

## 海域還元砂の最適な投入地点の選定手法に関する研究

田島芳満<sup>1</sup>・小塚将之<sup>2</sup>・水流正人<sup>3</sup>・石井敏雅<sup>4</sup>  
坂上武晴<sup>5</sup>・百瀬和夫<sup>6</sup>・三村信男<sup>7</sup>

海岸侵食の緩和を目的とした土砂の海域還元工法において、効果的な土砂の還元地点、量、投入時期を選定するためには、投入砂の挙動を精度良く予測する技術が不可欠となる。本研究ではこのような特定土砂の挙動の定量的・定性的な予測に適用可能なモデルの開発を試みた。モデルでは波・流れ共存場における粒子の移動速度を Madsen (1991) の掃流砂モデルと同様の概念に基づき新たに定義し、移動層厚の概念を用いて土砂移動量を、ランダムウォークを用いて粒子の拡散効果をそれぞれ再現した。最後に実際の海浜にモデルを適用し、新たに実施した蛍光砂調査によって得られた、拡散を含む蛍光砂の移動形態の実測値と比較してモデルの妥当性を検証した。

### 1. はじめに

海岸侵食対策としての養浜工法は、砂浜などの侵食場所に直接土砂を巻き出すのが一般的であるが、海域へ土砂を投入し、波や流れなどの自然営力によって目標とする侵食場所へ間接的に土砂を誘導する方法も養浜工法の一つといえる。このような海域還元による養浜計画を立案する場合は、還元土砂の投入量、投入地点および投入時期を対象エリアの底質移動特性に即して適切に設定することが重要である。

底質移動特性の把握には蛍光砂を用いた追跡調査が有効であるが、時間やコストの制約から広域的かつ長期的な底質移動状況を把握することは難しく、実務上は底質粒子一粒の挙動を Lagrange 的に追跡する移動経路予測の数値解析が行われることが多い。しかしながら、このような従来型の移動経路予測モデルでは代表粒子一粒の移動経路は算定できても、実際の土砂投入量や投入地点の計画時に重要な土砂の移動量や波や流れに伴う拡散範囲の推定は困難である。

そこで本研究では、還元砂の最適な投入方法の検討に適用可能な新しい移動経路予測モデルの構築を試み、実海域における蛍光砂調査結果との比較を通じてその妥当性を検証する。

### 2. 拡散効果を考慮した移動経路予測モデル

#### (1) モデルの概要

新たに構築した移動経路予測モデルの計算フローを図-1 に示す。図中、 $\mathbf{X}_i^t$  は時間ステップ  $t$  における粒子  $i$  の位置ベクトルを表しており、 $N$  個の粒子の移動経路を

時間ステップ  $t$  が所定の計算時間  $T_{end}$  に達するまで繰り返し計算する。その他の変数の定義は後述する。また、粒子移動の起因力となる波・流れ場については、対象地点における実際の波浪時系列に合せてあらかじめ計算し、その平面分布を随時入力する。本研究では平面波浪場をエネルギー平衡方程式で、海浜流場はラディエーション応力項を付加した非線形長波式でそれぞれ算定する。また  $Z_i^t$  および  $\mathbf{A}$  は、それぞれ粒子  $i$  の表層からの深さ、蛍光砂の投入領域であり、後述する底面粒子の移動層厚との関係から個々の粒子の移動可否条件を判定する。

移動条件時における新しい時間ステップの粒子の位置ベクトル  $\mathbf{X}_i^{t+1}$  は次式で計算する。

$$\mathbf{X}_i^{t+1} = \mathbf{X}_i^t + \mathbf{U}_s \Delta t + \mathbf{R} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $\mathbf{U}_s$  は周期平均した粒子の平均移動速度ベクトルであり、 $\mathbf{R}$  は拡散現象を考慮したランダムウォークによる時間  $\Delta t$ あたりの移動量ベクトルである。以下にこれらの諸量の算定方法を整理する。

#### (2) 粒子の移動速度

底質粒子の平均移動速度は、海浜平均流速の 1~2% 程度となることが現地観測結果から提案されている（たとえば灘岡ら、1981）。しかしながら、このような経験則に基づく移動速度モデルでは、波浪条件や海底勾配、粒径などの影響が考慮されておらず、その汎用性には疑問が残る。そこで本研究では、Madsen (1991) の掃流砂量算定モデルと同様の概念に基づき、以下の手順で粒子の移動速度を半理論的に導出する。

まず粒子一粒の直径を  $d$ 、表面積を  $a_s$ 、体積を  $v_s$  とする。このとき周囲の流れによって粒子が移動し始める時の限界流速  $u_{cr}$  は、流れによる抗力、静止摩擦応力、および重力による力の釣合い式(2)を用いて式(3)に導かれる。

$$\frac{1}{2} \rho C_{Dsa} a_s u_{cr}^2 = (s-1) \rho g v_s (\cos \beta \tan \phi_s + \sin \beta) \quad \dots \dots \dots (2)$$

1 正会員 Ph.D. 東京大学講師 大学院工学系研究科社会基盤学専攻  
2 正会員 修(工) 五洋建設株式会社 技術研究所  
3 正会員 五洋建設株式会社 土木設計部  
4 正会員 工博 東電設計株式会社 第二土木本部港湾・海岸部  
5 正会員 日本原子力発電株式会社土木計画グループ  
6 正会員 工修 日本原子力発電株式会社土木計画グループ  
7 正会員 工博 茨城大学教授 広域水循環科学教育研究センター

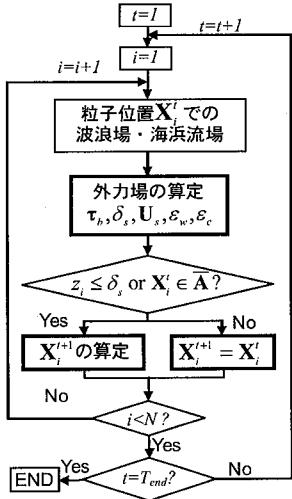


図-1 移動経路予測モデルの計算フロー

$$\frac{u_{cr}^2}{(s-1)gd} = \frac{2v_s}{C_{DS}\alpha_s} \tan \phi_s \cos \beta \left(1 + \frac{\tan \beta}{\tan \phi_s}\right) \quad (3)$$

ここで  $\tan \phi_s$  は粒子の静止摩擦角,  $C_{DS}$  は抗力係数,  $\tan \beta$  は流下方向の上り斜面勾配,  $g$  は重力加速度,  $s = \rho_s/\rho$  で  $\rho_s$ ,  $\rho$  は流体と粒子の密度である。

次に  $u_{cr}$  よりも大きな流速  $u_f$  が作用し, 粒子が流下方向に速度  $u_s$  で掃流移動する場合,  $u_f$  と  $u_s$  の関係は力の釣合い条件式(4)を整理した式(5)で表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\rho C_{DM}\alpha_s(u_f - u_s)^2 \\ = (s-1)\rho g v_s (\cos \beta \tan \phi_m + \sin \beta) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{(u_f - u_s)^2}{(s-1)gd} = \frac{2v_s}{C_{DM}\alpha_s} \tan \phi_m \cos \beta \left(1 + \frac{\tan \beta}{\tan \phi_m}\right) \quad (5)$$

ここで,  $\tan \phi_m$  は動摩擦角 ( $\phi_m \approx 30^\circ$ ) であり,  $C_{DM}$  はこの時の抗力係数である。式(3)および(5)より,  $u_f$ ,  $u_s$ , および  $u_{cro}$  の関係は次式で表すことができる。

$$u_s = u_f - \beta_s u_{cro} \quad (6)$$

ここで,  $u_{cro}$  は式(3)に  $\beta=0$  を代入して得られる水平床条件での移動限界流速である。また,  $\beta_s$  は水底勾配の影響を表す係数で,  $C_{DM} \approx C_{DS}$ ,  $\tan \phi_m / \tan \phi_s \approx 0.5$  とすれば式(3)を変形した次式で表わされる。

$$\beta_s^2 = \frac{1}{2} \cos \beta \left(1 + \frac{\tan \beta}{\tan \phi_m}\right) \quad (7)$$

以上より, 掃流移動する粒子の移動速度  $u_s$  は, 粒子に作用する流速  $u_f$ , 水平床における移動限界流速  $u_{cro}$  および, 流下方向の底面勾配  $\tan \beta$  の関数として定義される。ここで対数則を仮定すれば, 粒子周辺高さ ( $z=z_d$ ) における流速  $u_f$  は, 底面摩擦速度  $u_{*b}$  の関数として次式で表される。

$$u_f = \alpha u_{*b}, \quad \alpha = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z_d}{z_0} \quad (8)$$

ここで  $\kappa (=0.4)$  はカルマン定数,  $z_0$  は粗度高さであり, 粗面乱流条件下では Nikuradse (1933) の相当粗度  $k_N$  を用いて  $z_0 = k_N/30$  で表される。定数  $\alpha$  は相当粗度  $k_N$  と粒子高さ  $z_d$  によって一意に定まり, 仮に  $k_N=d$ ,  $z_d=0.8d$  とすれば  $\alpha \approx 8$  となる。また水平床における移動限界流速  $u_{cro}$  は, 底面剪断応力が限界剪断応力  $\tau_{cr} = u_{*cr}/\rho$  と一致する時の流速であるので, 式(8)の  $u_{*b}$  を  $u_{*cr}$  に置き換えて  $u_{cro} = \alpha u_{*cr}$  で算定できる。以上より, 掃流移動条件における底面粒子の移動速度  $u_s$  は式(6)および(8)より次式で表される。

$$u_s = \alpha(u_{*b} - \beta_s u_{*cr}) \quad (9)$$

### (3) 粒子の移動層厚および掃流砂量

後述する蛍光砂調査では, 投入した蛍光砂が表層部から徐々に流失し, 底層部の蛍光砂は投入地点でしばらく停滞する現象が見られた。実際に土砂の海域還元を行う場合にも同様の現象が起こることが想定され, このような現象を適切に再現するためには, 粒子移動速度だけではなく, 移動量も勘案したモデル化が重要となる。そこで本研究では, 以下に示す粒子移動層厚の概念を導入して粒子の移動可否を判別し, 土砂移動量を算定する。

まず, 移動層に作用する剪断応力について考える。移動層の上端境界は流体と移動粒子との境界であるので, 前述の  $\tau_b$  が作用していると仮定する。一方, 移動層の下端境界は, 静止粒子と移動粒子との境界であるので, 限界剪断応力が流下方向とは逆向きに作用していると考えられる。以上より, この移動層に作用する単位表面積あたりの応力は  $\tau_b - \tau_{cr}$  で表される。ここで単位幅を通過する粒子の総体積を  $V_s$  とすると, 式(2)と同様の力の釣り合い式(10)を通じて式(11)で  $V_s$  が定義できる。

$$\tau_b - \tau_{cr} = \rho(s-1)g V_s (\cos \beta \tan \phi_m + \sin \beta) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} V_s &= \frac{\tau_b - \tau_{cr}}{\rho(s-1)g \cos \beta (\tan \phi_m + \tan \beta)} \\ &= \frac{(\phi_b - \phi_{cr})d}{\cos \beta (\tan \phi_m + \tan \beta)} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで  $\phi$  はシールズ数である。式(11)に土砂の空隙率分を割り増して算定する移動層厚  $\delta_s$  は, 浅野ら (1992) が提案したシートフロー条件下での移動層厚の実験式と,  $d(\phi - \phi_{cr})$  に比例する点で一致する。最後に式(9)および(11)より掃流砂量フラックスは次式で表される。

$$q_{SB} = u_s V_s = \frac{8(u_{*b} - \beta_s u_{*cr})(\phi_b - \phi_{cr})d}{\cos \beta (\tan \phi_m + \tan \beta)} \quad (12)$$

ここで Madsen (1991) に倣い  $\alpha \approx 8$  とした。式(12)は水平床条件 ( $\beta=0$ ) では一般的に広く用いられる Meyer-Peter · Muller (1948) の掃流砂量式 (以下,

MPM式)と良く一致する。

#### (4) 実海域条件へのモデルの拡張

定常流条件下で掃流移動する粒子の移動速度、移動層厚、移動量の算定式として、それぞれ式(9)、(11)および(12)を導いた。ここではこれらの算定式を、実海域で顕著なシートフロー条件や、波と流れが共存する場においても適用可能なモデルへと拡張する。

Wilson (1987)によれば、移動床の相当粗度に基づく底面剪断応力を用いれば、MPM式がシートフロー条件下でも適用可能であることが確認されている。そこで本モデルでは、次のHerrmann (2004)のシートフロー条件での相当粗度を用いて底面剪断応力を算定し、得られた剪断応力を式(12)に適用して漂砂量を評価する。

$$k_N = [2 + 4.5(\phi_b - \phi_{cr})]d \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

次に、波と流れが共存する場において、底面粒子に作用する流速ベクトル  $\mathbf{u}_f$  は、Madsen (1994) の底面境界層モデルを用いて次式で定義できる。

$$u_f = \frac{\tau_b}{\rho k u_{*m}} \ln \frac{z_d}{z_0} = \alpha \frac{\tau_b}{\rho u_{*m}} \dots \dots \dots \quad (14)$$

ここで  $u_{*m}$  は波・流れ共存場での最大摩擦速度,  $\tau_b$  は次式で定義される時々刻々の底面剪断応力ベクトル,

$\tau_c$  は平均流  $\mathbf{U}_c$  による底面剪断応力ベクトル,  $f_{cw}$  は摩擦係数,  $\mathbf{u}_w(t)$ ,  $\mathbf{u}_{wm}$  は底面軌道流速ベクトルとその振幅である。以上より、波・流れ共存場およびシートフロー条件下にも適用可能な漂砂量算定式として次式を定義する。

$$q_{SB} = \frac{8(|\tau_b|/\rho u_{*m} - \beta_s u_{*cr}) (\phi_b - \phi_{cr}) d}{\cos \beta (\tan \phi_m + \tan \beta)} \frac{\tau_b}{|\tau_b|}. \quad (16)$$

ただし、海底勾配  $\beta$  も流下方向の変化に応じて時間変化するので注意が必要である。

次に、シートフロー条件での移動速度および移動層厚について考える。Wilson (1987)によれば、シートフローでは移動層に作用する全応力の一部が移動粒子間の摩擦抵抗と相殺し、結果として層内の流速が通常の底面境界層モデルに基づく流速よりも小さくなるとしており、たとえば Wilson (1987) の提案式から層内平均流速を算定すると、式(8)に  $\alpha \approx 3.3$  を代入した値とほぼ一致する。一方、式(8)において  $z_d = 0.8d$  を固定し  $k_N$  を式(13)で表せば、 $\alpha$  は相当粗度の増加に伴い減少する。そこで、本モデルでは式(9)を用いて粒子の移動速度を算定し、 $\alpha$  の値は単純に式(8)と式(13)を用いて算定した。ただし、Wilson (1987) の算定結果を参考に  $\alpha$  の下限値は 3.3とした。また、シートフロー層厚は、式(16)の漂砂量を移動速度で除し、さらに空隙率  $n$  による増分

を換算した次式で算定する

$$\delta_s = \frac{8(\phi_b - \phi_{cr})d}{\alpha(1-n)\cos\beta(1 + \tan\beta/\tan\phi_m)} \dots \dots \dots (17)$$

式(16)や(17)に示したように、波が作用する場では粒子の移動速度や移動層厚も時間変化するので、粒子の移動経路の計算においても、厳密には波の周期よりも短い計算時間間隔による繰り返し計算が必要となる。しかしながら、本モデルでは比較的長期間における投入砂の移動形態予測を目標としており、計算を効率化する目的で、粒子移動速度および層厚の周期平均値を用いて移動経路の計算を行う。ここで、平均移動層厚については式(17)を直接周期平均して算定する。一方、平均移動速度ベクトル  $U_s$  は、式(16)および(17)の周期平均値を用いた次式を用いる。

$$U_s = \frac{\langle |\mathbf{q}_{SB}| \rangle}{(1-n) \langle \delta_s \rangle} \frac{\tau_b}{|\tau_b|} \dots \quad (18)$$

ここで、 $\langle \cdot \rangle$ は周期平均を表わす。また、式(18)の分子の  $\tau_b$  を  $\tau_c$  に置き換えれば、海浜流による粒子の移動速度成分  $U_{sc}$  が抽出できる。

図-2 に本モデルにより算定した上述の  $U_{sc}$  と平均流速  $U_c$  および  $u_{wm}$  との関係を示す。図に見られるように、 $|U_{sc}|/|U_c|$  は 1~5 % 程度となり、既往の現地観測結果とほぼ一致する。ただし、 $|U_{sc}|/|U_c|$  は一定ではなく  $|U_c|/u_{wm}$  の増加と共に  $|U_{sc}|/|U_c|$  も増加する傾向が見られる。これは波に伴う底面境界層内の渦動粘性係数が相対的に小さくなり、結果として粒子の移動に直接作用する底面付近の平均流速が大きくなるためであると考えられる。また、波によるシールズ数と限界シールズ数の比  $\phi_w/\phi_{cr}$  を増加させた場合は、粗度が相対的に小さくなるため、 $|U_{sc}|/|U_c|$  が大きくなる傾向も見られた。

## (5) ランダムウォークによる拡散現象

蛍光砂調査では、特に来襲波の進行方向に卓越した投入砂の拡散現象が見られた。本モデルでは、以下に示すランダムウォークの概念を導入し、このような異方性を有する底質の拡散現象の再現を試みる。

まず、ランダムウォークによる計算時間間隔  $\Delta t$  あたりの移動距離ベクトル  $\mathbf{R}$  を、波と流れそれぞれによる拡散効果を分離した次式で定義する。

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_w \sqrt{2\varepsilon_w \Delta t} + \mathbf{r}_c \sqrt{2\varepsilon_c \Delta t} \dots \quad (19)$$

ここで  $r_w$  および  $r_c$  は、それぞれ波および流れと平行な

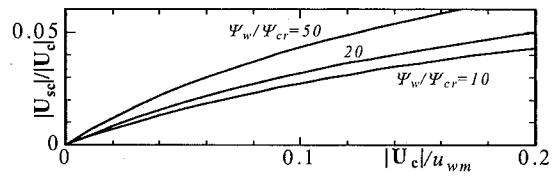


図-2  $|U_{sc}|/|U_c|$  と  $|U_c|/u_{wm}$  の関係

単位ベクトルであり、その向きは風上あるいは風下方向にランダムに変化する。波および流れによる拡散係数  $\varepsilon_w$  および  $\varepsilon_c$  については、波・流れ共存場における渦動粘性係数と同等の値を与えると仮定した次式で算定した。

ここで  $l$  は混合距離であり、本研究では移動層厚  $\delta_s$  あるいは波・流れ共存場での底面境界層厚  $\delta$  を用いて  $l = \delta_s$  および  $l = 2.5\delta$  とした場合の計算結果を比較する。一方、 $\varepsilon_w$  が粒子の軌道運動に依存していると仮定すれば、 $\varepsilon_w$  を粒子の移動速度振幅  $U_{sw}$  と軌道振幅  $A_{bms} = U_{sw}/\omega$  の積 ( $\omega$  は波の角周波数) として次式で与えることもできる。本論文では、後述する蛍光砂調査条件にモデルを適用し、これらの拡散係数の違いを検証する。

$$\varepsilon_w = U_{sw} A_{bms} \dots \dots \dots \quad (21)$$

### 3. 蛍光砂による現地調査の概要

投入した還元砂の挙動を把握する目的で、以下に示す蛍光砂による土砂移動経路調査を新たに実施した。

太平洋に直接面するA港と埋立地の間は約2.5kmの砂浜海岸である(図-3)。等深線が緩やかに弧状をなすポケットビーチであるが、その中央部では海岸侵食が著しい。対象海域(水深約7m地点)における平均有義波高は1.1m、周期8.6sである。来襲波向はENE～ESEの3方位で9割以上を占めており、冬期はENE～E、夏期はE～ESEのように卓越波向が季節的に変化する。周辺の底質は中央粒径0.1～0.2mmの細砂である。

蛍光砂は現地砂と同等の粒径のものを桃色、黄橙色、緑色の3色分作成し、図-3に示す3箇所にそれぞれ約1.7tずつ投入した。蛍光砂の投入は平成16年11月8日で、第1回目の採取は11月24日(16日後)、第2回目の採取は12月18日(40日後)とした。なお、蛍光砂の採取は50mメッシュ上の65地点とした。調査期間中には波浪場と流況場も同時に観測した(図-4)。

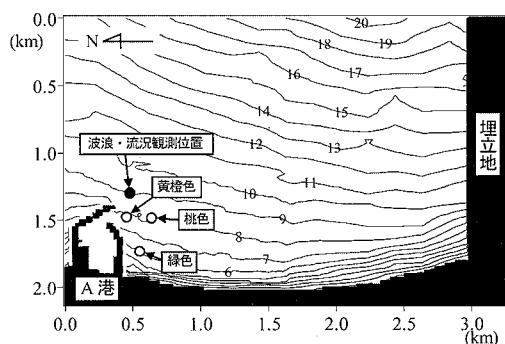


図-3 蛍光砂投入位置および周辺地形

#### 4. モデルの検証

新たに提案した移動経路予測モデルを蛍光砂調査条件に適用し、モデルによる予測値と実測値との比較を通じてモデルの妥当性を検証する。ここでモデルの計算粒子総数  $N$  は 10 万粒とした。実測値との比較には、計算結果に定数を乗じて実際の投入粒子数と一致するように補正した。波浪場・海浜流場は実際の来襲波時系列を 12 時間毎に分割してそれぞれ算定した（図-4）。また粒子の移動速度は、平均流による移動のみを考慮して  $U_s = U_{sc}$  とした。海浜流の計算では沖向（E 方向）流速成分がやや過小評価されたが、これはモデルが戻り流れの影響を考慮していないことなどが原因として考えられる。

桃色砂投入 40 日後における、底層砂の単位サンプル ( $120 \text{ cm}^2$ )あたりの蛍光砂粒子数  $K$  の平面分布を図-5 に示す。図の(a), (b)は、式(20)の混合距離  $l$  をそれぞれ、(a)  $l=2.5\delta$ , (b)  $l=\delta_s$  とし、(c) では式(21)を用いて拡散係数を計算した場合の計算結果を示している。混合距離のスケールは、たとえば 11 月 19 日の来襲波における桃色砂投入地点 ( $H_{1/3}=1.87 \text{ m}$ , 水深 8 m) では、 $\delta=3.1 \text{ cm}$ ,  $\delta_s=0.38 \text{ mm}$  であった。図より、混合距離を  $\delta_s$  とした(b)では拡散現象を過小評価、(c)では逆に過大評価し、混合距離を  $l=2.5\delta$  とした(a)では実測値と良い整合が得られた。これにより、粒子の拡散は底面付近の乱れではなく説明できるものの、その混合高さは移動層厚よりも大きく、粒子の一部が浮遊状態で移動していることが推察できる。以上より、以後に示す計算結果の比較では拡散モデルに(a)を用いた。

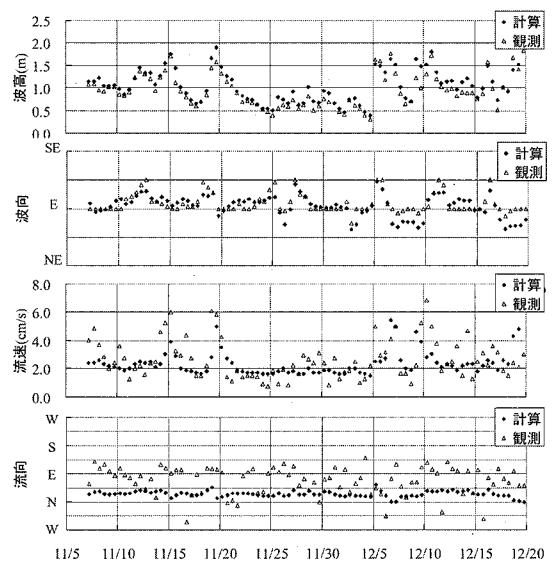


図-4 調査期間中の対象地点における波浪および流況の実測値と計算値

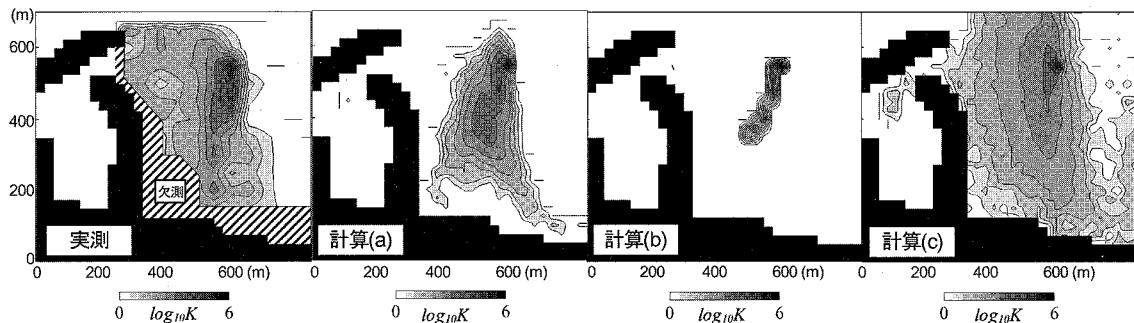


図-5 単位サンプル ( $120\text{cm}^2$ )あたりの蛍光砂粒数  $K$  の対数値 ( $\log_{10}K$ ) の平面分布 (桃色蛍光砂, 投入 40 日後)

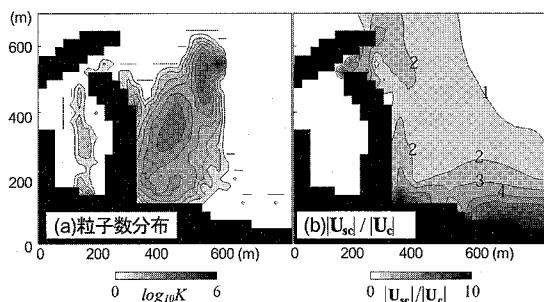


図-6  $U_{sc}=0.01U_c$ とした場合の蛍光砂粒子数  $K$  (投入 40 日後) の平面分布及び 11月 19 日来襲波条件での  $|U_{sc}|/|U_c|$  (%) の平面分布

図-6(a)には、既往のモデルのように  $U_{sc}=0.01U_c$  とした場合の 40 日後の蛍光砂粒子数の平面分布を、(b)には上述の 11月 19 日の波浪条件に対して本モデルで算定した粒子移動速度と平均流速の比  $|U_{sc}|/|U_c|$  (%) を示す。図に見られるように、 $|U_{sc}|/|U_c|$  は比較的大水深域では 1% 程度となり、沿岸海浜流が顕著な碎波帯周辺では 5% 程度に達している。これにより、本モデルによる計算結果 (図-5(a)) では  $U_{sc}=0.01U_c$  とした結果 (図-6(a)) に対して、碎波帯周辺での粒子の沿岸方向移動が大きくなり、結果として特に碎波帯周辺における粒子数分布の計算結果と実測結果との整合性が改善されているのが分かる。

最後に最も岸側に投入した緑色蛍光砂について、投入 40 日後の粒子数分布の実測値と計算値を比較する (図-7)。図に見られるように、モデルによる計算結果は、拡散がやや小さく港口付近への移動量を若干過小評価しているものの、実測結果を妥当に再現できた。

## 5. おわりに

移動経路予測モデルを新たに構築し、任意地点に投入した土砂の拡散を含めた定量的・定性的な移動形態を予

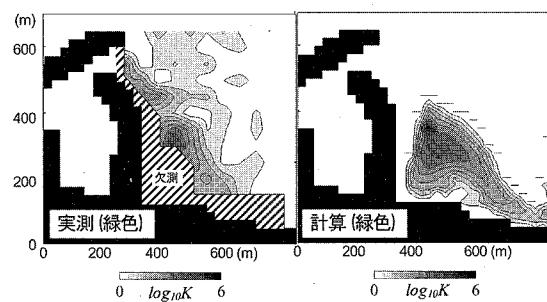


図-7 緑色蛍光砂粒子数  $K$  の平面分布 (40 日後)

測可能にした。本モデルにより、来襲波浪の季節変動やそれに伴う海底地形変化に応じた投入砂の移動形態を予測し、還元砂の最適な投入地点、投入時期、投入量を効率的に選定することが可能になると期待される。

## 参考文献

- 浅野敏之・中村和夫・中野康弘・高沢俊満 (1992) : シートフロー状態の底質移動に関する実験的研究, 海工論文集, 第 39巻, pp. 295-299.
- 灘岡和夫・田中則男・加藤一正 (1981) : 蛍光砂を用いた碎波帶内における局所砂移動の観測, 港研報告, 第 20巻, pp. 75-126.
- Herrmann, J. M. (2004) : Effect of stratification due to suspended sediment on velocity and concentration distribution in turbulent flows, Master's thesis in M.I.T., 152p.
- Madsen, O.S. (1991) : Mechanics of cohesionless sediment transport in coastal waters, Proc. Coastal Sediments '91, vol.1, pp. 15-27.
- Madsen, O.S. (1994) : Spectral wave-current bottom boundary layer flows, Proc. 24th ICCE, pp. 384-398.
- Meyer-Peter, E. and R. Muller (1948) : Formulas for bed-load transport, Proc. 2nd Cong. of Int. Assoc. for Hydr. Struc. Res., pp. 39-64.
- Nikuradse, J. (1933) : Stromungsgesetze in glatten und rauhen rohren, VDI Forschungsheft 361.
- Wilson, K. C. (1987) : Analysis of bed-load motion at high shear stress, Journal of Hydraulic Engineering, 113(1), pp. 97-103.