

ジェットの着水過程における局所自由水面及び渦のダイナミクス

渡部靖憲¹・猿渡亜由未²

本論文は、自由水面の境界条件を正確に満足させ自由水面流れを再現するための計算法を提案すると共に、碎波ジェットモデルの着水と共に発生する渦生成、局所的水面形の遷移を特徴化するものである。この計算法は、ゼロ接線せん断力条件を高精度で満足し渦度の理論値と完全に一致する結果を与え得る。碎波ジェットモデルの着水後に発生する2次ジェット内の強いストレッチによりスパン方向の不安定性が増幅し、水面は3次元化し、さらに飛沫へと分裂する。高曲率となった水面上に3次的に渦度が発生し、次の着水後の乱流拡散が促進される。着水角度、速度、ジェット形状に依存して、水面下の渦構造及びジェット水塊の拡散過程が変化する。

1. はじめに

碎波ジェットの着水は、碎波帯流れを支配する大規模な渦生成だけではなく、大量の飛沫や気泡を水面内外へ生成する原因であり、極めて複雑な構造をもつ気液碎波乱流のソースとなる。このジェットの着水過程で特徴的な、重力、粘性力、さらに表面張力が同オーダーで支配する局所流れは相互に影響を与え初期碎波過程を決定する非常に重要なファクターであるにも関わらず、実験的な計測が極めて困難であり、その殆どが未解明である。一方、曲率をもつ自由水面流れは水面に必ず渦が発生し (Longuet-Higgins, 1992)、水面近傍の渦はその接線流速により水面を流体内部に取り込み高曲率の局所的な水面変化を形成する。この水面直下の渦形成に伴い発達した水面境界層は、水面と水面直下流れの相対速度に応じて剥離し、流体内部に新たな渦を取り込むことにより渦拡散あるいは物質拡散を促進させる。碎波の巻き波ジェットの着水もまた高曲率水面遷移を伴う現象であり、同様な水面境界層の剥離を通した渦生成が顕著となっている可能性がある。さらに、碎波ジェット内では極めて強い流体の伸張のため、表面張力の指向性が変化し、波峰方向の表面張力の不安定性が増幅され三次元的な水面をもつジェットへと遷移する (Longuet-Higgins, 1995)。この表面張力不安定に誘発されるジェット先端の流体の飛沫への分裂もまた、高曲率局所水面形成に起因する碎波過程の主要な特徴である。この水面—渦相互作用及び着水に伴う強い歪場の形成を経由して、碎波帯の大規模渦は3次的に組織されると共に強化され、沿岸域の波・流れに関わる物理環境に影響を与える一方、これらは水面の力学的境界条件から分離されるゼロ接線せん断力条件を適切に満足させない限り数値的に再現すること

はできず、水面の境界条件の近似法あるいは水面の処理法に依存して異なるアウトプットを取得してしまう可能性がある。

本研究は、適切に局所的水面—渦相互作用を再現するために不可欠である自由水面におけるゼロ接線せん断力条件を高精度で与える数値計算法を新たに提案し検証を行うと共に、着水後の水面遷移、水面直下の渦構造の発生発達過程、着水に伴う流体内部のせん断面形成機構について明らかにするものである。

2. 計算方法

ジェットの着水過程を通じた流速及び乱れ場は、Watanabeら (2005) と同一の数値計算法、非線形格子粘性モデルによる Large Eddy Simulation (LES) により再現される。すなわち、フィルタリングされた Navier-Stokes 式の非移流項は予測子修正子法、二段階分離解法により、また移流項は CIP 法によって更新される。圧力方程式は、irregular-star 法ベースの multi-grid 法によって解かれる。水面の追跡及び曲率の算出は近年良く使われる Level-set 法 (Osher・Sethian, 1988) により行われた。

(1) 水面境界条件

自由水面を渡る運動量保存則に対するジャンプ条件は次の法線及び接線方向力学境界条件を導くことは良く知られている。

$$p + 2\mu \frac{\partial u_n}{\partial n} = \sigma \kappa \dots \dots \dots (1)$$

$$\mu \left(\frac{\partial u_n}{\partial t_i} + \frac{\partial u_{ti}}{\partial n} \right) = 0, \mu \left(\frac{\partial u_n}{\partial t_2} + \frac{\partial u_{t2}}{\partial n} \right) = 0 \dots \dots \dots (2)$$

ここで σ は表面張力係数、 κ は曲率であり、 u_n , u_{ti} は法線方向及び2つの接線方向流速である ($i=1, 2$)。Level-set 法による気液界面流れ及び自由水面流れの解析の殆どは、水面を過ぎる3~5グリッド程度の幅を持つデルタ関数で表面張力を体積力として、また密度及び粘性係数を対応するヘビサイド関数によって評価するも

1 正会員 博(工) 北海道大学助手大学院工学研究科環境フィールド工学専攻

2 学生会員 北海道大学大学院工学研究科環境フィールド工学専攻

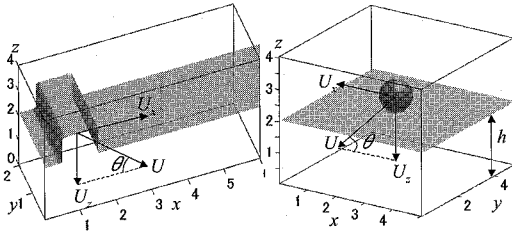


図-1 スパン方向に一樣な角柱型ジェット(左)と球形ジェット(右)の着水過程に対する計算の計算領域。

のである。この方法は簡便に水面近傍の力学を近似し得る一方、グリッド間隔及びデルタ関数の幅に依存して与えられる表面張力、粘性力が変化するため、無限小のグリッド間隔を与えない限り上に示す水面におけるジャンプ条件を満足することはなく有限のグリッド幅をもつ固定グリッド系では任意形状の水面をもつ流れに対して一意の解を算出する保証はない。大量の飛沫及び気泡を生成する砕波ジェットの着水過程では、強いせん断流中で局所的な不安定性に依存する極めて複雑な形状の水面における応力のバランスがジェットの発達過程及び乱れのソースとしての流体内の乱流形成に大きな影響を与えるため、水面の境界条件を正確に近似しグリッド幅依存性の無視し得る計算法の適用が不可欠である。

(2) 水面のゼロ接線せん断力条件を与える計算法

自由水面上及びその近傍の速度勾配が次式で表されると仮定する。

$$\frac{\partial u_i(x_s + \xi)}{\partial x_j} = \frac{\partial u_i^0(x_s)}{\partial x_j} + f_{ij}(\xi) \quad (3)$$

ここで、 ξ は水面位置 x_s を原点とする座標、 u_i^0 は x_s 上の流速、 f_{ij} は修正関数であり、本計算法では、線形方程式 $f_{ij} = a_{ij}\xi + b_{ij}\eta + c_{ij}\zeta$ を採用した(a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} は局所定数)。式(3)を接線方向 t_1 に関する水面のゼロ接線せん断力条件式(2)に代入すると、

$$\sum_{i,j=1,2,3} \left(\frac{\partial u_i(x_s + \xi)}{\partial x_j} - f_{ij}(\xi) + \frac{\partial u_j(x_s + \xi)}{\partial x_i} - f_{ji}(\xi) \right) n_j t_{1i} = 0 \quad (4)$$

と書ける。なお、接線方向 t_2 に関しても同様な式が得られる。マトリクス表記では上式は以下の様に表せる。

$$T_{t_1} A = B_{t_1}, \quad T_{t_2} A = B_{t_2} \quad (5)$$

ここで、 $T_{t_1} = [2n_1 t_{11} \xi, 2n_1 t_{11} \eta, 2n_1 t_{11} \zeta, \dots, 2n_3 t_{13} \xi, 2n_3 t_{13} \eta, 2n_3 t_{13} \zeta]$, $A = [a_{11}, b_{11}, c_{11}, \dots, a_{33}, b_{33}, c_{33}]^T$, そして $B_{t_k} = \sum_{i,j=1,2,3} (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) n_j t_{ki}$ 。係数マトリクス A は、水面近傍の N 個のグリッド内の速度勾配を使って、最小二乗法により決定できる。この時のスパースマトリクスはSingular Value Decomposition(SVD)法により計算

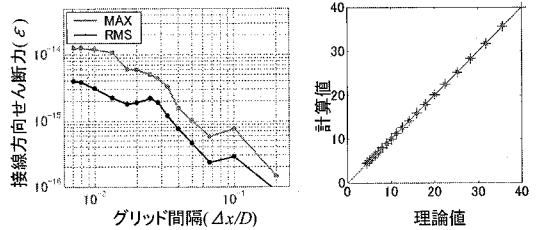


図-2 グリッド幅に対する回転円柱状水塊の水面上の接線方向せん断力(左)と水面渦度の計算値と理論値の比較(右)。

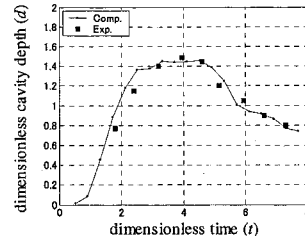


図-3 キャビティ深さの時間変化とLiow (2001)による実験結果との比較。

した。水面近傍($x = x_s + \xi$)の流速を水面位置(x_s)に関してTaylor展開すると、

$$u(x_s + \xi) = u_s + \frac{\partial u_s}{\partial x} \xi + \frac{\partial u_s}{\partial y} \eta + \frac{\partial u_s}{\partial z} \zeta + \dots \quad (6)$$

上式の1次の項まで保持し、決定された局所定数 $a_{ij} \sim c_{ij}$ をもつ式(3)を代入すると、水面位置における水面流速 u_s を得ることができる。この様に、サブグリッド精度で決定された水面位置におけるゼロせん断力条件を満足する水面流速及びその勾配を決定することができる。

(3) Ghost 流速と法線方向境界条件

固定座標系における自由水面流れの移流問題を解く為には流体外の流速を流体内部から外挿する必要がある。 $x = x_s + \xi$ における流体外の空セル上の流速(ghost 流速)は前節の手順で既知となった u_s とその勾配を使い式(6)により決定できる。このghost 流速は水面を介して流体内部流速と連続し更に水面での力学的境界条件を満足する様に決定された矛盾のないものである。ghost 流速は流体外3グリッドに対して外挿され移流計算に使われる。

一方、力学的境界条件の法線方向成分式(1)は、Level-set 法により決定できる表面張力と粘性力を使った水面上の圧力として直接圧力方程式に与え、逐次計算によりジャンプ条件を満足する圧力場を決定できる。

これら水面の境界条件をサブグリッド精度で満足させるための一連の計算法により、力学的に矛盾なく局所水面形遷移及び適切な水面一渦相互作用を再現可能となる。

(4) 計算条件

提案する計算法の精度及び自由水面流れの再現能力を

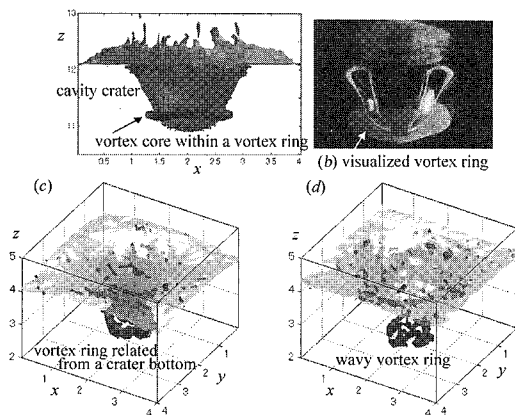


図-4 液滴着水後に形成される渦輪の発達。(a) クレータ形成時の渦核, (b) 可視化実験による渦輪のスナップショットと渦輪の形状遷移 (c) 無次元時間 $t=4.8$ (d) $t=6.6$

検証するために回転円柱状流体の水面上のせん断力誤差の数値試験及び液滴の着水に伴うキャビティークレータと生成される渦輪の実験結果との比較を行った。

砕波は連続するスプラッシュによる渦生成のみならず波動性流れや戻り流れと砕波フロントとのせん断性が乱流構造を決定する重要な要素である (例えば Watanabe ら, 2005)。これらの複雑な流れのパラメータを排除し, ジェットの着水のみによる水面及び渦のダイナミクスを特徴化しパラメータ化する為に単純化された砕波ジェットのモデルを静水に衝突させ自由水面-渦相互作用, 歪と渦構造の関係, 飛沫を形成する二次ジェットの分裂過程, 着水に伴う乱流拡散について調査を行った。採用した2種類の形状のモデルジェットは, スパン方向に軸を持つ角柱形状 (辺長 D) と球形 (直径 D) であり, それぞれ初期的にジェットの進行方向に対して2次元及び3次元の形状をもつ場合のモデルである (図-1 参照)。両形状のジェットは水平角度 (θ), 速度 (U) で水深 (h) の静水面に着水させる。全ての変数は U 及び D で無次元化されている。本計算における timestep はクーラン数ベースで40倍以上細かく (実時間で 10^{-4} ms 以下), 2次ジェット形成まで PC (Pentium4, 3.0 GHz, Linux) 上で約24時間を要する。2(2)~(3)の導入による数値不安定性が現れることはなかった。

3. 検 証

固定直交グリッド系内の回転円柱状水塊の水面のせん断力及び水面渦度から本計算法の精度を検証する。なおこのテストは自由水面上の渦度の発生を説明した Longuet-Higgins (1992) の 'solid-body rotation' に対応する流れを模擬したものである。図-2(左)は計算グリッド間隔に対する接線方向の歪 ($\varepsilon = ((\frac{\partial u_n}{\partial t} + \frac{\partial u_t}{\partial n})^2 + (\frac{\partial u_n}{\partial s} +$

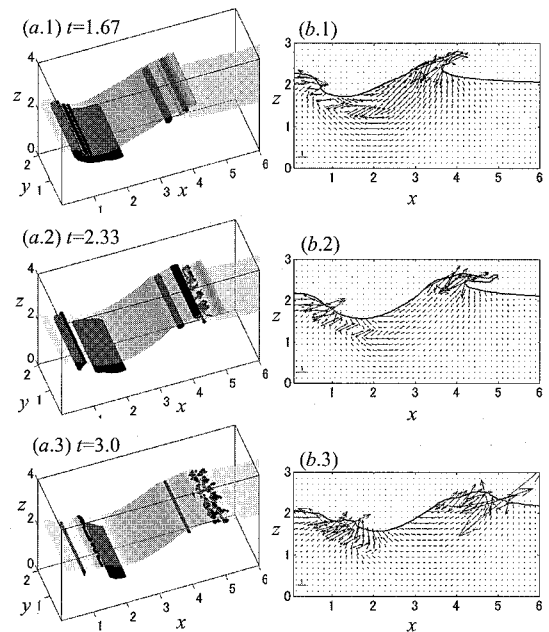


図-5 角柱型ジェット着水後の (a) 渦核と (b) 計算領域中央断面上の歪の固有ベクトル ($U=1.0$ m/s, $D=0.1$ m, $\theta=\pi/6$, $h=0.2$ m)。

$\frac{\partial u_s}{\partial n})^{1/2}$ の最大値, すなわちゼロ接線せん断力条件式 (2) からの逸脱を表す。本計算法の適用により誤差 ε を機械精度 (10^{-13}) 以下に抑えゼロ接線せん断力条件を十分に満足していることがわかる。グリッド幅が小さくなるほど差分による速度勾配の表現で機械誤差が相対的に増加するため ε は増加するがその絶対値は十分小さく, また粗いグリッドに対して高精度で水面境界条件を課すことができることは計算上非常に有利に自由水面流れを再現できる本計算法の高い能力を表している。また水面渦度については計算値は理論値と完全に一致し (図-2 (右)) 本計算法により水面の曲率に応じて誘発される渦度を正しく再現することが可能であることがわかる。

液滴を鉛直下向きに落下させ静水面との着水後に形成されるキャビティークレータ及び静水面と液滴の接触時に形成される高曲率水面に誘発される渦輪について実験結果と比較した。図-3は, キャビティ深さの時系列を Liow (2001) の実験結果と比較したものである。着水に伴う運動量の増加に対する圧力の低下, さらに重力が支配するクレータの復元に伴うキャビティ深さの遷移が良く再現されていることがわかる。

一方, 液滴の静水面との接触水面下に現れるリング状の渦層の剥離に起因する渦輪についても Peck・Singurdson (1994) の染料を使った可視化実験結果を再現しており, 本計算法により高曲率の水面下に発生する渦及び水面境界層の剥離過程が正しく計算されていること

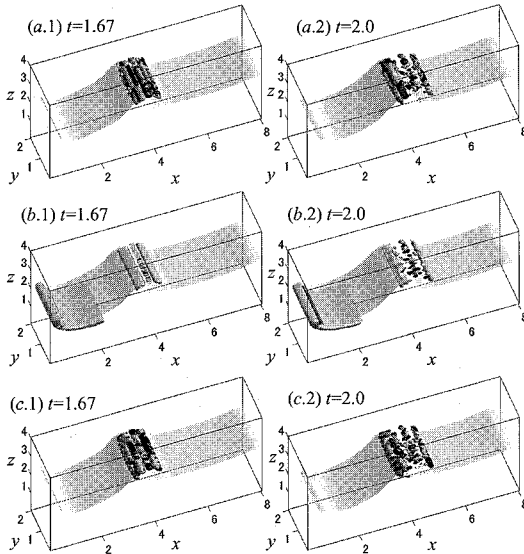


図-6 角柱型ジェット着水後の x 軸(a), y 軸(b), z 軸(c)周りの等渦度面 (レンジ: $a, c; \pm 0.01$, $b; \pm 1$, $U=1.0\text{m/s}$, $D=0.1\text{m}$, $\theta=\pi/4$, $h=0.2\text{m}$).

がわかる (図-4(a, b)). 渦輪はクレーターの復元に伴いクレーター底部から鉛直下向きに放出され, その後鉛直方向の強いストレッチにより軸方向に不安定となり3次元的に波打つ形状へと遷移する (図-4(c, d)). これは Peck・Singurdson (1994) の結果からも支持されるものである.

4. ジェットの不安定性と分裂

ここでは斜め下方へ落下する断面2次元的な碎波ジェットモデルの着水に伴う (図-1, (左)) 2次ジェットの形成, 飛沫への分裂, 三次元渦構造形成を決定する自由水面一渦・歪相互作用について議論する. 図-5は, $U=1.0\text{m/s}$, $\theta=\pi/6$ でジェットが着水した後, 2次ジェットが前方へ跳ね上がり再着水するまでの水面形と渦核 (左) と計算領域中央 ($y=1.0$) の断面での歪率の主軸の分布 (右) を表している. 2次ジェットの形成直後ではスパン方向に一樣な2次元のジェット形状であるが (a.1), 高速で進行するジェットによるジェット内部流体の強いストレッチにより (b.2) 水面がスパン方向に対して僅かに変動し同時にスパン方向に波打つ渦核が現れる (a.2). その後ジェットの再着水と同時に極めて強い歪が発生し流体が斜めにストレッチを受け, 同時に完全に3次元化した渦核へと遷移する. この時のジェット先端の水面形は典型的なフィンガー形状となる. Longuet-Higgins (1995) は, 巻き波ジェットの軸方向に働く強いストレッチにより波浪スケールで変動する弱い表面張力の指向性が変化しスパン方向に変動する表面張力

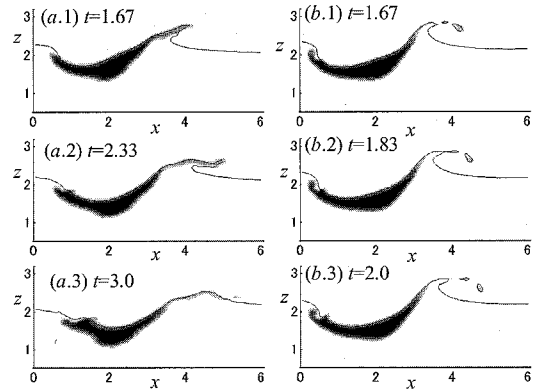


図-7 角柱型ジェット着水後のジェット水濃度の時間変化 ((a) $U=1.0\text{m/s}$, $D=0.1\text{m}$, $\theta=\pi/6$, $h=0.2\text{m}$, (b) $U=1.0\text{m/s}$, $D=0.1\text{m}$, $\theta=\pi/4$, $h=0.2\text{m}$).

波として増幅するジェットの表面張力不安定を説明し, 碎波ジェットは着水前に3次元的な変動をもつ形状になり得ることを示した. 著者ら (2005) は表面張力を無視した単純化した水面条件の下で行った LES により, 碎波ジェット着水後, 2次ジェットと背後の水平ローラー渦間に発生する淀み点領域で発生する強いストレッチによりスパン方向の渦が不安定となり三次元性の渦ループへと発達することを説明している. 図-5 (a.2) で発生したジェット幹部のスパン方向の水面変動は前者の表面張力不安定に起因し, 図-5 (a.3) の着水点では後者のせん断不安定に因るものと考えている. これは前者の変動波数が $k=4$ であるのに対して後者は $k=2.5$ と増幅波数が異なることから推定できる.

図-6は, $U=1.0\text{m/s}$, $\theta=\pi/4$ に対する2次ジェット内の等渦度面を表している. 前述の表面張力不安定に起因するジェット水面のスパン方向変動が増幅し, スパン方向の曲率に応じて水面に交互交代渦が発生する (a-c.1). 継続したストレッチを受け続けると水面変動は更に増幅し, ジェットは最終的に飛沫へと分裂する. なお, この分裂を誘発するスパン方向水面変動の波数はジェットの入射角度の異なる図-5のケースと同一であった.

次に碎波帯流れを特徴付ける連続して着水を繰り返すジェットの運動による拡散過程について議論する. Peregrine (1983) は, 2次ジェットは次の3パターンによって構成されると説明した. (1)初期ジェットの水面でのリバウンド, (2)初期ジェットが着水点を貫入する事に起因する前面の水塊の押し出し, (3)前2パターンの中間. 初期角柱ジェットに混入された数値染料の着水後の拡散過程を調査した (図-7参照). 全てのケースにおいて高濃度の染料は着水点近傍の水面付近に分布し, 顕著な流体内部への拡散は確認できなかった. $\theta=\pi/6$ のケースでは, 40%濃度の染料が2次ジェットを構成

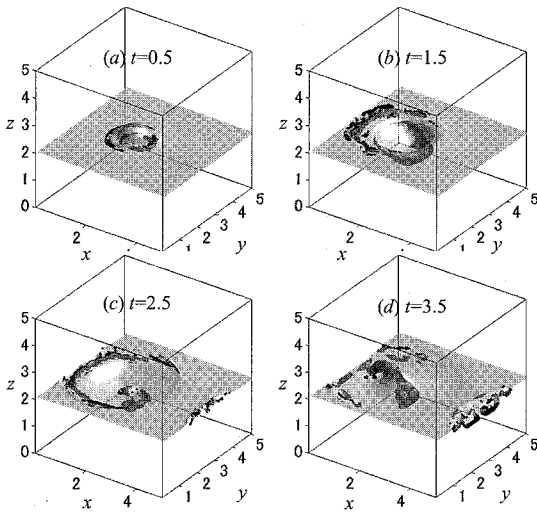


図-8 球形ジェット着水後の渦核の分布
($U=1.0\text{m/s}$, $D=0.1\text{m}$, $\theta=\pi/4$, $h=0.2\text{m}$).

し、再着水に伴い第1着水点から第2着水点までの広い範囲の流体水面を初期ジェット水が覆う様に広がる一方(第1パターン)、 $\theta=\pi/4$ のケースでは、2次ジェットの先端にのみ20%濃度の染料が確認されるのみでありジェットを構成する大部分が第1着水点前面から押し出された流体である(第3パターン)。さらに急な入射角をもつケースでは、2次ジェット内に初期ジェット水は確認されなかった(第2パターン)。この様に、Peregrineによる分類はジェットの入射角に強く依存して決定され、砕波帯内の流体あるいは物質拡散もまた局所的にジェットの入射角(これは砕波形態に大きく依存する)が影響しているものと考えられる。

初期ジェット速度が高いケース($U=2.0\text{m/s}$, $\theta=\pi/4$)も図-6と同様にジェット内の表面張力不安定に起因する飛沫への分裂が現れるが、ジェット内の極めて強いストレッチにより岸沖方向へ幾重にも分裂しジェットの先端部の殆どは飛沫として飛散することが確認された。

5. 三次元ジェットの着水ダイナミクス

上述の様にジェットは着水前に表面張力不安定に起因して3次元化する。これに対応する3次元形状のモデルジェットの着水に伴う渦-歪相互作用を議論する。図-8は、球形ジェットが着水した後の渦核の分布を表している。ジェットの着水と共にキャビティクレーターが急速に放射状に広がるため、2次元ジェットの着水で現れる様な前方で押し出される明確な2次ジェットは現れず、クレーター前面でボア状に進行する(a, b, c)。一方、逆にクレーターが復元する際には、クレーター全面からの圧力勾配により中央部に集中する強い流れが発生し、

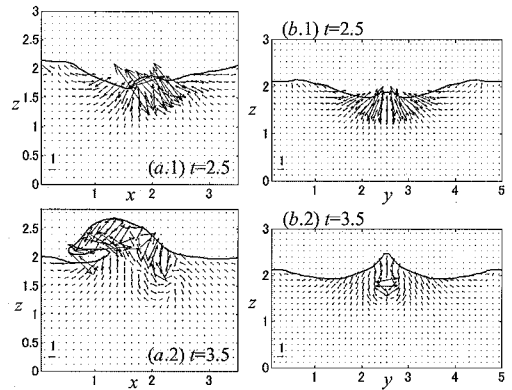


図-9 球形ジェット着水後のクレーター中央部で発達するジェット内の歪固有ベクトルの分布(a; $y=2.5$ の縦断面, b; $x=1.89$ の横断面, $U=1.0\text{m/s}$, $D=0.1\text{m}$, $\theta=\pi/4$, $h=0.2\text{m}$).

大規模なジェットが前方へ跳ね上がる(c, d)。この時、ジェットの軸方向に強いストレッチがはたらき三次元的なせん断面が形成され(図-9)、このせん断面上で誘発された渦がジェットの進行方向(ストレッチの方向)に沿って伸張強化により急速に発達する。こうしてジェットから斜め後方へと伸張される典型的な組織渦構造が形成される。

6. 結 論

自由水面の境界条件を正しく満足させるための数値計算法を提案すると共にその高い精度と実践の問題に対する高い能力を検証した。本計算法を、種々の着水速度、角度、形状をもつ砕波ジェットモデルの着水現象へ適用し、2次ジェットの生成やジェットの飛沫への分離を含む局所水面形の変化とそれに伴う渦形成さらに水面下の流体の歪による渦の発達過程を特徴化した。

参 考 文 献

- Liow, J. L. (2001) : Splash formation by spherical drops. J. Fluid Mech. 427, pp. 73-105.
- Longuet-Higgins, M. S. (1992) : Capillary rollers and bores. J. Fluid Mech. 240, pp. 658-679.
- Longuet-Higgins, M. S. (1995) : On the disintegration of the jet in a plunging breaker. J. Phys. Oceanogr. 25, pp. 2458-2462.
- Osher, S. & J. A. Sethian (1988) : Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. J. Comp. Phys. 79, pp. 12-49.
- Peck, B. & L. Sigurdson (1994) : The three-dimensional vortex structure of an impacting water drop. Phys. Fluids, 6, pp. 564-576.
- Peregrine, D. H. (1983) : Breaking waves on beaches, Annu. Rev. Fluid Mech. 15, pp. 149-178.
- Watanabe, Y. et al. (2005) : Three-dimensional vortex structures under breaking waves. J. Fluid Mech. 545, pp. 291-328.