

Bagnold 概念に基づく混合粒径海浜の変化予測モデル

芹沢真澄¹・宇多高明²・熊田貴之³・三波俊郎⁴
古池 鋼⁴・石川仁憲⁵・野志保仁⁶

Bagnold の研究の原点に立ち戻って漂砂量式を誘導し, それを用いて粒径分級を考慮した新しい粒径変化予測モデルを構築した。この結果, 熊田らの提案した粒径変化モデルよりも予測モデルの物理的合理性が高まり, 実海岸で起こる沿岸漂砂阻止に伴う典型的な海浜変形, およびその際の粒径分級が計算できるようになった。本モデルの開発により, 混合粒径砂からなる海浜の 3 次元海浜変形予測を実務上一層高い信頼性を持って行うことが可能となった。

1. ま え が き

沿岸部における人工的改変の影響は侵食・堆積などの海浜変形として現れるのみではなく, 浅海域の底質粒径の変化を通じて沿岸域生態系にも影響を及ぼす可能性がある。このことから, 近年海浜変形のみならず海底材料の質的变化(すなわち粒径変化)の予測モデルの開発も進められている。熊田ら(2005)は等深線変化モデルを用いた粒径変化予測モデルを提案したが, このモデルでは従来型の等深線変化モデル(芹沢ら, 2002)を基本としており, 実務への適用性はかなり高いものの, 漂砂量式の誘導に厳密さを欠き, 物理的根拠にあいまいな点が含まれていた。このことから, 本研究では Bagnold の研究の原点に立ち戻って漂砂量式を誘導し, それを用いて新しい粒径変化予測モデルを構築した。

2. 予測モデル

(1) Bagnold 概念に基づく漂砂量式

波による底面付近の流体運動は岸向き・沖向きの往復運動となるが, これに伴い底質は岸向き・沖向きの往復移動を繰り返す。Inman・Bagnold(1963)は, こうした波作用下での漂砂を, 寄せ波作用時の岸向き流れによる岸向き漂砂と, 引き波作用時の沖向き流れによる沖向き漂砂の 2 成分から成ると考え, それぞれにエネルギー保存則に基づき, かつ海底勾配を陽に含む形式の流砂量式(Bagnold, 1963)を適用して定式化した。本研究では, この考え方をもとに, まず単一粒径を対象として碎波点の波浪条件のみを用いた単純な形式の漂砂フラックスの式を誘導する(芹沢ら, 2006)。

平面座標 (x, y) を取り, 時刻 t における各点の地盤高 $Z(x, y, t)$ を解くべき変数として, 海底勾配 $\tan \beta$ の

一様斜面上に波が斜め入射する場合を考える。波浪場での漂砂を Inman・Bagnold(1963)にならい, 寄せ波時の岸向き流れと引き波時の沖向き流れによる成分からなると考え, それぞれに一方向定常流の漂砂量式を適用する。 $\tan \beta$ を微小とし流れは進行方向に, また重力は斜面下向きに砂を運ぶ作用を持つとすれば, 一方向定常流の漂砂フラックスは $\tan \beta$ の線型近似式として式(1)の形式で表される(Bagnold, 1963; Bailard・Inman, 1981)。式(1)の第 1 項は流れの作用, 第 2 項は重力に起因した斜面下方に向う作用である。係数 a_0, a_1 の符号は必ず正である。

$$\vec{q}_u = a_0 \vec{e}_u - a_1 \nabla Z \quad (a_0 > 0, a_1 > 0) \dots \dots \dots (1)$$

ここに $\vec{e}_u$ は流向の単位ベクトル, $\nabla Z = (\partial Z / \partial x, \partial Z / \partial y)$ は地形の勾配ベクトルであり, その方向は等深線と直角方向岸向き, 大きさが $\tan \beta$ を与える。寄せ波・引き波時の土砂輸送量を一周間で時間平均した平均漂砂を式(1)で表すと, 波による net の漂砂量フラックス $\vec{q}$ は, 式(2)に示すように寄せ波成分 $\vec{q}^+$ と引き波成分 $\vec{q}^-$ の和として表せる。なお, 寄せ波成分 $\vec{q}^+$ は, 式(1)と同様に寄せ波の進行方向を示す単位ベクトル $\vec{e}^+$ を用いて, 式(3)として表せる。引き波成分 $\vec{q}^-$ についても, 同様に引き波の進行方向を示す単位ベクトル $\vec{e}^-$ を用いて式(4)として表せる。式の係数 $a_0^+, a_0^-, a_1^+, a_1^-$ の符号は正である。

$$\vec{q} = \vec{q}^+ + \vec{q}^- \dots \dots \dots (2)$$

$$\vec{q}^+ = a_0^+ \vec{e}_w^+ - a_1^+ \nabla Z \dots \dots \dots (3)$$

$$\vec{q}^- = a_0^- \vec{e}_w^- - a_1^- \nabla Z \dots \dots \dots (4)$$

ここに $\vec{e}_w^+, \vec{e}_w^-$ は寄せ波および引き波の進む方向の単位ベクトル。いま, 引き波が寄せ波と反転すると仮定する(式(5))。この条件の下で式(3)~(5)を式(2)に代入し, 平衡勾配 $\tan \beta_c$ を式(6)で, 係数 A を式(7)で定義すると, 波浪場の漂砂フラックスは式(8)となる。次に, 波の失うエネルギーの一部が土砂の輸送の仕事に

1 正会員 海岸研究室(有)
2 正会員 工博 (財)土木研究センター理事
なぎさ総合研究室長
3 正会員 博(工) (株)水圏科学コンサルティング
4 海岸研究室(有)
5 工修 (財)土木研究センターなぎさ総合研究室
6 正会員 修(工) 日本大学大学院理工学研究科

充てられエネルギー損失量に見合った分の土砂が輸送されるという Energetics Model の概念 (Bagnold, 1963) を適用し, A が波のエネルギー逸散率 Φ に比例すると仮定した上で式 (8) を積分して全沿岸漂砂量を求めると, 式 (9) の Komar・Inman (1970) の全沿岸漂砂量式 (CERC 公式) と同形となり, 等値関係から A は式 (10) となる. 結局, 波による漂砂フラックスは式 (12) となる.

$$\vec{e}_w = -\vec{e}_w^+ \dots\dots\dots (5)$$

$$\tan \beta_c = \left(\frac{a_0^+ - a_0^-}{a_1^+ + a_1^-} \right) \dots\dots\dots (6)$$

$$A = (a_1^+ + a_1^-) \dots\dots\dots (7)$$

$$\vec{q} = A [\tan \beta_c \vec{e}_w - \nabla Z] \dots\dots\dots (8)$$

$$Q_s = C_0 K_1 (EC_g)_b \cos \alpha_b \sin \alpha_b \dots\dots\dots (9)$$

$$A = C_0 \frac{K_1 \Phi}{\tan \beta_c} \dots\dots\dots (10)$$

$$C_0 = \frac{1}{(\rho_s - \rho)g(1-p)} \dots\dots\dots (11)$$

$$\vec{q} = C_0 \frac{K_1 \Phi}{\tan \beta_c} [\tan \beta_c \vec{e}_w - \nabla Z] \dots\dots\dots (12)$$

ここに, $\vec{e}_w$: 波向の単位ベクトル ($=\vec{e}_w^+$), K_1 : 沿岸漂砂量係数, α_b : 砕波角 (砕波点における波向と各点の等深線直角方向のなす角), C_0 : 水中重量表示から体積表示への換算係数, ρ_s : 土砂の比重, ρ : 海水の比重, g : 重力加速度, p : 土砂の空隙率である.

式 (12) から明らかなように, 式 (6) で定義される平衡勾配 $\tan \beta_c$ は波が斜面に対し直角入射となる場合に岸沖漂砂が 0 になる勾配を意味する. また式 (6) および式 (12) より, Inman・Bagnold (1963) が示したと同様, 平衡勾配とは, 寄せ波による岸向きの作用と引き波による沖向きの作用の残差が重力による斜面下方へ向う作用と釣り合った状態にある海底勾配である. 式 (12) は局所縦断勾配が平衡勾配に一致する時岸沖漂砂は生じないが, 平衡勾配よりも緩勾配ならば岸向き, 急勾配なら沖向きの漂砂を生じるという性質をもつ. また各点の等深線が波向に直交し, かつ各点の縦断勾配が平衡勾配に一致するとき漂砂が 0 の静的安定状態となり, 平衡状態からのズレがあると漂砂が発生する. これは従来の等深線変化モデルと同じ性質である.

数値計算には Φ を定式化する必要があるが, ここでは実用性を重視し, 従来の等深線変化モデル (芹沢ら, 2003) と同様砕波点の波浪場で評価する手法を用いる. 地形変化が波による地形変化の限界水深 h_c と, うちあ

げ高で定まるバーム高 h_R までの区間で生ずると考え, 砕波点のエネルギーフラックスを $Z = -h_c \sim h_R$ の岸沖方向距離で割った平均値で Φ を与え, さらに漂砂強度の鉛直分布関数 $\varepsilon(Z)$ を導入することで, 式 (10) の係数 A は砕波点でのエネルギーフラックス $(EC_g)_b$ (E : 波エネルギー, C_g : 群速度) を用いて記述され, 結局, 漂砂フラックスは式 (13) となる. 式 (13) が単一粒径に対する数値計算を行うための漂砂式である (芹沢ら, 2006).

$$\vec{q} = \frac{G}{\tan \beta_c} [\tan \beta_c \vec{e}_w - \nabla Z] \dots\dots\dots (13)$$

$$G = C_0 K_1 \varepsilon(Z) (EC_g)_b \cos^2 \alpha_b \tan \beta_c \dots\dots\dots (14)$$

ここに, $\varepsilon(Z)$ は土砂の移動範囲 $Z = -h_c \sim h_R$ 以外では 0 で, その積分値が 1 となるように定義するが, 本研究では従来の等深線変化モデルと同様に $\varepsilon(Z)$ として宇多・河野 (1996) による沿岸漂砂量の鉛直分布関数を用いる. 数値計算では, 等深線変化モデルと同様に長期的予測を目的として, 平衡勾配 $\tan \beta_c$ には, 計算対象海岸の構造物設置前の自然状態の平均的な海浜縦断勾配を与える.

(2) 混合粒径へのモデルの拡張

式 (13) を基本に混合粒径 (N 粒径) に拡張し, 海浜変形・粒径変化の予測モデルを構築した. 拡張方法は, 熊田ら (2003a), 黒岩ら (2005) にならって次のようにした. 土砂の代表粒径数を N とし, まず平野 (1971) と同様交換層の概念を導入し, 交換層内の各粒径 $d^{(K)}$ ($K=1 \sim N$) の体積含有率 $\mu^{(K)}$ を解くべき変数に加える. 粒径毎の漂砂量式は, 式 (13) にエネルギー逸散の分配率を評価するため含有率を乗じ, さらに粒径毎の平衡勾配を導入すれば式 (15), (16) となる. また粒径別の漂砂量係数は, 熊田ら (2003a) と同様に Kamphuis *et al.* (1986) にならい, 粒径の平方根に逆比例すると仮定する (式 (17)). 地形変化は, 粒径毎の連続式 (18) を解いて計算される各粒径の地形変化成分の総和として定まる (式 (19)). また含有率は交換層内の連続式を解いて計算する (式 (20)).

$$\vec{q}^{(K)} = \frac{G^{(K)}}{\tan \beta_c^{(K)}} [\tan \beta_c^{(K)} \vec{e}_w - \nabla Z] \quad (K=1 \sim N) \dots\dots\dots (15)$$

$$G^{(K)} = \mu^{(K)} \cdot C_0 K_1^{(K)} \varepsilon(Z) (EC_g)_b \cos^2 \alpha_b \tan \beta_c \quad (K=1 \sim N) \dots\dots\dots (16)$$

$$K_1^{(K)} = \frac{A_1}{\sqrt{d^{(K)}}} \quad (K=1 \sim N) \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{\partial z^{(K)}}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{q}^{(K)} \quad (K=1 \sim N) \dots\dots\dots (18)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \sum_{K=1}^N \frac{\partial z^{(K)}}{\partial t} \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{\partial \mu^{(K)}}{\partial t} = \begin{cases} \frac{1}{B_h} \left(\frac{\partial z^{(K)}}{\partial t} - \mu^{(K)} \frac{\partial Z}{\partial t} \right) & \frac{\partial Z}{\partial t} \geq 0 \\ \frac{1}{B_h} \left(\frac{\partial z^{(K)}}{\partial t} - \mu_B^{(K)} \frac{\partial Z}{\partial t} \right) & \frac{\partial Z}{\partial t} < 0 \end{cases} \dots\dots (20)$$

(K=1~N)

ここに、 N : 粒径数、 B_h : 交換層厚、 $\mu^{(K)}$: $K=1, 2, \dots$ N は交換層内の粒径毎 (N 粒径) の体積含有率、 $\mu_B^{(K)}$: 交換層の下層の体積含有率、 $\tan \beta_c^{(K)}$: 粒径毎の平衡勾配、 $K_1^{(K)}$: 粒径毎の沿岸漂砂量係数、 $\tan \beta: Z = -h_c \sim h_R$ の初期断面の平均勾配、 A_1 : 対象海岸の変形過程に応じて設定する定数である。なお式 (17) の粒径 $d^{(K)}$ の単位は mm である。 B_h については、平野 (1971) は最大粒径をとり、Kraus (1985) は現地観測結果より碎波波高の 3% 程度としているが、本研究での後述の移動床模型実験への計算適用では、両者の大きい方を取ることとし、前者を参考にし、計算で設定した粒径の最大粒径で与えた。数値計算は平面座標上のスタッガードメッシュを用いて行い、粒径毎の漂砂量フラックスを式 (15) ~ (17) で計算し、これを用いて連続式 (18)、(19) を陽形式の差分法で解くことで地形変化量が計算され、さらに交換層内の含有率の変化が式 (20) より計算される。これを繰り返すことで海浜地形と交換層内の含有率の経時変化が計算される。 h_c は深および陸上

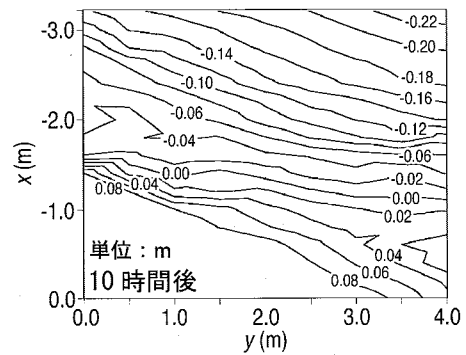


図-1 波 10 時間後の等深線形状 (実験) (熊田ら, 2003b)

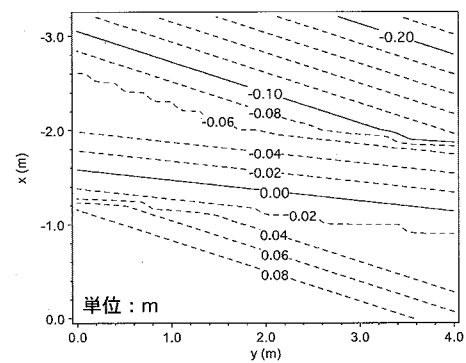


図-2 等深線の計算結果 (斜め入射波)

表-1 計算条件

計算ケース	突堤間の実験	離岸堤実験
初期地形(海底勾配)	1/10	1/10
粒径構成と平衡勾配	$N=2$ ・粒径数 N ・粒径 d ・初期含有率 μ ・(平衡勾配)	$N=4$ $d^{(1)}=0.1 \text{ mm}$, $\mu^{(1)}=0.25$ (1/20) $d^{(2)}=0.2 \text{ mm}$, $\mu^{(2)}=0.25$ (1/20) $d^{(3)}=0.3 \text{ mm}$, $\mu^{(3)}=0.25$ (1/5) $d^{(4)}=0.4 \text{ mm}$, $\mu^{(4)}=0.25$ (1/5)
交換層厚 B_h	2 mm	0.4 mm
波浪諸元 (碎波波高, 初期碎波角)	$H_b=3.6 \text{ cm}$, $\alpha_b=6.3^\circ$	$H_b=5.2 \text{ cm}$, $\alpha_b=10^\circ$
限界水深 h_c , バーム高 h_R	$h_s=6 \text{ cm}$, $h_R=2 \text{ cm}$	$h_c=11 \text{ cm}$, $h_R=5 \text{ cm}$
斜面崩壊の安息勾配	1/2	1/2
漂砂量係数内の A_1	0.5	0.1
小窪・Brampton 項の係数 K_2/K_1	0	1.62
計算メッシュ $\Delta x = \Delta y$	0.1 m	0.1 m
計算時間間隔 Δt	0.0002 hr	0.0001 hr
計算時間 t	10 hr	2 hr
境界条件	漂砂の流入なし	漂砂の流入なし
備 考	○共通: 定数: $\rho_s=2.65 \text{ ton/m}^3$, $\rho=1.03 \text{ ton/m}^3$, $\rho=0.4$ ○離岸堤実験: 離岸堤背後の遮蔽域の波浪場は方向分散法にて回折計算 (離岸堤の波高伝達率 $K_t=0.4$)	

での重力による海浜断面の崩壊の扱い方、防波堤遮蔽域内の波浪場の評価法と CERC 型の全沿岸漂砂量公式における Ozasa・Brampton (1980) の項の考慮方法など、計算方法の詳細については芹沢ら (2006) を参照されたい。

3. 計算結果

(1) 斜め入射波条件のもとでの突堤間の海浜変形実験
本モデルを熊田ら (2003b) による、混合粒径砂を用いた斜め入射波条件の下での突堤間の海浜変形実験に適用した。実験では、幅 4 m、海浜勾配 1/10 の直線状海岸が混合砂で造られ、碎波波向 10° の沿岸漂砂が発生する条件となっており、その両端に突堤が設置された場合の海浜変形が調べられた。実験波浪は、沖波波高 $H_0=4 \text{ cm}$ 、周期 $T=0.8 \text{ s}$ の規則波であり、実験に用いられた砂は、中央粒径 (d_{50}) が 0.2 mm と 2 mm の砂を体積比 1:1 で混合した砂である。計算諸元として、海浜は 0.2 mm と 2 mm の 2 粒径から成るとし、それらの初期含有率を同じ 50% で与え、碎波波高・波向は、計測値の平均値を沿岸方向に一樣に与えた。交換層厚 B は 2 mm とした。計算条件を表-1 に示す。

図-1 は 10 時間の波作用後の等深線形状を示す。初期

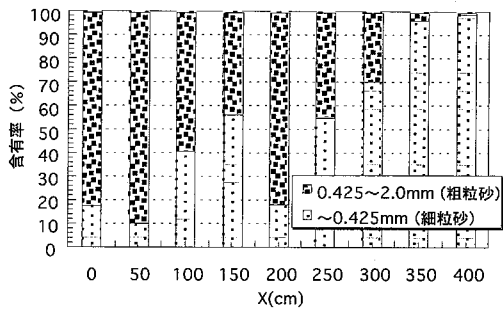


図-3 粗砂・細砂の含有率分布 (実験) (熊田ら, 2003b)

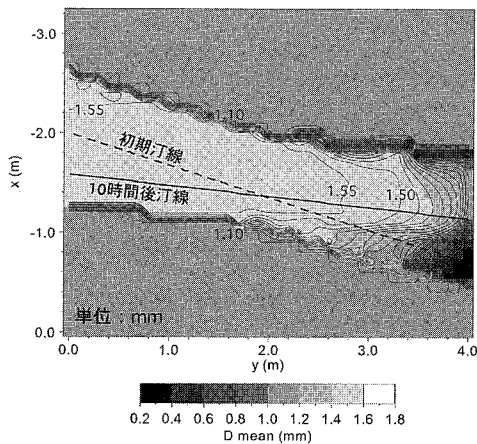


図-4 平均粒径の計算結果 (斜め入射波)

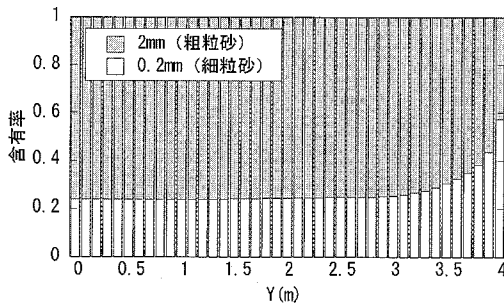


図-5 粗砂・細砂の含有率分布 (計算)

状態では等深線は互いに平行であったが、10時間の波作用後、主として沿岸漂砂によって砂が下手側へと運ばれ、右端で沿岸漂砂が阻止されたためその上手側で砂が堆積した。図-2はこれに対応する、計算による波作用後の等深線形状を示す。図-1と同様、侵食域では $h_c = 6$ cm 以浅で侵食の結果緩斜面が形成され、堆積域では土砂が堆積し陸上部に平坦面が形成された。さらに限界水深で深では土砂が落ち込んで急勾配の海底斜面が形成された点など、実験的に得られた現象がかなり良く説明できる。

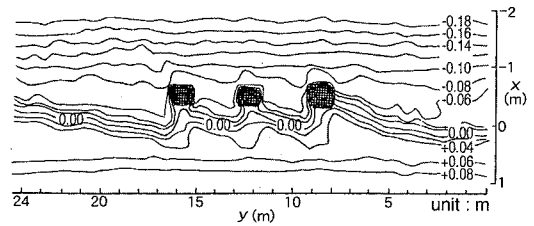


図-6 離岸堤設置後の等深線形状 (実験) (宇多ら, 1987)

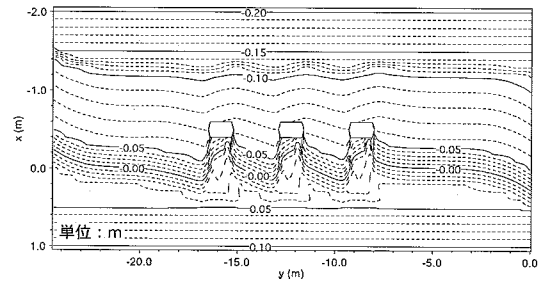


図-7 等深線の計算結果 (離岸堤設置)

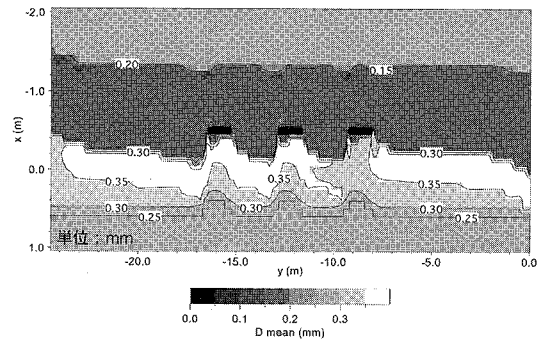


図-8 平均粒径の計算結果 (離岸堤設置)

図-3は、実験的に求められた変化後の汀線上の沿岸方向各地点における底質の粒度組成を示す。侵食域では細粒砂が流出して粗粒砂が多くなり、堆積域ではその細粒砂が堆積するという現地海岸でしばしば観察されるのと同様な、沿岸漂砂による粒径分級が顕著に表れている。図-4は図-3に対応する計算結果である。平均粒径の平面分布を、初期および変化後の汀線とともに示す。また図-5は変化後の汀線における底質の粒度組成である。実験同様、侵食域では粒径が粗くなり、堆積域では粒径が細くなるという、沿岸漂砂による粒径分級がうまく計算できた。

(2) 離岸堤実験への適用

海岸構造物として離岸堤が設置された海岸の例を考える。宇多ら (1987) は 3 基の離岸堤を配置して波を斜め入射させるという移動床平面実験を行った。この実験で

の初期地形は海浜勾配 1/10 の直線状海岸であり、 $H_0 = 3$ cm の入射波が碎波角 10° で入射する条件であった。実験で用いられた海浜材料は $d_{50} = 0.28$ mm の砂である。実験では、0.28 mm という単粒径扱いであるが、厳密に見れば混合粒径砂である。そこで計算では、初期中央粒径が同じであるが、様々な粒径から構成される混合粒径砂として、0.1, 0.2, 0.3, 0.4 mm の粒径が同じ割合で混合した仮想的な混合粒径を考え、それを用いて分級効果を調べた。初期地形は勾配 1/10 の一様勾配斜面とし、平衡勾配は、実験結果より、粒径 0.1, 0.2 mm は 1/20, これより粗い粒径 0.3, 0.4 mm の砂は 1/5 と設定した。交換層厚 B は 0.4 mm とした。

実験における波作用 2 時間後の等深線形状を図-6 に、計算における波作用後の等深線形状を図-7 に示す。離岸堤背後での舌状砂州の形成、汀線付近の相対的に急な勾配の形成、その沖での相対的に緩い勾配の形成、離岸堤群沖での等深線の蛇行など、計算は実験結果がよく説明できる。

図-8 は、計算における平均粒径の平面分布を示す。実験データがないので直接の比較はできないが、実海岸で良く見られる岸沖漂砂による粒径分級、すなわち汀線付近に粗い粒径が集積し、細粒分は沖へと移動するといった現象がうまく予測できた。また、実海岸で多く観察される離岸堤背後では周辺よりも細粒の砂が堆積するという現象もうまく計算できた。

4. おわりに

本研究では Bagnold の研究の原点に立ち戻って漂砂量式を誘導し、それを用いて新しい粒径変化予測モデルを構築した。その結果、熊田らの提案した粒径変化モデルよりも物理的合理性が高まり、宇多 (2004) に述べられているような実海岸で起こる沿岸漂砂阻止に伴う典型的な海浜変形、およびその際の粒径分級が計算できた。したがって、本モデルの開発により、混合粒径砂からなる海浜の 3 次元海浜変形予測を実務上一層高い信頼性を持って行うことが可能になった。

参考文献

- 宇多高明・小俣 篤・山本幸次 (1987) : 沿岸漂砂制御実験報告書, 土木研究所資料, 第 2507 号, p. 39.
- 宇多高明・河野茂樹 (1996) : 海浜変形予測のための等深線変化モデルの開発, 土木学会論文集, No. 539/II-35, pp. 121-139.
- 宇多高明 (2004) : 「海岸侵食の実態と解決策」, 山海堂, p. 304.
- 熊田貴之・小林昭男・宇多高明・芹沢真澄 (2003a) : 沿岸・岸沖漂砂による粒径分級を考慮した等深線変化モデル, 海岸工学論文集, 第 50 巻, pp. 481-485.
- 熊田貴之・小林昭男・酒井和也・柴崎 誠・宇多高明・芹沢真澄 (2003b) : 沿岸漂砂による混合粒径砂の 3 次元分級に関する実験と計算, 海洋開発論文集, 第 19 巻, pp. 905-910.
- 熊田貴之・宇多高明・芹沢真澄・三浦正寛 (2005) : 波の遮蔽域形成に伴う 3 次元地形・粒径変化の予測法, 海洋開発論文集, 第 21 巻, pp. 1029-1034.
- 黒岩正光・口石孝幸・加藤憲一・松原雄平・野田英明・中本良平 (2005) : 混合粒径砂の分級と汀線変化を考慮した 3 次元海浜変形予測モデル, 海岸工学論文集, 第 52 巻, pp. 521-525.
- 芹沢真澄・宇多高明・三波俊郎・古池 鋼・熊田貴之 (2002) : 海浜縦断形の安定化機構を組み込んだ等深線変化モデル, 海岸工学論文集, 第 49 巻, pp. 496-500.
- 芹沢真澄・宇多高明・三波俊郎・古池 鋼 (2003) : 等深線変化モデルの拡張による x-y メッシュ上の水深変化の計算法, 海岸工学論文集, 第 50 巻, pp. 476-480.
- 芹沢真澄・宇多高明・三波俊郎・古池 鋼 (2006) : Bagnold 概念に基づく海浜変形予測モデル, 土木学会論文集, 投稿中.
- 平野宗夫 (1971) : Armouring を伴う河床低下について, 土木学会論文集, 第 195 号, pp. 56-65.
- Bagnold, R. A. (1963) : Mechanics of Marine Sedimentation, in The Sea, M. N. Hill (editor), Vol. 3, pp. 507-528, New York, Wiley.
- Bailard, J. A. and D. L. Inman (1981) : An energetics bedload model for a plane sloping beach: Local transport, J. of Geophys. Res., Vol. 86, C3, pp. 2035-2043.
- Coastal Engineering Research Center (1984) : Shore Protection Manual, U. S. Army Corps of Engrs, CERC, U. S. Govt. Printing Office, 2Vols.
- Inman, D. L. and Bagnold, R. A. (1963) : Littoral Processes, in The Sea, M. N. Hill, (editor), Vol. 3, pp. 529-533, New York, Wiley.
- Kamphuis, J. W., Davies, M. H., Narim, R. B. and Sayao, O. J. (1986) : Calculation of littoral sand transport rate, Coastal Engineering, Vol. 10, pp. 1-12.
- Komar, P. D. and D. L. Inman (1970) : Longshore sand transport on beaches, J. of Geophys. Res., Vol. 75, No. 30, pp. 5914-5927.
- Kraus, N. C. (1985) : Field experiments on vertical mixing sand in the surf zone, J. Sedimentary Petrology, Vol. 55, pp. 3-14.
- Ozasa, H., and Brampton, A. H. (1980) : Mathematical modeling of beaches backed by seawalls, Coastal Eng., Vol. 4, pp. 47-64.