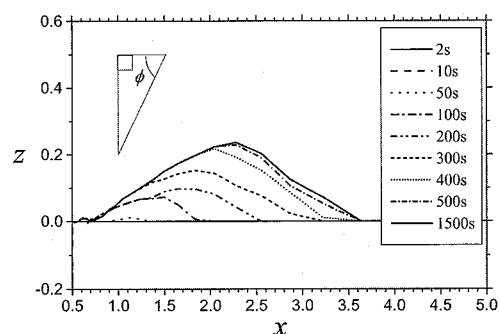
(a) 計算結果 ($t=2\text{ s}-500\text{ s}$)(b) 洗掘実験写真 ($t=500\text{ s}$)

図2 円柱周辺の洗掘の発達過程



(a) 円柱上流の対称断面



(b) 円柱下流の対称断面

図3 対称断面における洗掘孔断面の時間変化

堆積するものの、この堆積域はその後 ($t>10\text{ s}$) 急速に消滅して、初期平面 ($z=0$) から洗掘孔最深部まで一様勾配の傾斜面が形成される。この斜面勾配は底質の安息角に等しい。円柱上流側の洗掘孔は安息角勾配を維持しながら深くなる。洗掘孔の最深部は $x=-0.6$ から -0.7 の範囲に位置し、洗掘深の増加に伴い徐々に上流側へ移動する。

円柱下流側では円柱側方で浸食された底質が堆積してマウンドが形成される。マウンド頂部は徐々に下流へ移動しながら高くなるが、法先の位置はほぼ $x=0.7$ 付近に固定され、法先付近の斜面の立ち上り勾配もほぼ一定である。マウンド頂部より上流側の斜面の平均勾配は下流側の斜面勾配に比べて大きいものの、円柱上流側の洗掘孔内の斜面勾配 (安息角) と比べると小さい。上記の円柱上下流における底面の浸食・堆積の特徴は Dargahi (1990) の実験結果と良好に一致する。

(2) 洗掘に伴う流況および底面せん断応力の変化

図-4 は対称断面、円柱表面および底面に沿う面上の流速分布図であり、洗掘の発達に伴う流況の変化を表す。洗掘が深くなるにつれて円柱前面に沿う下降流が強く洗掘孔内へ流れ込み、大規模な馬蹄形渦が発達する。このような対称面における流速分布の変化は Graf・Istaitio (2002) による洗掘地形上の流速測定の結果と良く一致す

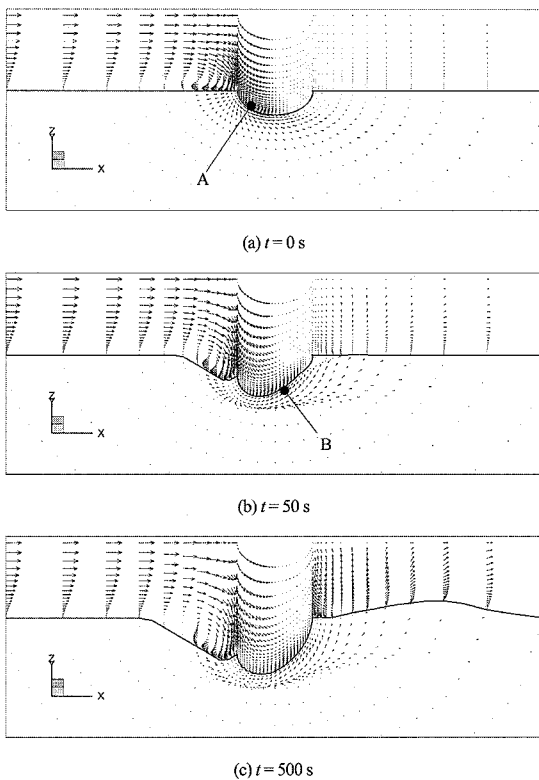


図-4 洗掘の発達に伴う流速分布の変化

る。初期の平坦地形上では、流れは円柱前面に衝突して円柱前面から円柱側面へ回り込みながら円柱の上流側根元部分（図-4(a)中の A 付近）に集中する。洗掘の発達に伴って流れの上流根元部分への集中は徐々に弱まるが、上流から洗掘孔に入り込んだ流れが円柱側面から背後面に沿って流出する際に、円柱の下流側根元部分（図-4(b)中の B 付近）に流れが集中するため、強い流れが発生する。洗掘地形が平衡状態に近づくにつれて、下流側根元部分の流れの集中も徐々に緩和される。

図-5 は洗掘地形の変化による底面せん断応力分布の変化を示す。その値は移動限界 Shields 数 $\theta_{c0}=0.03$ で基準化した増幅率で表示したものである。増幅率の空間最大値は局所洗掘の発達につれて減少する。その発生位置は初期平坦地形上では円柱左肩部（上流側面）に分布するが、洗掘時は円柱右肩部（下流側面）および上流洗掘孔の深部に円弧状に分布する。このような底面せん断応力分布の特徴は Melville・Raudkivi (1977) の実験および Roulund ら (2005) の数値解析の結果と一致する。

以上の洗掘地形の発達と流況・底面せん断応力の変化から、洗掘孔深部で生じる強い局所流が円柱根元周辺の底面を浸食し、深部斜面が安息角以上に急峻化すると斜面が滑動して徐々に上部斜面へ浸食が進行する過程が良

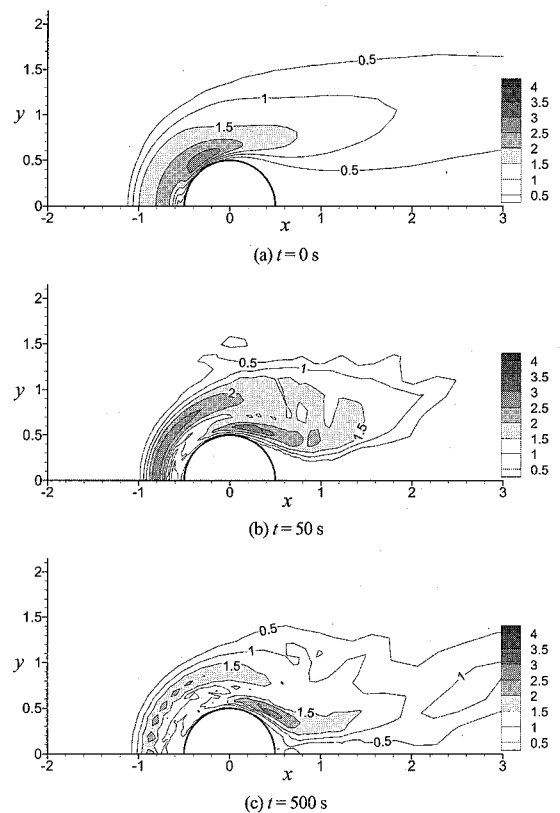


図-5 洗掘の発達に伴う底面せん断応力分布の変化

好に再現されていることが確認できた。

(3) 底質条件の違いによる洗掘地形の変化

移動限界 Shields 数 θ_{c0} の違いによる平衡状態の洗掘地形の変化を図-6 に示す。 θ_{c0} の違いによって洗掘地形の発達度合いが異なる。 θ_{c0} が比較的大きいと、円柱根元付近の底質しか移動しないため、円柱前方から側面に沿って U 字型の浅い溝が形成されるに留まる。一方、 θ_{c0} が小さいと、移動する底質の範囲が広がり、円柱上流半分で逆円錐形の洗掘孔が発達する。本解析条件の下では、 θ_{c0} が減少すると洗掘深や範囲は増大する。

次に、洗掘孔の深さ z_b および円柱背後に形成された堆積丘の高さ z_t の時間変化を図-7 に示す。洗掘開始直後に洗掘深は急激に増加し、その増加割合が徐々に減少して平衡洗掘深に漸近する。堆積高さも洗掘深とほぼ同様の時間変化を示す。両者の時間変化の特徴は従来の洗掘実験結果 (Yanmaz・Altinbilek, 1991) と整合するが、平衡洗掘深は従来実験結果に比べて浅い。この理由の一つとして、本計算では浅い水深で、水面を固定境界として取り扱ったことによる閉塞効果の影響が考えられる。本解析条件の範囲では、移動限界 Shields 数が小さいほど、平衡洗掘深やマウンド高さは大きく、底質の移

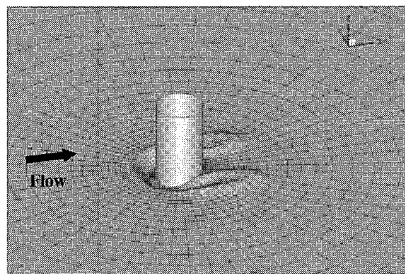
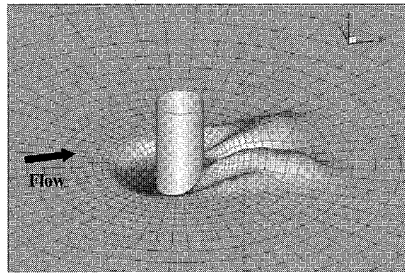
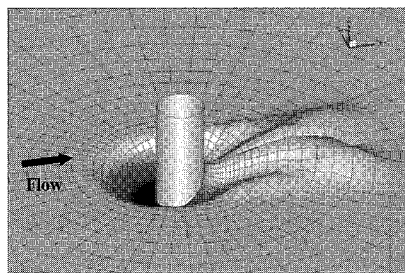
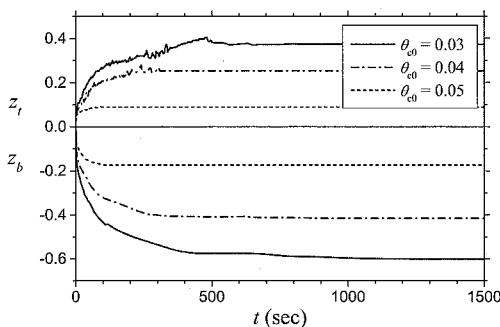
(a) $\theta_{co} = 0.05$ (b) $\theta_{co} = 0.04$ (c) $\theta_{co} = 0.03$ 図-6 Shields 数の違いによる平衡洗掘地形の変化 ($t=1500s$)

図-7 洗掘深および堆積高さの時間変化

動量や範囲が増大して、平衡状態に達するまでの時間も長くなる。

4. おわりに

移動一般曲線座標系 Navier-Stokes 方程式に基づく流体解析モデルに底質輸送および斜面滑動モデル等を連成

的に組み込んだ3次元流体・移動床解析モデルを開発し、一様流場における直立円柱周辺の底面地形変化を解析した。計算結果は実験で観測された局所洗掘の発達過程および流況変化の主要な特徴を良好に再現した。さらに、洗掘過程における渦流れの内部構造特性および底面せん断応力の増幅特性に関する知見を得た。

今後の課題として、流れ場に関しては高 Reynolds 数領域へと対象を拡張するための乱流モデルの適用および自由水面境界の導入、底質輸送に関しては非平衡性を考慮した掃流砂量の評価および浮遊砂モデルの導入などを検討する必要がある。

謝辞：本研究を進める上で Liang Cheng 助教授（西オーストラリア大学）のご指導を賜りました。また、本研究の一部は、科学研究費補助金（課題番号：17760401）の補助を受けました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- Brors, B. (1999) : Numerical modeling of flow and scour at pipelines, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, No. 5, pp. 511-523.
- Dargahi, B. (1990) : Controlling mechanism of local scouring, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 116, No. 10, pp. 1197-1214.
- Graf, W. H. and I. Istiarto (2002) : Flow pattern in the scour hole around a cylinder, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 40, No. 1, pp. 13-20.
- Kawamura, T. and K. Kuwahara (1984) : Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness, *AIAA paper-84-0340*.
- Kovacs, A. and G. Parker (1994) : A new vectorial bedload formulation and its application to the time evolution of straight river channels, *J. Fluid Mech.*, Vol. 267, pp. 153-183.
- Liang, D., L. Cheng and F. Li (2005) : Numerical modeling of flow and scour below a pipeline in currents Part 2. Scour simulation, *Coastal Engineering*, Vol. 52, pp. 43-62.
- Melville, B. W. and A. J. Raudkivi (1977) : Flow characteristics in local scour at bridge piers, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 15, No. 4, pp. 373-380.
- Niedoroda, A.W. and C. Dalton (1982) : A review of the fluid mechanics of ocean scour, *Ocean Eng.*, Vol. 9, No.2, pp. 159-170.
- Nielsen, P (1992) : Coastal bottom boundary layers and sediment transport, *World Scientific Publishing*, Singapore, *Advanced Series on Ocean Engineering*, Vol. 4, 324p.
- Roulund, A., B. M. Sumer, J. Fredsoe and J. Michelsen (2005) : Numerical and experimental investigation of flow and scour around a circular pile, *J. Fluid Mech.*, Vol. 534, pp. 351-401.
- Yanmaz, A. M. and D. A. Altinbilek (1991) : Study of time-dependent local scour around bridge piers, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 117, No. 10, pp. 1247-1268.
- Zhao, M., B. Teng and L. Cheng (2004) : Numerical simulation of wave-induced local scour around a large cylinder, *Coastal Engineering Journal*, Vol. 46, No. 3, pp. 291-324.